

中華民國第四十三屆中小學科學展覽會參展作品專輯

高中組

物理科

科別：物理科

組別：高中組

作品名稱：凱氏滴水器之現象探討

關鍵詞：靜電感應

編號：040115

學校名稱：

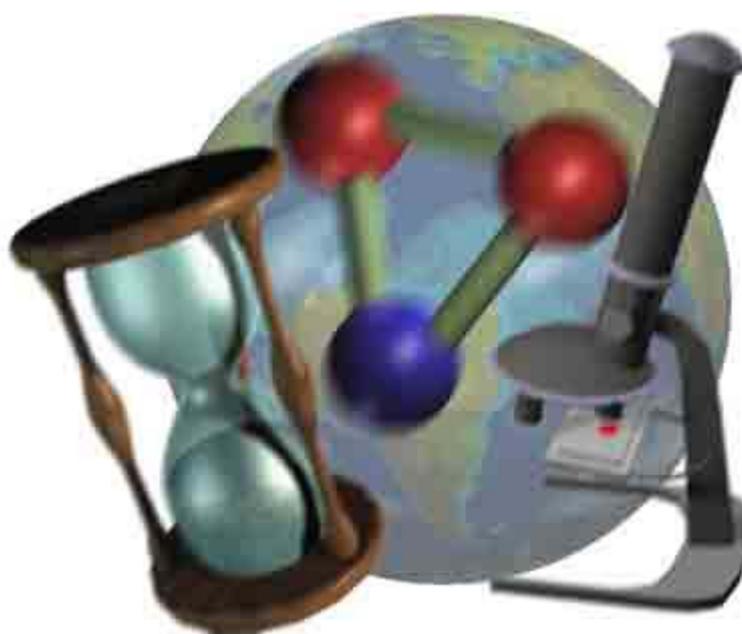
台北市立第一女子高級中學

作者姓名：

謝宇欣、余幸娟

指導老師：

陳文盛



摘要

利用感應產生帶電的水滴，使兩兩相連的金屬罐相互累積電荷，可使系統達到數千伏特之電位差。再利用尖端放電情形觀察當液體流速、種類改變時，電荷累積的快慢。

壹、研究動機

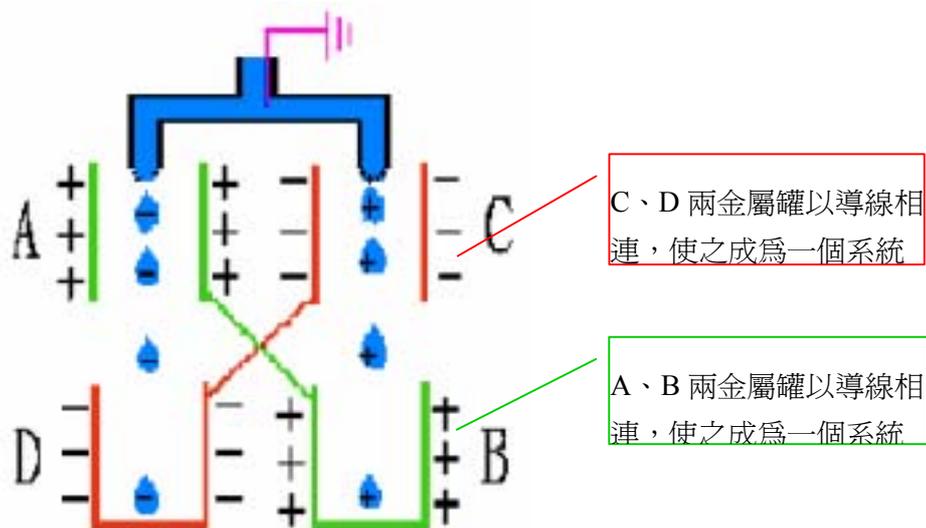
翻閱《物理馬戲團 III》時，發現了凱氏滴水器，覺得此實驗裝置雖然簡單，但現象卻十分有趣，且有許多有趣的問題尚無法獲得解答。所以，我們希望能實際製作出凱氏滴水器，並觀察其特性。此實驗與高一流體力學和高三靜電學相關。

貳、研究目的

希望藉由自製凱氏滴水器，找出其電荷累積的快慢是否會受液體流速、種類影響。

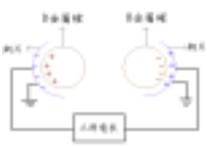
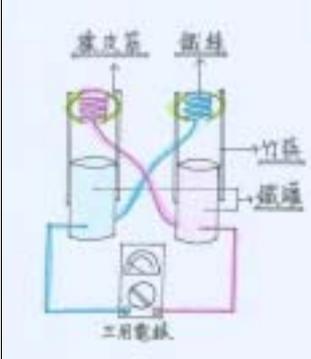
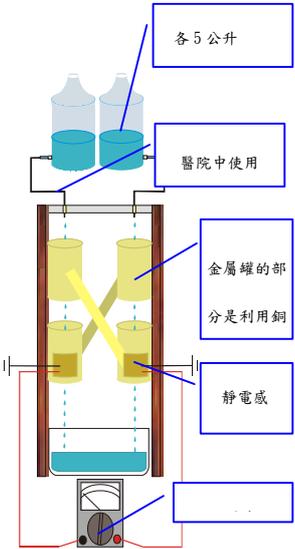
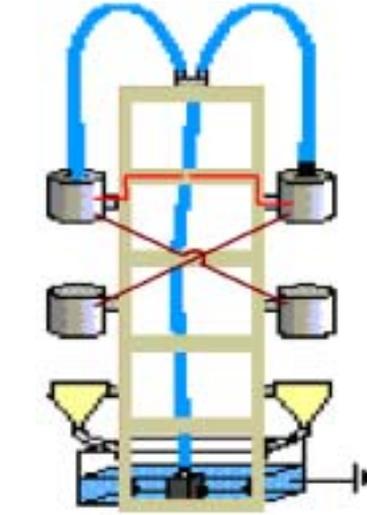
參、研究過程及方法

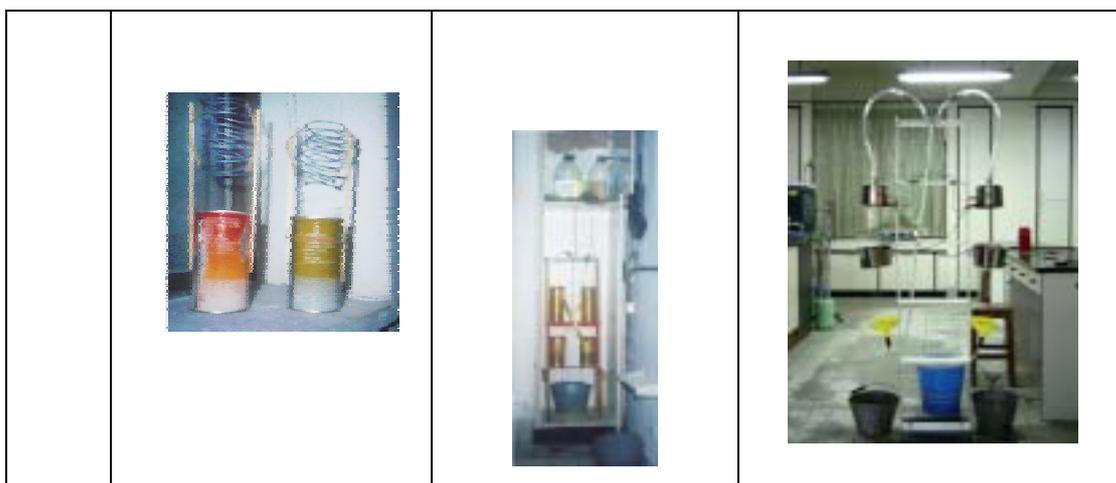
一、 文獻探討：



在裝置啓動前，因環境的放射性元素或宇宙射線使自然界中存有微量淨電荷，當此淨電荷與滴口處的水感應時，兩端滴口各帶了等量的異性電，因此當水以小水滴狀脫離滴口時，便會帶走部份電荷形成帶電的小水滴。當帶電的小水滴滴到下方金屬罐時，會使下方的金屬罐帶電，又因對角上下的兩金屬罐有導線相連，所以部分電荷會轉移到另一端的上方金屬罐，上方的金屬罐帶異性電會導致另一端滴口感應電荷增加。在兩個系統的交互累積之下，經過多次循環，可使整個裝置在數秒鐘之內累積達數千伏特的高電壓。

二、 器材更迭：

	第一代	第二代	第三代
器材	鐵罐 *2 鐵絲 *1.8m 竹篾 *2 橡皮筋 *4 三用電表 *1	5 公升之水瓶 *2 點滴滴管 *2 銅片 (15*20)*4 三用電表 *1	T 型接頭 *1 拷克〈流量調節器〉*2 透明塑膠管 *2 鐵弗龍管〈滴頭〉*2 白鐵鍋〈大〉〈小〉*2 抽水馬達 *1 銅線+金屬夾子 *6 碼表 *1
測量方法		靜電感應 	計算單位時間內的放電次數
優點	器材取得容易	可延長觀測時間	流速足夠
缺點		流速慢 銅片捲成的接合處有稜角	流速不穩 有漏電的情形
圖示			



肆、研究結果

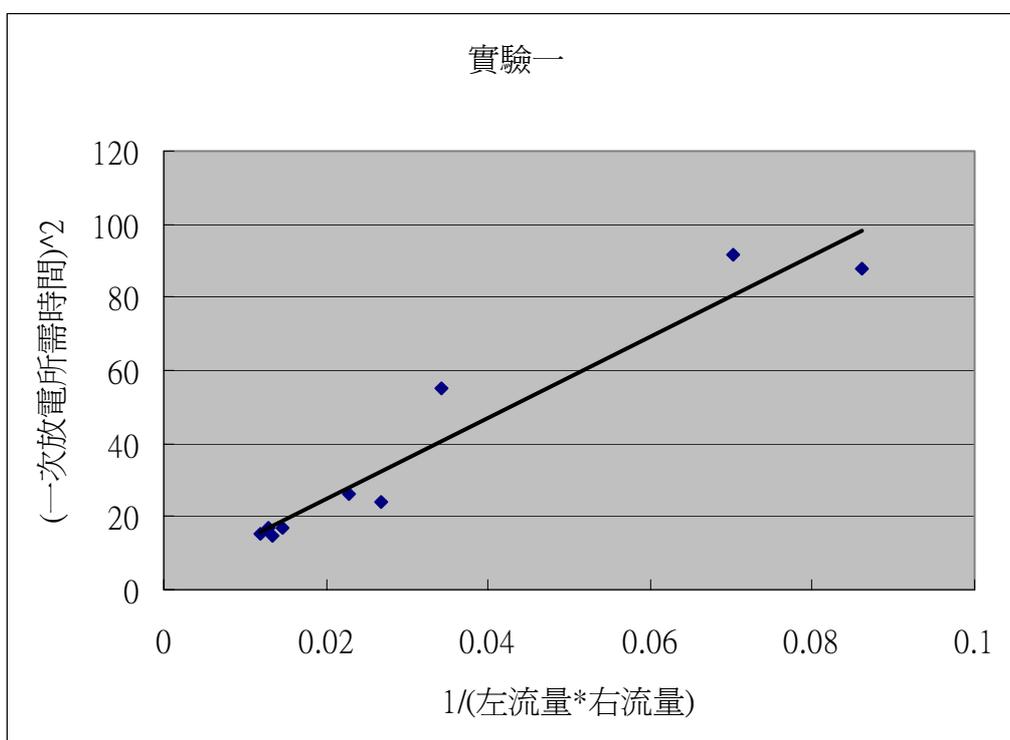
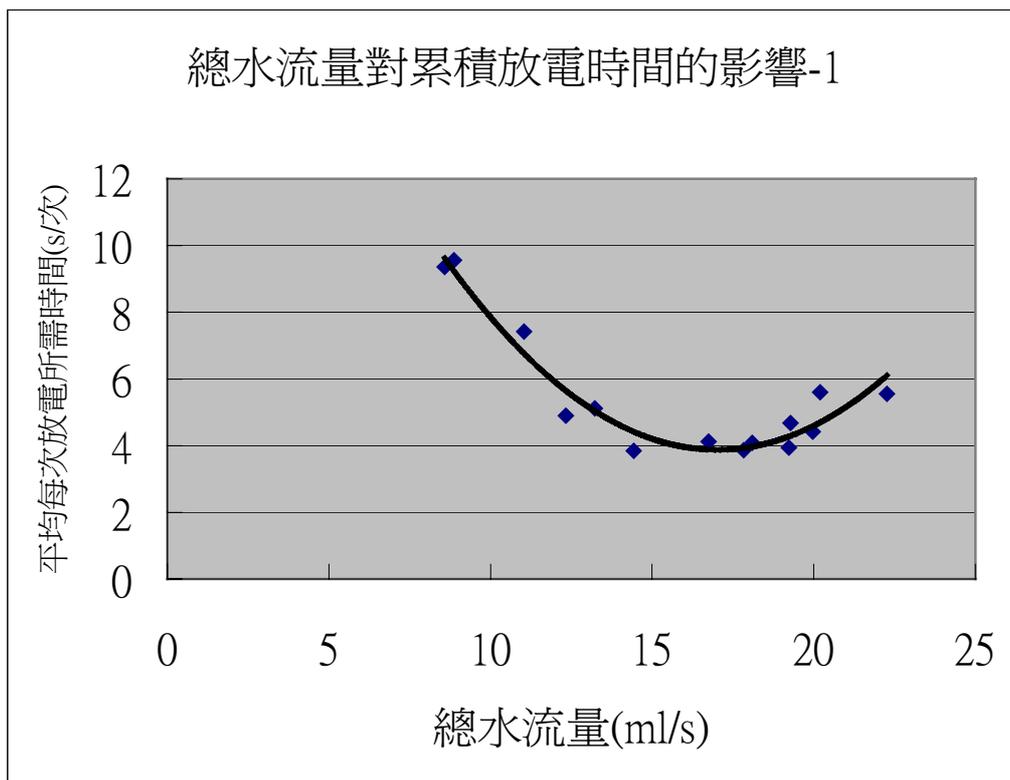
一、固定尖端相隔的距離，改變水流速。探討水流與電荷累積的關係。

實驗一：

氣溫：攝氏 24 度

兩放電尖端相距：4.40mm

總水流量 (ml/s)	左側水流量 (ml/s)	右側水流量 (ml/s)	平均每次放電 所需時間(s)
14.43	7.63	6.8	3.84
17.83	11.2	6.63	3.86
19.23	12.47	6.77	3.94
18.1	11.13	6.96	4.08
16.75	9.77	6.98	4.12
19.97	8.97	11	4.42
19.28	9.32	9.97	4.68
12.33	5.4	6.93	4.9
13.23	6.93	6.3	5.12
22.27	12.3	9.97	5.56
20.2	9.97	10.23	5.6
11.04	4.37	6.67	7.42
8.58	1.68	6.9	9.36
8.87	2.1	6.77	9.56

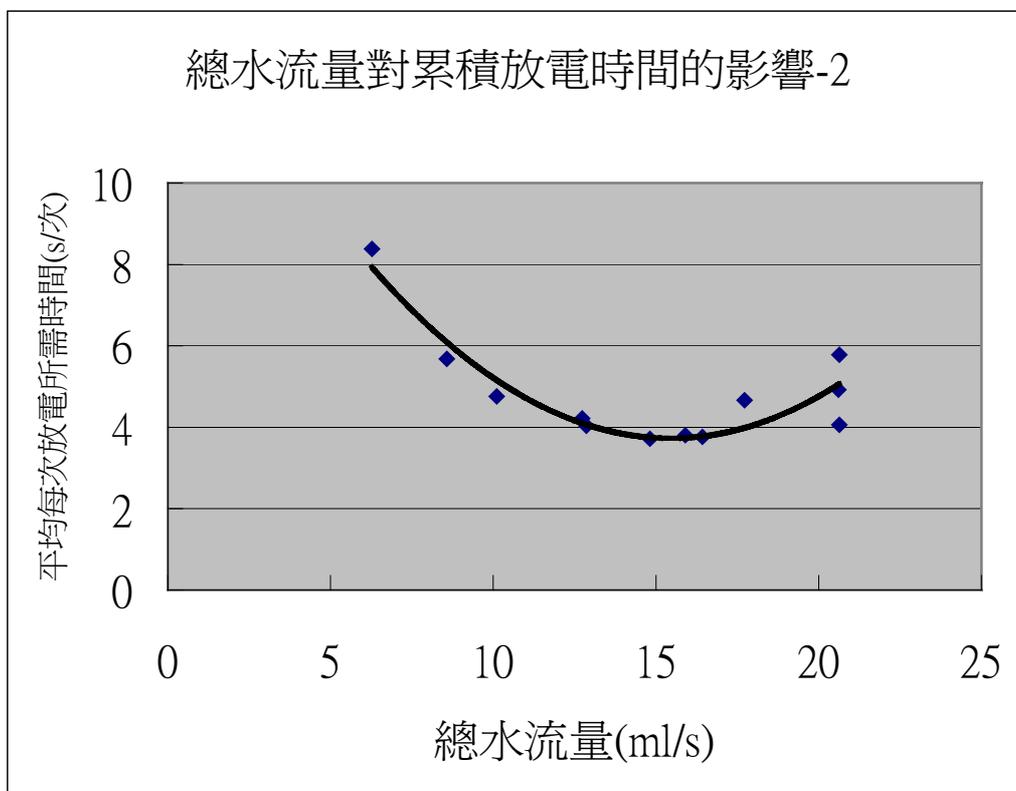


實驗二：

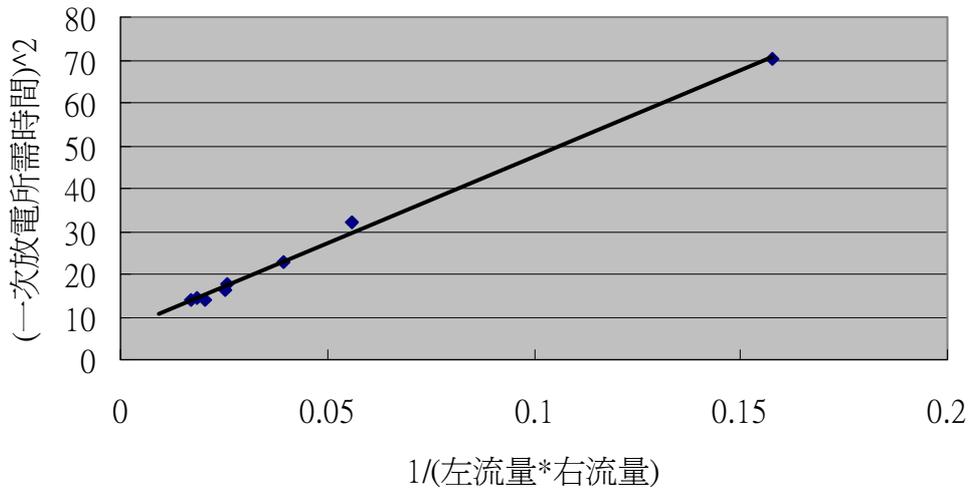
氣溫：攝氏 24 度

兩放電尖端相距：4.30mm

總水流量 (ml/s)	左側水流量 (ml/s)	右側水流量 (ml/s)	平均每次放電 所需時間(s)
14.82	9.82	5	3.72
16.43	11.2	5.23	3.76
15.9	10.87	5.03	3.8
12.86	7.83	5.03	4.04
20.63	11.07	9.57	4.06
12.73	7.63	5.1	4.22
17.72	8.18	9.53	4.66
10.1	5.1	5	4.76
20.6	11.2	9.4	4.92
8.57	3.63	4.93	5.68
20.63	11.37	9.27	5.78
6.27	1.27	5	8.38



實驗二

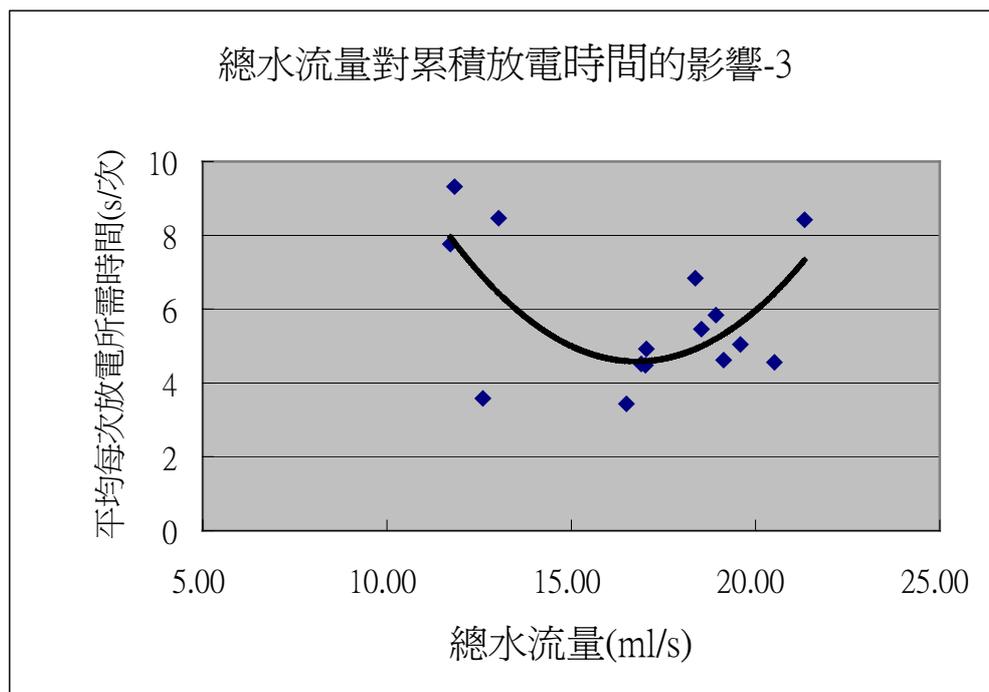


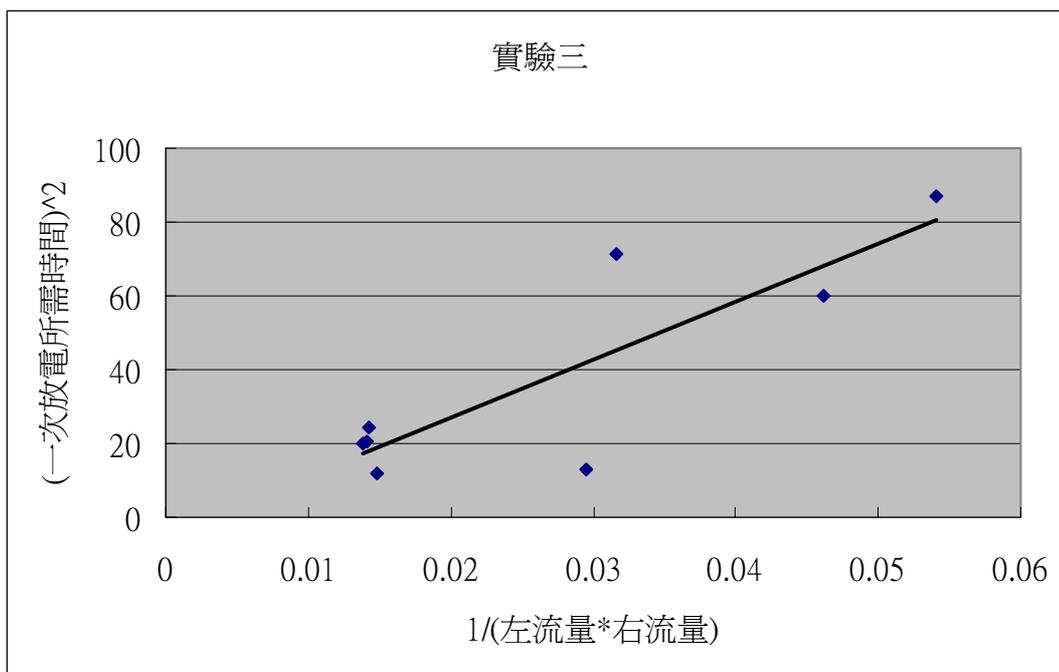
實驗三：

氣溫：攝氏 23 度

兩放電尖端相距：4.15mm

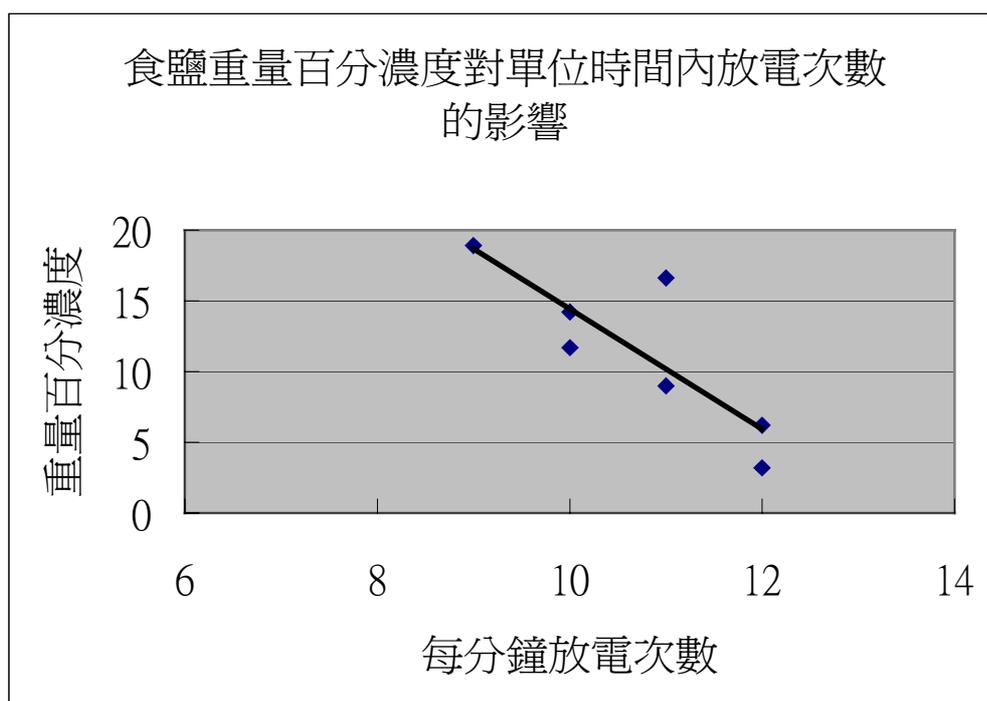
總水流量 (ml/s)	左側水流量 (ml/s)	右側水流量 (ml/s)	平均每次放電 所需時間(s)
16.50	8.80	7.70	3.44
12.60	8.70	3.90	3.58
17.01	7.93	9.08	4.48
16.90	7.75	9.15	4.52
20.51	10.64	9.87	4.56
19.13	10.09	9.04	4.62
17.04	7.04	10.00	4.92
19.58	10.78	8.80	5.04
18.53	9.83	8.70	5.46
18.92	8.65	10.27	5.84
18.37	8.70	9.67	6.84
11.72	2.30	9.42	7.76
21.33	11.40	9.93	8.42
13.03	3.23	9.80	8.46
11.83	1.85	9.98	9.32





三、固定尖端相隔的距離，固定流速，將水改為離子溶液(鹽水)，探討氯化鈉溶液濃度對放電次數的影響。

左側流量 6.73ml/s 右側流量 6.67ml/s							
每分鐘放電次數	12	12	11	10	10	11	9
重量百分濃度	3.2	6.2	9	11.7	14.2	16.6	18.9



伍、討論

- 一、在固定兩尖端相隔距離，以水為流體改變流速的實驗中，可以看出此裝置擁有最佳流量值。我們假設流速在未達最佳流量值之前，平均每個水分子所帶電荷為其極限的 $X\%$ ，但因水分子的單位累積較慢，故累積至一定電位差所需時間較久；另一方面，若其流速超過最佳流量值時，水分子會聚集成較大的水滴，使得平均每個水分子攜帶的電荷小於 $X\%$ ，雖然水分子單位累積速率快，但每單位所帶的電荷較少，故累積至一定電位差的時間並未因此縮短，因此便有一最佳流量值。
- 二、在固定尖端相隔的距離，改變水流速的實驗中，我們認為在達到最佳流量值之前，除了單位時間內總流量的影響之外，左右兩邊的水流量比值亦會影響其電荷累積的速率，由電荷以複利累積計算方式，做以下的數學推論導出流量比值與電荷累積的關係。

設 $a(t)$ 、 $-b(t)$ 、 $c(t)$ 、 $-d(t)$ 分別為 ABCD 四金屬罐於 t 秒時所帶電荷

r_p 、 r_n 分別為左右每個水滴感應的電荷

N 為 Δt 時內滴入之水滴數目

l_p 、 l_n 分別為通過金屬罐 A、C 的流量

ΔV_p 、 ΔV_n 分別為通過金屬罐 A、C 的每滴水滴大小

k_p 、 k_n 分別為 $\frac{d(t)}{c(t)}$ 和 $\frac{b(t)}{a(t)}$

則做以下推論，忽略起始的微量電荷

$$[-a(t + \Delta t) + (-b(t + \Delta t))] = [-a(t) + (-b(t))] + c(t)(-r_n)N$$

$$[a(t + \Delta t) + b(t + \Delta t)] - [a(t) + b(t)] = c(t)r_n N = c(t)r_n \frac{l_n \Delta t}{\Delta V_n}$$

$$\text{又 } k_n a(t') = b(t')$$

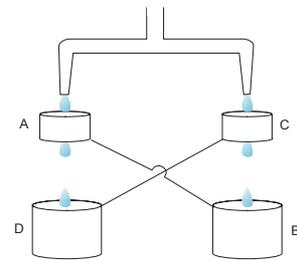
$$(1 + k_n)[a(t + \Delta t) - a(t)] = c(t)r_n \frac{l_n \Delta t}{\Delta V_n}$$

$$(1 + k_n) \frac{\Delta a(t)}{\Delta t} = c(t)r_n \frac{l_n}{\Delta V_n}$$

$$\frac{\Delta a(t)}{\Delta t} = r_n \frac{l_n}{\Delta V_n} \left(\frac{1}{1 + k_n} \right) c(t)$$

同理

$$k_p c(t) = d(t)$$



$$c(t + \Delta t) + d(t + \Delta t) = c(t) + d(t) + (-a(t))(-r_p) \frac{l_p \Delta t}{\Delta V_p}$$

$$\Rightarrow (1 + k_p)[c(t + \Delta t) - c(t)] = a(t)r_p \frac{l_p}{\Delta V_p} \Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta c(t)}{\Delta t} = r_p \frac{l_p}{\Delta V_p} \left(\frac{1}{1 + k_p} \right) a(t)$$

$$\frac{da(t)}{dt} = r_n \frac{l_n}{\Delta V_n} \left(\frac{1}{1 + k_n} \right) c(t)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 a(t)}{dt^2} = r_n \frac{l_n}{\Delta V_n} * \frac{1}{1 + k_n} * \frac{dc(t)}{dt}$$

$$= r_n \frac{l_n}{\Delta V_n} * \frac{1}{1 + k_n} * \left(r_p \frac{l_p}{\Delta V_p} \left(\frac{1}{1 + k_p} \right) \right) a(t)$$

$$\Rightarrow a(t) = e^{+\alpha t} + e^{-\alpha t}$$

當t漸增時 $e^{-\alpha t}$ 趨近於0故捨去

$$\alpha = \sqrt{r_n r_p \left(\frac{1}{\Delta V_n} \right) \left(\frac{1}{\Delta V_p} \right) l_n l_p \frac{1}{(1 + k_n)} * \frac{1}{(1 + k_p)}}$$

同理

$$\frac{dc(t)}{dt} = r_p \frac{l_p}{\Delta V_p} \left(\frac{1}{1 + k_p} \right) a(t)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 c(t)}{dt^2} = r_p \frac{l_p}{\Delta V_p} * \frac{1}{1 + k_p} * \frac{da(t)}{dt}$$

$$= r_p r_n \left(\frac{1}{\Delta V_p} \right) \left(\frac{1}{\Delta V_n} \right) l_p l_n \left(\frac{1}{1 + k_p} \right) \left(\frac{1}{1 + k_n} \right) c(t)$$

三、在固定尖端相隔距離和流速，改變離子溶液(鹽水)的重量百分濃度的實驗中，NaCl 溶解於水中會解離成 Na⁺與 Cl⁻，當食鹽水排出時，可能因導電度較佳，所以從下方金屬罐帶走較多電荷。而結果亦顯示了隨著離子溶液的重量百分濃度的上升，在單位時間之內的放電次數有漸減的趨勢。因為推測離子溶液的感應較好，所以若不讓下方金屬罐排水，則食鹽水的電荷累積效應會較水為佳。

陸、結論

一、對於流量與放電次數的關係圖中，隨著流速接近最佳值，有單位時間內的放電次數漸增的趨勢。

二、

$$c(t) = a(t) = e^{\alpha t}$$

$$\alpha = \sqrt{r_n r_p \left(\frac{1}{\Delta V_n} \right) \left(\frac{1}{\Delta V_p} \right) l_n l_p \frac{1}{(1+k_n)} * \frac{1}{(1+k_p)}}$$

α 愈大，電荷累積愈快

無論兩邊的流量、水滴大小、金屬罐帶電比例、感應異性電的比例，兩邊皆會累積約相等之電荷

三、 假設總流量不變、水滴大小不變

$$\text{則設 } G = r_p r_n \left(\frac{1}{\Delta V_n} \right) \left(\frac{1}{\Delta V_p} \right) \left(\frac{1}{1+k_n} \right) \left(\frac{1}{1+k_p} \right) = \text{定值}$$

$$L = l_n + l_p$$

$$\Rightarrow \alpha(l_p) = \sqrt{G l_n l_p} = \sqrt{G l_n (L - l_n)} = \sqrt{G (l_n L - l_n^2)}$$

$$\text{當 } \frac{d\alpha^2(l_p)}{dl_p} = G(L - 2l_n) = 0 \Rightarrow l_n = \frac{1}{2}L$$

$\alpha^2(l_p)$ 最大，即 $\alpha(l_p)$ 最大

亦即 $l_n = \frac{1}{2}L$ ($\Rightarrow l_p = \frac{1}{2}L$) 時， α 最大，電荷累積最快

三、平均每次放電所需時間 t_c 代表電荷達到某定值而放電

$$Q_c = a(t) = c(t) = e^{\alpha t} = \text{臨界電荷}$$

故發生放電時

$$\alpha t_c = \text{某定值}$$

$$\sqrt{G l_n l_p} * t_c = K \quad (\text{若 } \Delta V_p、\Delta V_n \text{ 不變，} K \text{ 爲定值})$$

$$t_c = \frac{K^2}{G l_n l_p}$$

亦即 t_c^2 和 $\frac{1}{l_n l_p}$ 有線性關係

$$t_c = \frac{\tilde{K}'}{\sqrt{l_n l_p}} \propto \frac{1}{\sqrt{l_n l_p}}$$

五、對於食鹽濃度與放電次數的關係圖中，隨著濃度的升高，單位時間內的放電次數有漸減的趨勢。

柒、參考資料

- 一、 沃克 著/葉偉文 譯//物理馬戲團 III /天下文化出版/p192-193/2000 年
- 二、 A.D. Moore 著/ 龍宗鐸 譯 /靜電學 /廣文書局
- 三、 Cliff Bettis/ The Physics Teacher/ May 1988/ pp304-306
- 四、 C. L.Stong/ Scientific American Magazine / June 1960 / page 175
- 五、 <http://www.amasci.com/emotor/kelvin.html>

評語

本實驗為典型靜電感應演示實驗，作者能嘗試錯誤，由第一代裝置改進到第二代、第三代裝置而完成靜電感應累積現象，動手實作精神可佳，如果現場能展示實物那就更好了。作者對食鹽水的感應累積提出了看法，期望未來能繼續實驗，驗證這看法。