

中華民國第四十三屆中小學科學展覽會參展作品專輯

高中組

物理科

科別：物理科

組別：高中組

作品名稱：數位攝影與碰撞一瞬間

關鍵詞：碰撞、摩擦力、閃光攝影術

編號：040110

學校名稱：

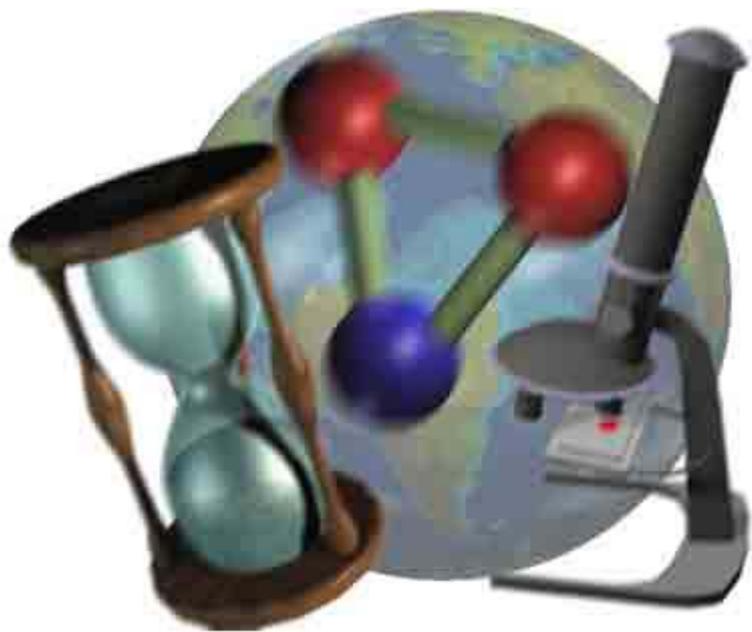
國立大里高級中學

作者姓名：

王瑋婷、許家福、陳柏志、李佩霞

指導老師：

黃詩翔、戴旭華



摘要

本實驗利用「閃光攝影術」，由拍攝桌球碰撞球拍拍面瞬間照片，希望能測量桌球與拍面的接觸時距、摩擦力、恢復係數。

近年來，數位相機已經具有單眼相機所有功能，所有攝影參數可記錄調整，並且可以馬上看，作影像處理，大幅降低拍攝費用，若配合高速閃光燈，可以拍到重複曝光的照片，所有的數據由照片測量，是計算碰撞問題的新的構想，適用於所有球類的碰撞。

所有球類以桌球最輕，速度很快，與拍面接觸時間很短，會受拍面牽引而旋轉，拍攝桌球碰撞瞬間是高難度挑戰。我們選定一種拍面，將拍面水平移動，桌球鉛直入射拍面，其摩擦力造成的力矩，使反彈的桌球在空中旋轉，由照片測量入射、反彈的位移、球心座標、旋轉的角度，並算出：

1. 桌球與拍面的接觸時距 $\Delta t = \frac{1}{70} \sim \frac{1}{370}$ 秒，當球速快則接觸時間較長。
2. 桌球與拍面接觸可視為「純滾動」，其摩擦力與桌球對拍面的相對運動有關。靜摩擦係數 $0.06 \leq \mu \leq 0.10$ ，若拍面移動速度快則摩擦力較大，碰撞後桌球旋轉的角速度較大。
3. 恢復係數 $e \cong 0.78$ ，與桌球入射速度、拍面移動速度無關。

壹、研究動機、目的

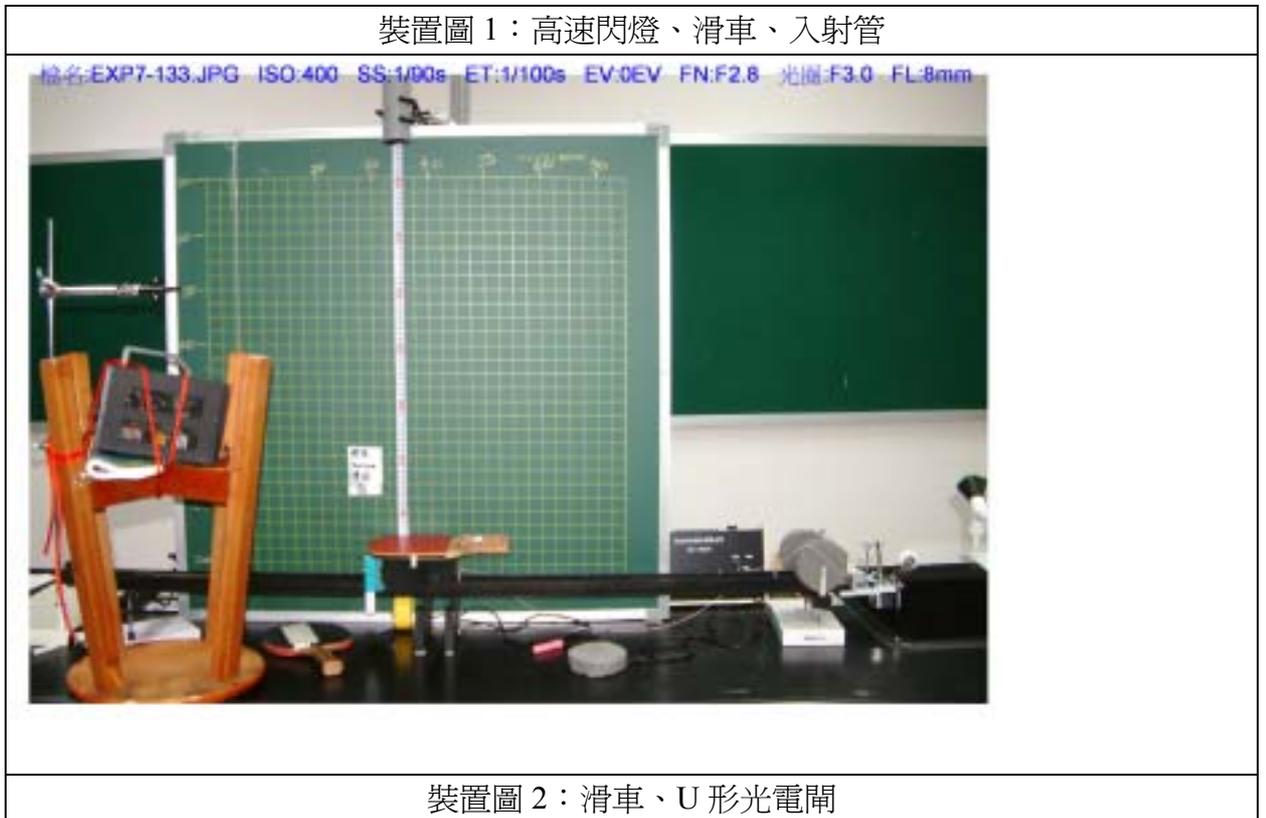
高中物理所學的碰撞，著重於碰撞前、碰撞後的觀測，但在碰撞的一瞬間有多快？特別是與接觸面有摩擦的非彈性碰撞，缺乏觀測記錄。

科技進步，數位相機可以微調光圈、快門、感光度，並且可以即拍即看，立刻修正攝影參數，是很理想的測量工具。

我們用桌球鉛直碰撞拍面，而拍面水平方向快速移動，將造成桌球旋轉且類似斜拋運動，拍攝的照片經 Corel Draw 影像軟體處理後，可精確判讀座標、計算拍面接觸時間、恢復係數、摩擦力。

貳、研究設備器材

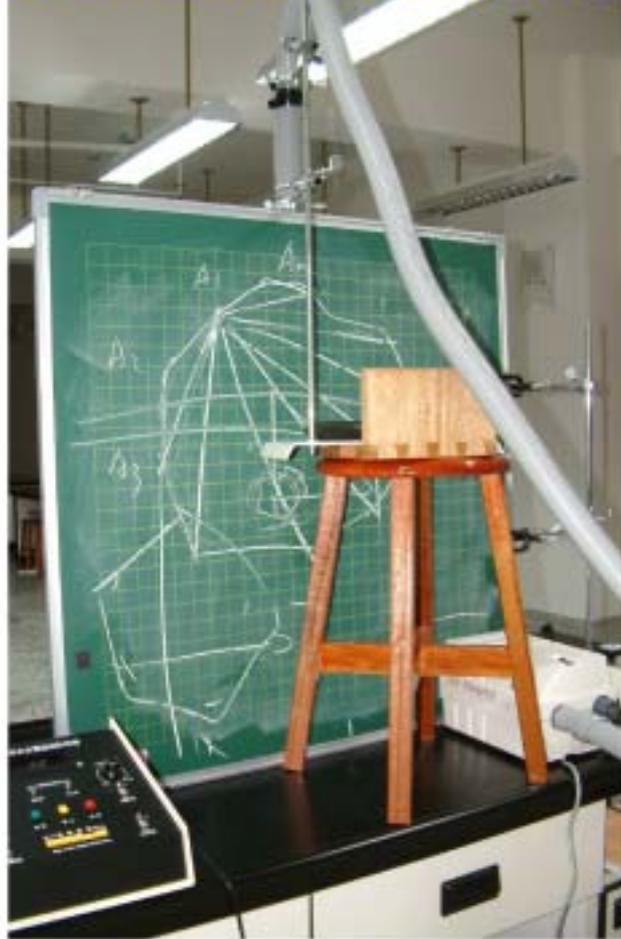
裝置圖 1：高速閃燈、滑車、入射管





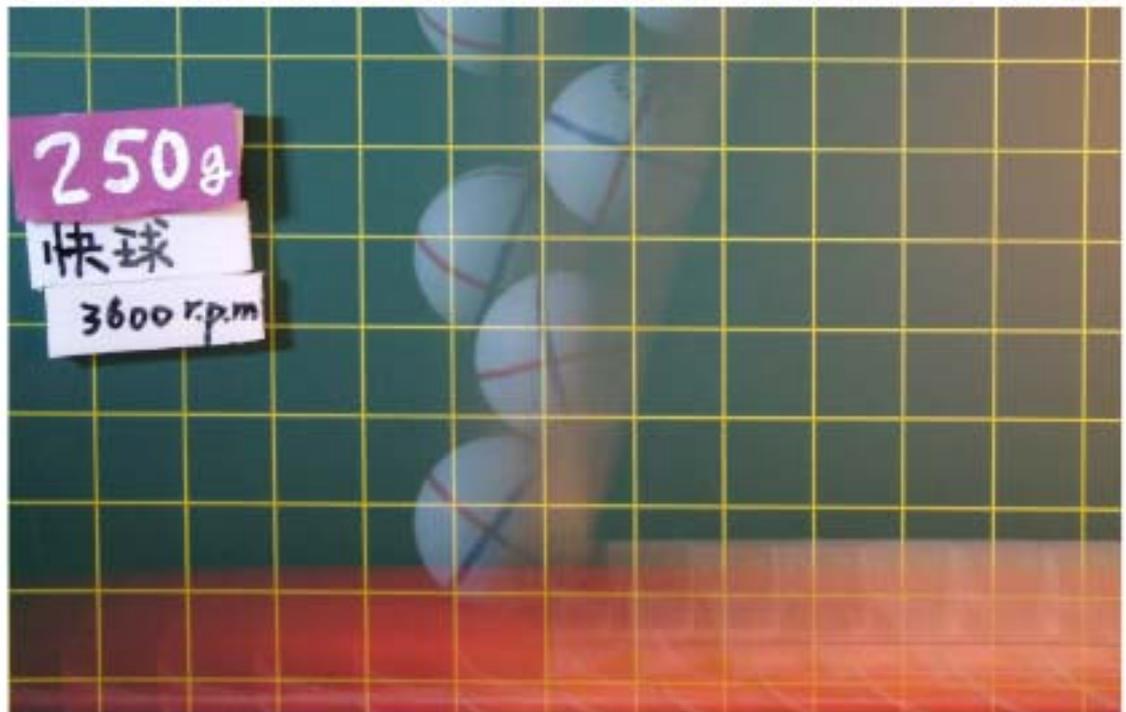
裝置圖 3：光電計時器、抽氣幫浦

4.JPG ISO:400 SS:1/90s ET:1/100s EV:0EV FN:F2.8 光圖:F



拍面不動，垂直入射（中下，光圈：5.67，快門：1/5 秒，焦距：14 mm）

檔名:EXP10-018.JPG ISO:400 SS:1/4s ET:1/4s EV:0EV FN:F5.0 光圖:F4.67 FL:13mm



參、研究過程

1. 利用壓縮氣體配合發射管，可將桌球快速、方向固定、不旋轉的入射拍面。
2. 拍攝背景為方格黑板，每格長度 1 英吋，用鉛垂線確認標線對齊。將桌球拍固定在滑車上，拍面靜止，用水平儀確認拍面為水平。
3. 固定閃燈頻率 3600 r.p.m.，則桌球相鄰畫面的時距 $\Delta t_f = \frac{1}{60}$ 秒。
4. 拍攝桌球入射、反彈照片，入射軌跡必須為鉛垂線，以確定發射管為鉛直入射。
5. 滑車一端懸掛砝碼，掛不同重量的砝碼可使拍面作「慢」、「快」兩種速度的運動。
6. 桌面固定 2 個光電閘，間隔 5 公分，滑車邊緣貼上「標示旗」，使滑車於碰撞過程能啟動、截止光電閘，由測量的時距 Δt_g 可算出拍面於碰撞時的瞬時速度 V_b 。
7. 桌球表面畫上不同顏色的經、緯度，將球面等分 8 個象限，各個方向都能觀測到桌球在空中旋轉的弧度變化，發現：入射前，不轉動。反彈後，桌球作「等角速率轉動」。
8. 由影像判讀桌球入射前 2 點，反彈後 2 點桌球球心對應的座標格，求出直線方程式，兩條直線的夾角 β 。
9. 用數位相機拍攝「桌球與拍面碰撞瞬間」照片（Micro 近拍，焦距 = 15 mm，相機與入射面距離約 70 cm）

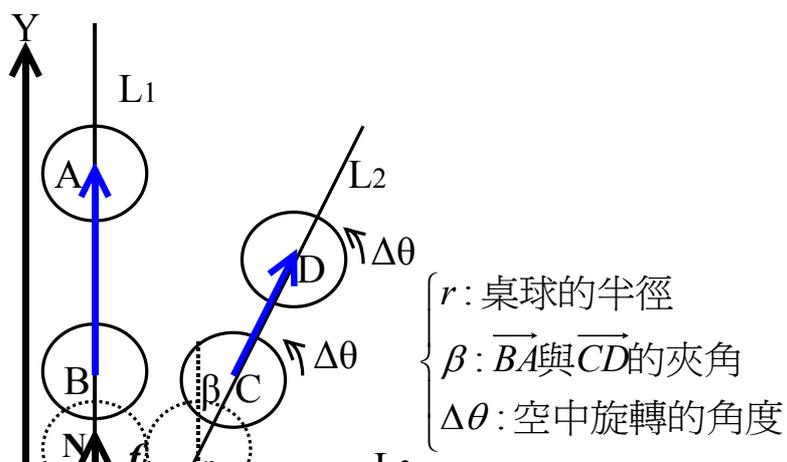
肆、觀察記錄、理論推導

3. 碰撞瞬間各參數說明（由近拍的照片）

【1】A、B 為相鄰入射球的球心座標，C、D 為相鄰反彈球的球心座標，以虛線圓為假想桌球與拍面接觸期間的水平位移。

【2】以 Corel Draw 影像處理，將每條格線 10 等份，求通過球心的直線方程式：

$$L_1: \overrightarrow{AB}, \quad L_2: \overrightarrow{CD}, \quad L_3: \text{桌球與拍面接觸的水平線(目測)}。$$



【3】參數說明如下表：1「格」=1 英吋=2.54 cm

符號	意義	測量	單位
m	桌球質量	0.003 kg	kg
r	桌球半徑	0.02 m	m
(X_a, Y_a)	A 球的球心座標	以 Corel Draw 影像處理	格
(X_b, Y_b)	B 球的球心座標	以 Corel Draw 影像處理	格
(X_c, Y_c)	C 球的球心座標	以 Corel Draw 影像處理	格
(X_d, Y_d)	D 球的球心座標	以 Corel Draw 影像處理	格
Δt_f	高速閃燈的時距	$\Delta t_f = \frac{1}{60} \text{ s}$	秒
Δt_g	滑車經過兩光電閘時距	光電閘相距 0.05m	秒
Δt	桌球與拍面碰撞時距	$\Delta t = \frac{d}{V}$	秒
V_b	拍面水平速度	$V = \frac{0.05}{T}$	m/s
V_1	入射速度	$V_1 = \frac{\overline{AB}}{\Delta t_f}$	m/s
V_2	反彈速度	$V_2 = \frac{\overline{CD}}{\Delta t_f}$	m/s
β	反彈角	桌球反彈速度與鉛垂線夾角	rad
$\Delta \theta$	C, D 球空中旋轉	由照片中, 桌球表面弧度變	deg

	角度	化	
$\Delta \omega$	C, D 球空中旋轉 角速度	$\Delta \omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t_f} \cdot \frac{\pi}{180}$	rad/s
α	C, D 球空中旋轉 角加速度	$\alpha = \frac{0 + \Delta \omega}{\Delta t} = \frac{r \times f}{I}$	rad/s ²
I	桌球(薄球殼)轉 動慣量	$I = \frac{2}{3}mr^2 = 8 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	kg · m ²
d	橫向位移	$d = \text{截距} + r \cdot \tan \beta$	m
e	恢復係數	$e = \frac{(\text{反彈速度})_{\perp}}{(\text{入射速度})_{\perp}} = \frac{V_2 \cos \beta}{V_1}$	
N	桌球碰撞拍面的 正向力	$N = mg + m \frac{V_1 + V_2 \cos \beta}{\Delta t}$	牛頓
μ	靜摩擦係 數	$\mu = \frac{f}{N}$	
f	桌球接觸拍面的 摩擦力	$f = \mu \cdot N = \frac{I \cdot \alpha}{r}$	牛頓

伍、理論推導

1. 原理：(#1, P9-13)

【1】桌球入射拍面瞬間，球作用於拍面的力 F

$$\vec{F} = mg + \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = mg + \frac{m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{\Delta t} \quad (\text{方向向下})$$

$$\left| \vec{F} \right|_{\perp} = \text{拍面的正向力 } N \quad \therefore N = mg + \frac{m(V_2 \cdot \cos \beta + V_1)}{\Delta t} \quad (\text{方$$

向向上)

【2】桌球與拍面的摩擦力 f ，靜摩擦係數 μ ，則 $f = \mu \cdot N$ (方向向右)

【3】摩擦力在接觸面造成的力矩 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{f} = I \cdot \vec{\alpha} = I \cdot \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$

2. 計算：

【1】恢復係數： $e = \frac{(\text{反彈速度})_{\perp}}{(\text{入射速度})_{\perp}} = \frac{V_2 \cdot \cos \beta}{V_1}$

【2】由直線方程式 L_1 、 L_2 、 L_3 ，計算「橫向位移」 $d = \text{截距} + r \cdot \tan \beta$
其中：截距為 L_1 ， L_2 與 L_3 交點的距離。

【3】拍面水平移動速度 V_b ，則桌球與拍面接觸時距 $\Delta t = \frac{d}{V_b}$ 。

【4】桌球與拍面摩擦力 $f = \frac{I \cdot \alpha}{r} = \frac{2}{3}m \cdot r \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$

【5】桌球與拍面的靜摩擦係數 μ

$$\mu = \frac{f}{N} = \frac{\frac{2}{3}m \cdot r \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}{mg + \frac{m(V_2 \cdot \cos\beta + V_1)}{\Delta t}} = \frac{2}{3}r \cdot \frac{\Delta\omega}{g \cdot \Delta t + (V_2 \cdot \cos\beta + V_1)}$$

陸、拍攝照片說明

1. 桌球以「快球」、「慢球（自由落體）」的速度入射。拍面水平移動速度

有「快拍」、「慢拍」2種。共有： $\begin{bmatrix} \text{球快速} \\ \text{球慢速} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{拍面快} \\ \text{拍面慢} \end{bmatrix} = 2 \times 2 = 4$ 種組合

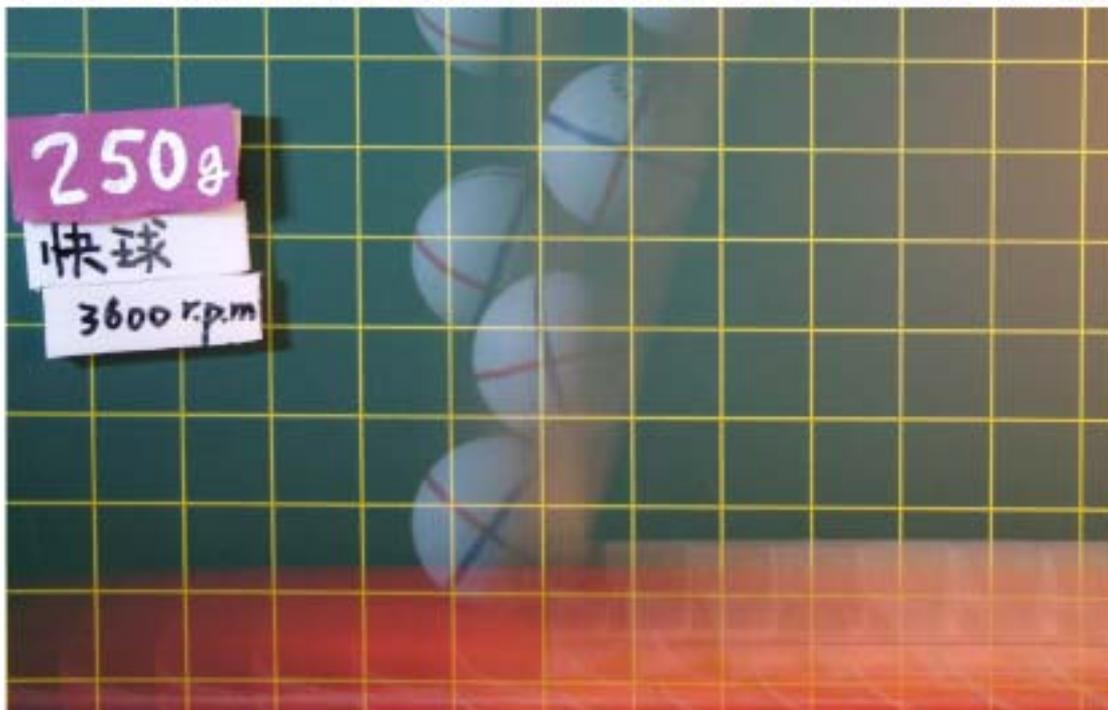
其中：球慢速：為垂直高度 72 cm，桌球自由落下。

2. 用 Fuji S602 數位相機拍攝碰撞瞬間，感光度 400，相鄰兩球間隔時距

$$\Delta t_f = \frac{1}{60} \text{ 秒。}$$

EXP10-018：球快速、拍面快，碰撞瞬間（光圈：4.67，快門：1/4 秒，焦距：13 mm）

檔名:EXP10-018.JPG ISO:400 SS:1/4s ET:1/4s EV:0EV FN:F5.0 光圈:F4.67 FL:13mm



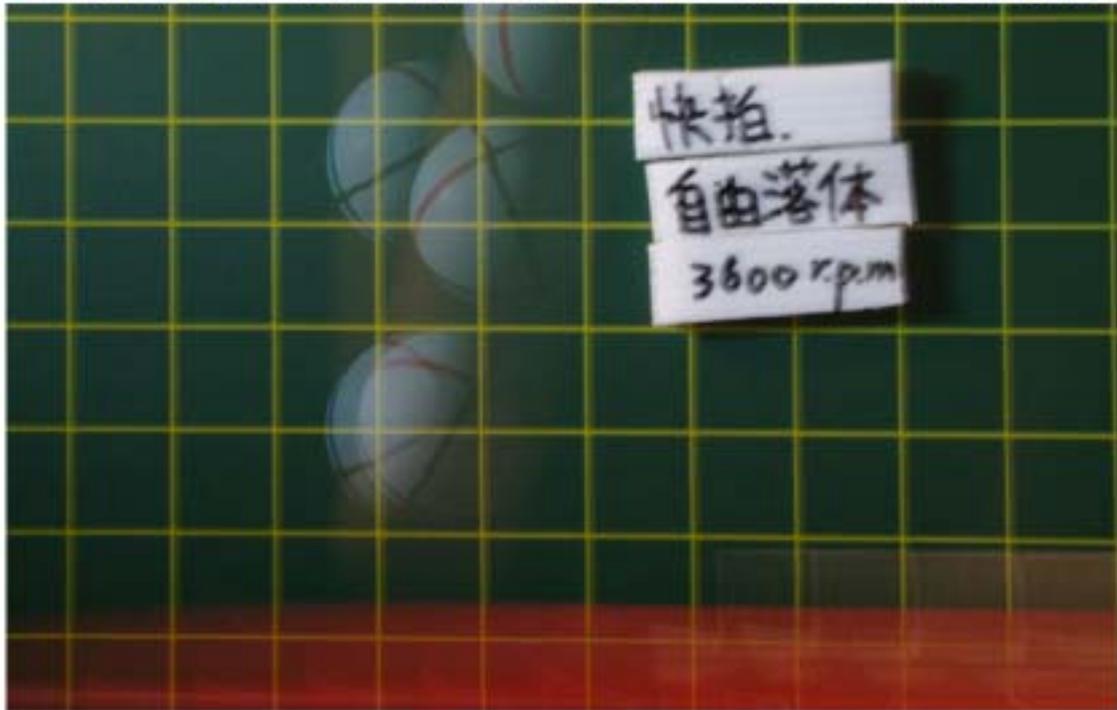
EXP10-039：球快速、拍面慢，碰撞瞬間（光圈：4.67，快門：1/4 秒，焦距：13 mm）

檔名:EXP10-039.JPG ISO:400 SS:1/4s ET:1/4s EV:0EV FN:F5.0 光圈:F4.67 FL:13mm



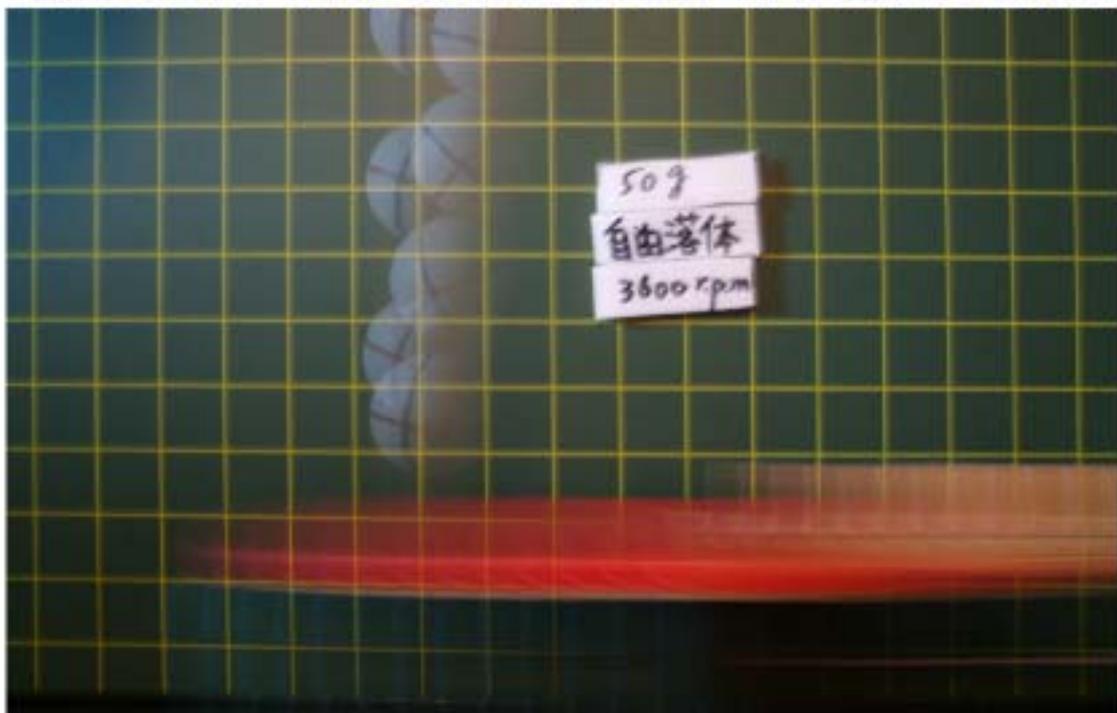
EXP9-107：球慢速、拍面快，碰撞瞬間 (光圈：6，快門：1/5 秒，焦距：15 mm)

檔名:EXP9-107.JPG ISO:400 SS:1/5s ET:1/5s EV:0EV FN:F8.0 光圈:F6.0 FL:15mm



EXP9-116：球慢速、拍面慢，碰撞瞬間 (光圈：6，快門：1/5 秒，焦距：10 mm)

檔名:EXP9-116.JPG ISO:400 SS:1/5s ET:1/5s EV:0EV FN:F8.0 光圈:F6.0 FL:10mm



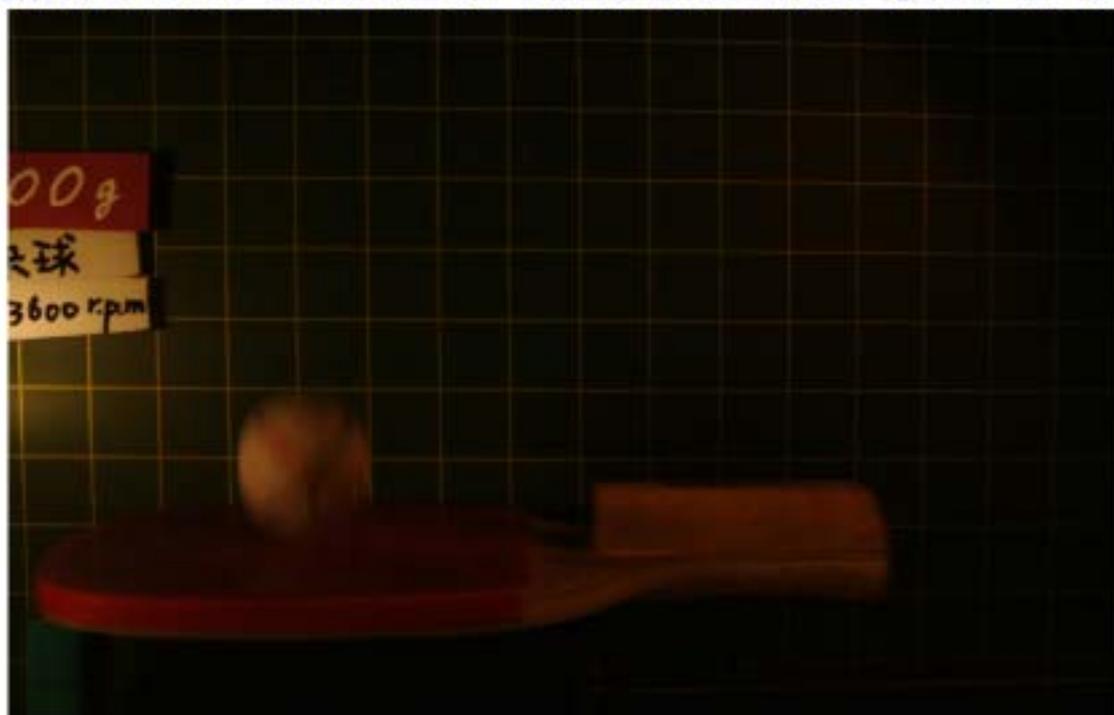
EXP9-043：球快速、拍面快，反彈軌跡 (光圈：3，快門：1/4 秒，焦距：98 mm)

檔名:EXP9-043.JPG ISO:100 SS:1/4s EV:0EV FN:F2.8 光圈:F3.0 FL:98mm

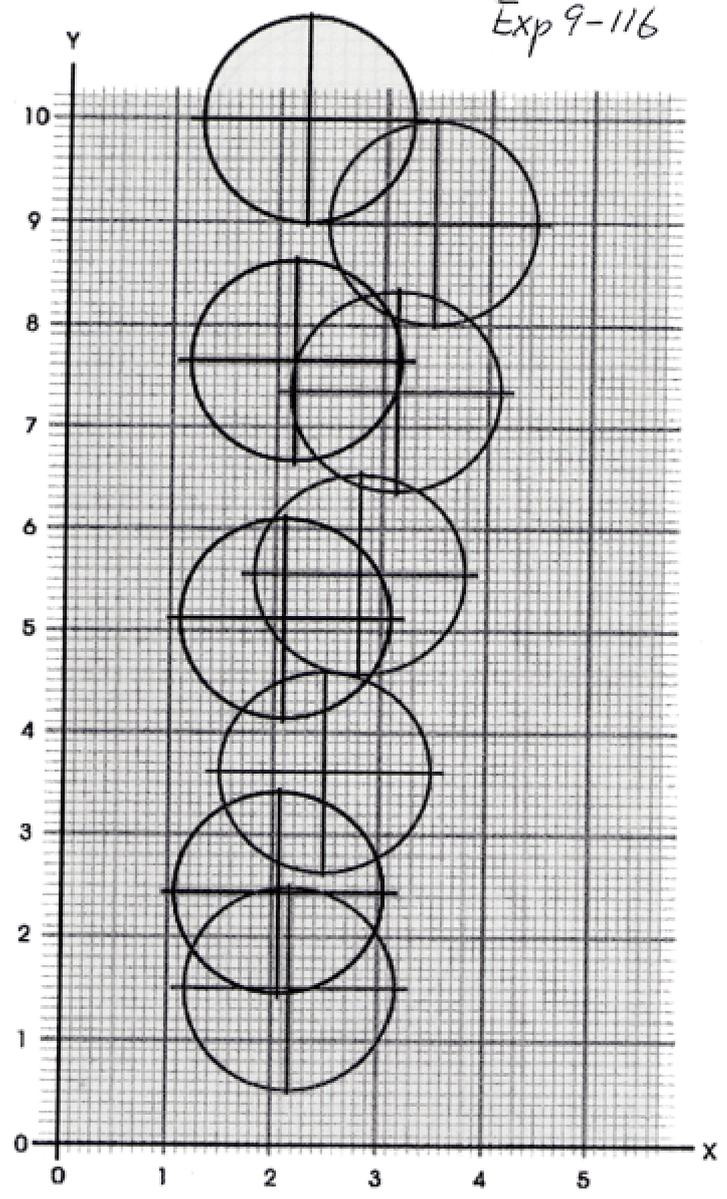


EXP10-101：碰撞一瞬間，球模糊了 (光圈：3，快門：1/320 秒，焦距：10 mm)

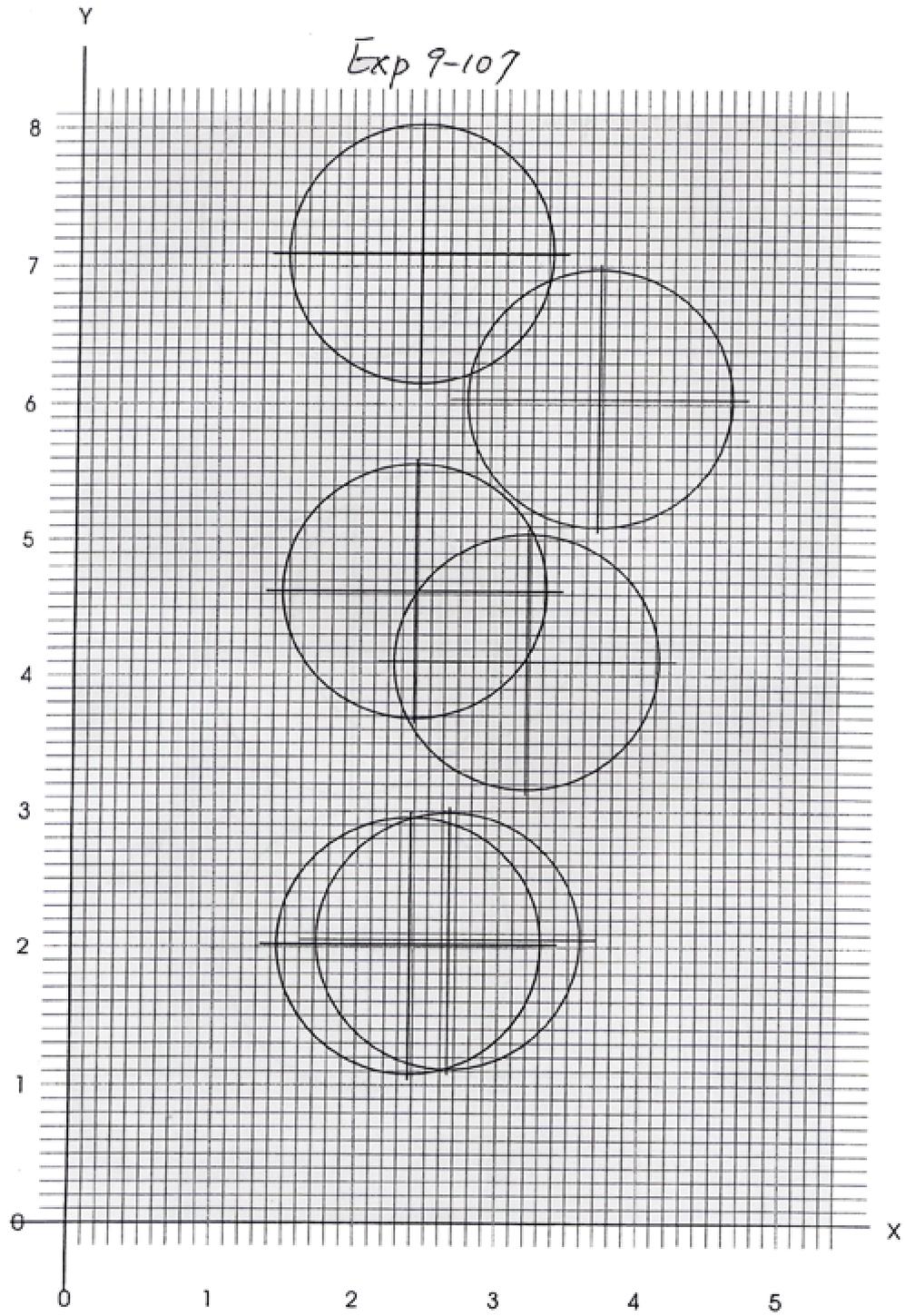
檔名:EXP10-101.JPG ISO:400 SS:1/320s ET:1/320s EV:0EV FN:F2.8 光圈:F3.0 FL:10mm



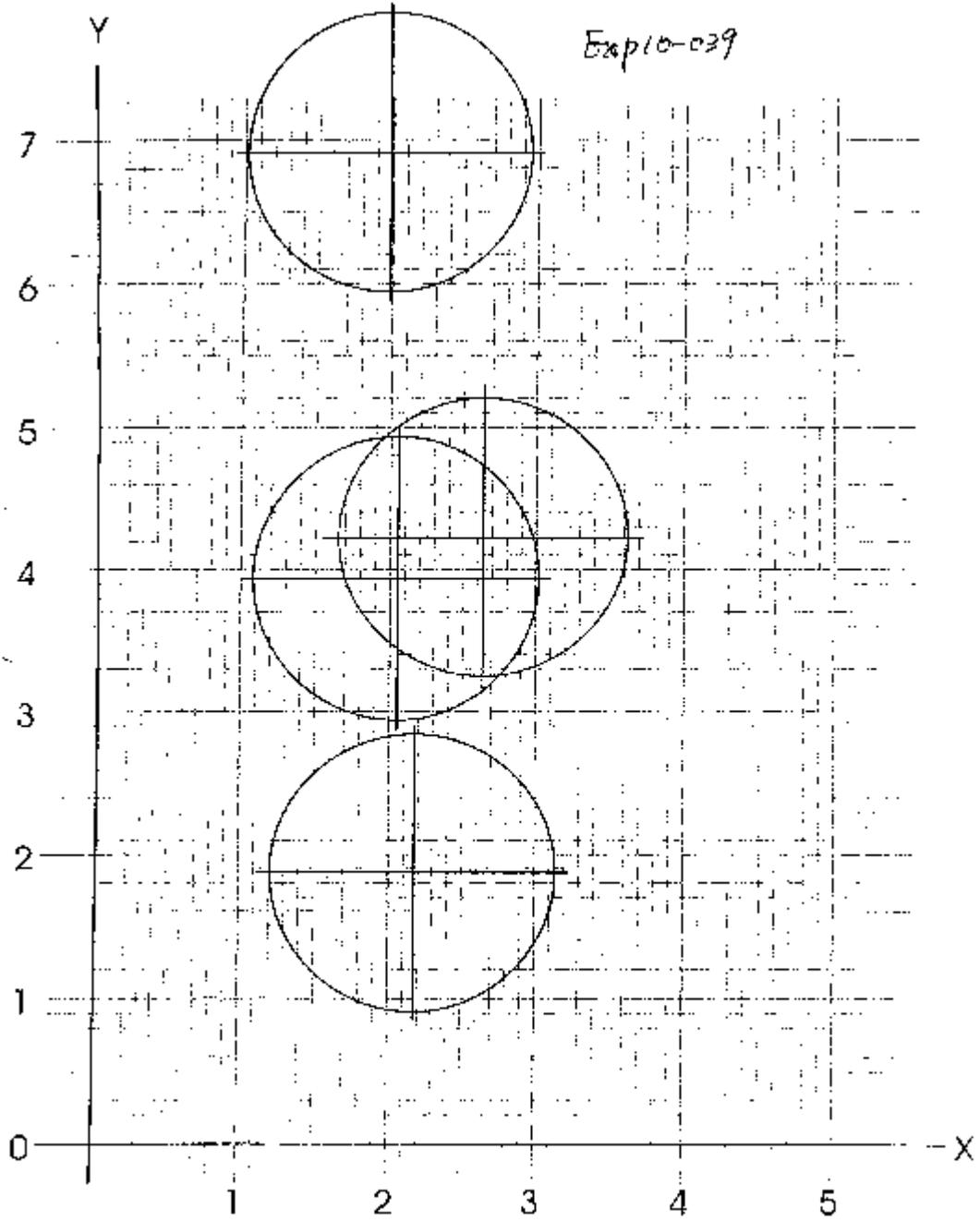
Exp 9-116



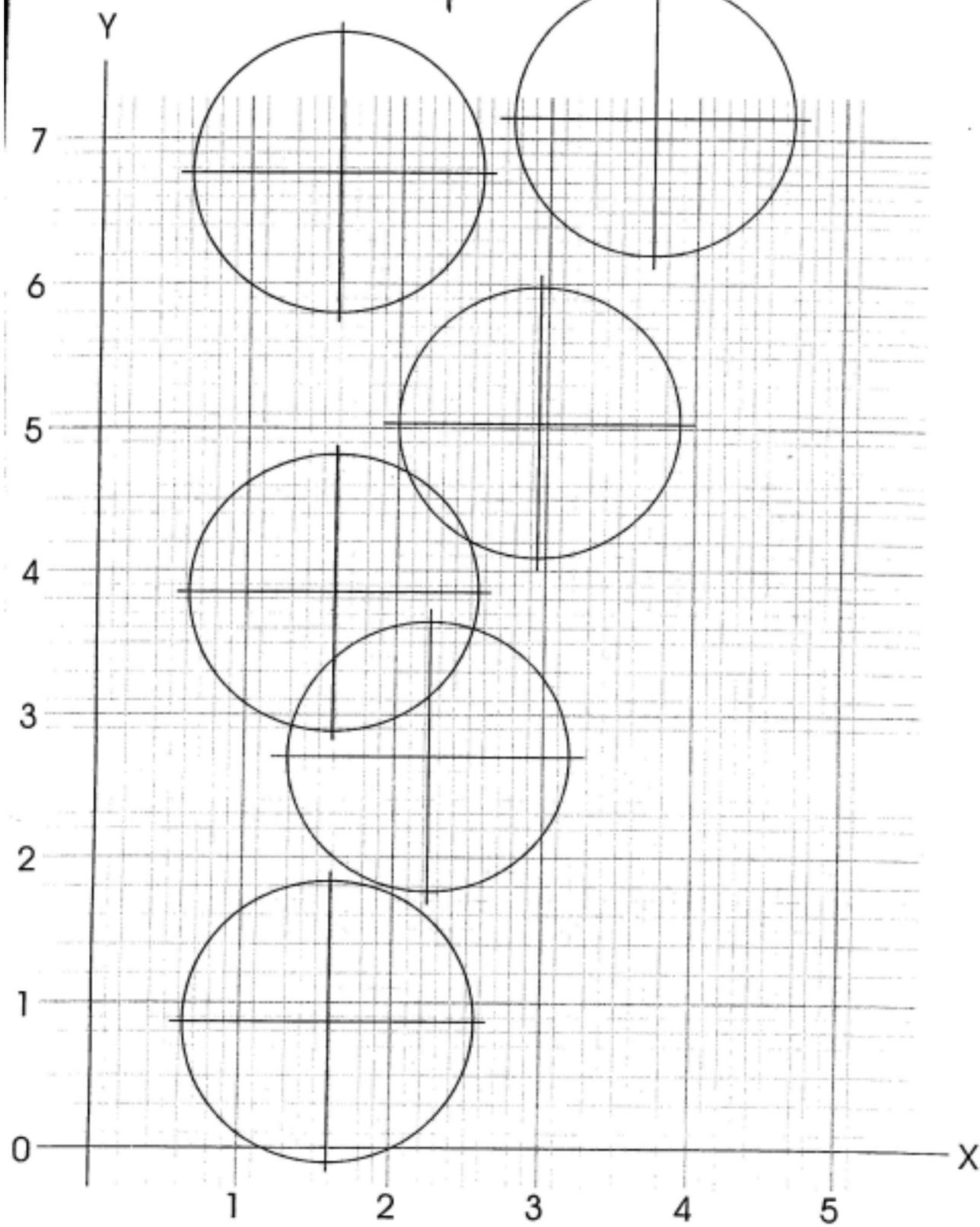
Exp 9-107



Exp 10-039



Exp10-018



實驗數據：

檔案編號	EXP9-116	EXP9-107	EXP10-039	EXP10-018	EXP9-014
實驗記錄	慢拍，慢球	快拍，慢球	慢拍，快球	快拍，快球	拍面不動
A 球座標(X_a, Y_a) 枚	(4.1, 6.12)	(2.38, 4.62)	(3, 5.92)	(3.54, 3.85)	(2.9, 4.88)
B 球座標(X_b, Y_b) 枚	(4.1, 3.48)	(2.38, 2.02)	(3, 2.92)	(3.54, 0.82)	(2.9, 1.88)
C 球座標(X_c, Y_c) 枚	(4.18, 2.53)	(2.65, 2.05)	(3.18, 0.85)	(4.2, 2.7)	(2.9, 1.88)
D 球座標(X_d, Y_d) 枚	(4.48, 4.61)	(3.18, 4.1)	(3.64, 3.2)	(4.93, 5.03)	(2.9, 3.98)
$\overrightarrow{BA} = (X_{ba}, Y_{ba})$	(0, 2.64)	(0, 2.6)	(0, 3)	(0, 3.03)	(0, 3)
$\overrightarrow{CD} = (X_{cd}, Y_{cd})$	(0.3, 2.08)	(0.53, 2.05)	(0.46, 2.35)	(0.73, 2.33)	(0, 2.1)
入射速度 V_1 (m/s)	4.02	3.96	4.57	4.62	4.57
反射速度 V_2 (m/s)	3.20	3.23	3.65	3.72	3.2
反射角 β (rad)	0.14	0.25	0.19	0.30	0
角位移 $\Delta \theta$ (deg)	32	53	35	57	0
角速度 $\Delta \omega$ (rad/s)	33.5	55.5	36.7	59.7	0
光電閘時距 Δt_g (s)	0.051	0.035	0.0516	0.0352	
拍面速度 V_b (m/s)	0.98	1.43	0.97	1.42	
L_1 方程式 (格)鉛 直	$X=4.1$	$X=2.38$	$X=3$	$X=3.54$	
L_2 方程式 (格)	$Y=7.43X-28.67$	$Y=3.87X-8.2$	$Y=5.11X-15.4$	$Y=3.19X-10.71$	
L_3 方程式 (格)水 平	$Y=0.8$	$Y=0.8$	$Y=0.8$	0.8	
橫向位移 d (m)	<0.00254	0.0038	0.0138	0.0114	
接觸時距 Δt (s)	?	0.0027	0.0142	0.0080	
恢復係數 e	0.79	0.79	0.78	0.77	0.7
摩擦力 f (N)	0.08	0.13	0.09	0.14	
靜摩擦係數 μ	0.062	0.104	0.059	0.097	

柒、討論

1. 拍攝技巧

【1】側面用檯燈補光，則由「光跡」可判斷桌球運動軌跡。

【2】若物距 \gg 焦距，用大光圈 $f/6$ ，則拍攝光線可視為平行光，判讀球心座標時可減少像差。所拍照片座標格線幾乎直線、正交，照片每顆球影像，大小幾乎相同。

【3】若高速閃燈頻率超過 4000 r.p.m.，則許多影像彼此重疊難以判讀，若頻率低於 3000 r.p.m.，則影像間隔太大，桌球的影像數目太少，很難捕捉到桌球與拍面接觸瞬間的照片。因此本實驗固定高速閃燈頻率

$$3600 \text{ r.p.m.}, \Delta t_f = \frac{1}{60} \text{ 秒}。$$

2. 理論、誤差部分

【1】恢復係數 $e = \frac{(\text{反彈速度})_{\perp}}{(\text{入射速度})_{\perp}} = \frac{V_2 \cos \beta}{V_1} = \sqrt{\frac{\text{反彈高度}}{\text{入射高度}}}$ ，雖然桌球很輕，

但測量的時間很短，空氣阻力的影響可忽略，因此我們測量速度而不是高度。

【2】我們可精確判讀 0.1 格，相當於 0.00254 m ，若拍面速度 0.98 m/s ，能

測量最短時間為 $\frac{1}{385}$ 秒。於計算「慢拍、慢球」實驗的橫向位移 $d <$

0.00254 m ，小於誤差，無法量出接觸時距。

3. 測量技巧

【1】固定閃燈頻率 3600 r.p.m.，則桌球相鄰畫面的時距 $\Delta t_f = \frac{1}{60}$ 秒。數位

相機的曝光時距為 $\frac{1}{5}$ 秒，可拍到最多 12 個桌球瞬間位置，所以閃燈頻

率與相機的曝光時距可以信任。

【2】發射管內含推進活塞，噴射氣體先推進活塞，再壓縮管內的氣體推動桌球，

如此分段壓縮有下列優點：

①氣體壓縮桌球，桌球受力平均，不會造成旋轉。

②桌球射出後，活塞立刻阻絕氣體，使桌球不受噴射氣體影響。

③分段壓縮可控制氣體噴射量，使桌球每次落下速度幾乎相同。

捌、結論

1.關於拍面特性與實戰經驗：

【1】拍面通常註明 speed（反彈速度）、spin（旋轉）、control（接觸時間）的數值，平面膠面的特性是接觸面積大，摩擦力大。（#2，#3，#4）

【2】桌球入射速度越慢，則與拍面接觸時距越短，選手有 2 種選擇：

①正向擊球以增加接觸時間：增加正向力使球深陷拍面，則接觸時距將延長。

②橫向抽球可增加摩擦力：則反彈角 β 越大，桌球將快速旋轉。

經驗豐富的選手感覺球「黏」在拍面上，可靈活轉動拍面，決定「抽球」的軌跡。

2.關於理論計算：

- 【1】我們算出接觸時距 $\Delta t = \frac{1}{70} \sim \frac{1}{370}$ 秒，就固定相機快門為 $\frac{1}{320}$ 秒，果然拍到桌球接觸拍面瞬間模糊的位移（EXP10-101），證明我們的推算的接觸時距，數量級正確。
- 【2】在「快拍、快球」實驗中：拍面水平速度 $V_b = 1.42 \text{ m/s}$ ，與切線速度 $r \cdot \Delta\omega = 0.02 \times 59.7 = 1.19 \text{ m/s}$ 大約相等，可推論桌球與拍面接觸為「純滾動」。此時接觸點與拍面相對靜止，故為測量「靜摩擦係數 μ 」。
- 【3】所有球類以桌球最輕，速度最快，接觸時間最短，最難觀測。我們拍了上千張照片，精選清晰的 4 張作分析，也唯有數位攝影才能降低成本，可電腦影像處理，使判讀數據更精準，深具應用價值。

玖、參考資料

- #1.書目：「駭客動力學」P9-13，P9-25 曾永銘 編著 鼎茂圖書
- #2.「歡迎光臨徐老師桌球園地」網站 www.ilpp.com.tw/ilpp-index.htm
- #3. Nittaku 拍面，台灣經銷網站 http://home.kimo.com.tw/kirin_pingpong/
- #4. Butterfly 拍面介紹夾頁。

請置於版面右下方

高中組	物理科
國立大里高中	指導老師：黃詩翔、 戴旭華
作者姓名：王瑋婷、許家福、陳柏志、 李佩霞	

評語

碰撞問題是高中物理教學中重要的課題。牽涉摩擦力的碰撞是其重要的延伸。作者利用新型的數位像機對碰撞現象作記錄，並進行量化的分析，分析方法嚴謹，考慮周詳。另在發球的設計上，尤其巧思，是一件具創新性的作品。

若能在記錄方法上作進一步的改進，本作品可成爲非常好的教具。

