

中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

高中-地球科學科

科 別：地 球 科 學 科

組 別：高 中 組

作品名稱：逆向操作

關 鍵 詞：逆 行、海王星、彗 星

編 號：040509

學校名稱：

國立清水高級中學

作者姓名：

黃姝琳、王衍翔

指導老師：

周漢強、趙國鐘



摘要

崔頓為海王星的一顆衛星，他不尋常的軌道使它成為受人注目的焦點，而崔頓的形成原因也成為具有爭議性的問題。

根據太陽系中行星及衛星資料的比較發現，崔頓在大小方面與其他大型衛星相比並沒有什麼特別的地方，但是由於崔頓的逆行軌道及它與海王星之間密度的差異，我們推論崔頓目前繞行海王星的狀態並不是和整個太陽系一起形成的。於是我們以電腦程式模擬一些路過海王星的星體，以觀察星體被海王星所捕獲的可能性，結果顯示若將崔頓模擬成太陽系中的彗星，則被捕獲的機率可以說是沒有，但如果模擬成一顆小行星，且行進的方向與海王星相同時，愈靠近海王星愈容易被捕獲；再加上崔頓的質量與體積遠遠大過於彗星及其他逆行的衛星(常被認為是來自柯伊伯雲帶的彗星)，因此我們推論崔頓可能原本是一顆繞著太陽公轉之小行星，行經海王星時，被海王星所捕獲。

當然，崔頓還有許多其他可能的成因，期待未來能有機會，能再做更進一步的探討。

一、 研究動機

在太陽系中,大部分的星體都依循著逆時針方向公轉及自轉,但並非所有星體都是如此,其中有少部分星體有著異於常人的行為(順時針方向運轉),像是水星的順時針公轉以及木星的衛星-安克(Ananke)、卡爾密(Carme)、派西斐(Pasiphae)、西諾培(Pinope)、土星的衛星-拂培(Phoebe)和海王星的衛星-崔頓(Triton),則是順時針公轉。在一般皆然的情況下,若出現了少數的異常者,這不禁令人起疑,是何種原因而導致如此的結果。在這些逆行的星體當中,又屬崔頓最為怪異,包括它的質量、大小、乃至於組成成分,種種的跡象似乎都暗示著崔頓的成因並不單純,究竟是什麼原因造成了如此的現象?這是我們所好奇的!

二、 研究目的

到底崔頓有著什麼不為人知的過去?它究竟來自何處?又是如何形成?這些問題都是我們本次研究所希望探討的內容,我們的研究目的有:

1. 崔頓與太陽系中其它的衛星有何不同?
2. 崔頓是不是有異於太陽系中其他逆行衛星之處?
3. 崔頓和冥王星,甚至是彗星之間的相似究竟是巧合,還是另有關係?
4. 利用電腦程式模擬,探討崔頓可能的成因。

三、 研究背景

(一) 崔頓簡介

在希臘神話中,崔頓是一位海神,他是波士頓(Poseidon,海王星)之子,通常被描繪成具有人的頭和身體加上魚的尾巴,吹著海螺使海面上風平浪靜或是波濤洶湧。

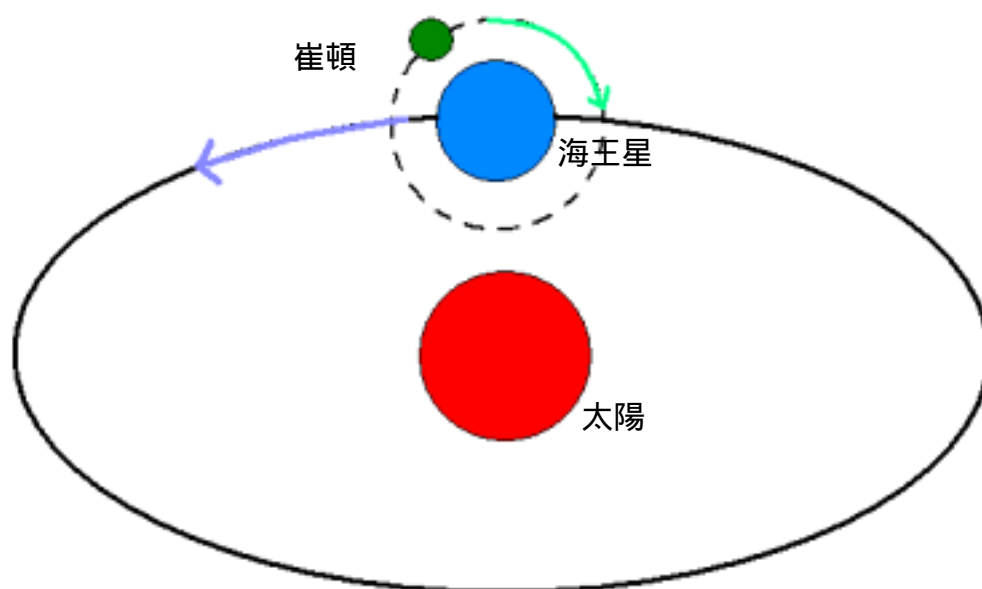


圖一 崔頓

崔頓是海王星的一顆衛星,是距離第二遠的衛星,太陽系中是最冷的星體,溫度在攝氏零下 240 度。另外,崔頓可能有 25%是由水結成的冰所組成,其餘的部份則是由岩石的材料所組成的。再加上它不尋常的軌道使它成為受人注目的焦點,崔頓的形成原因則成為具有爭議的問題。

（二）崔頓的軌道

如下圖二所示，海王星以逆時針方向繞著太陽公轉(紫色箭頭所示)，與太陽系大部分星體具有相同運轉方向。而崔頓是以順時針方向繞海王星公轉(綠色箭頭所示)，成為太陽系中少數逆行的星體，顯然與大不分星體不同。



圖二 崔頓運行軌道示意圖

四、 研究器材：

網際網路的資料查詢

個人電腦(P-4 1.5G , 256MB RAM)

Visual Basic 6.0 軟體

五、 研究方法

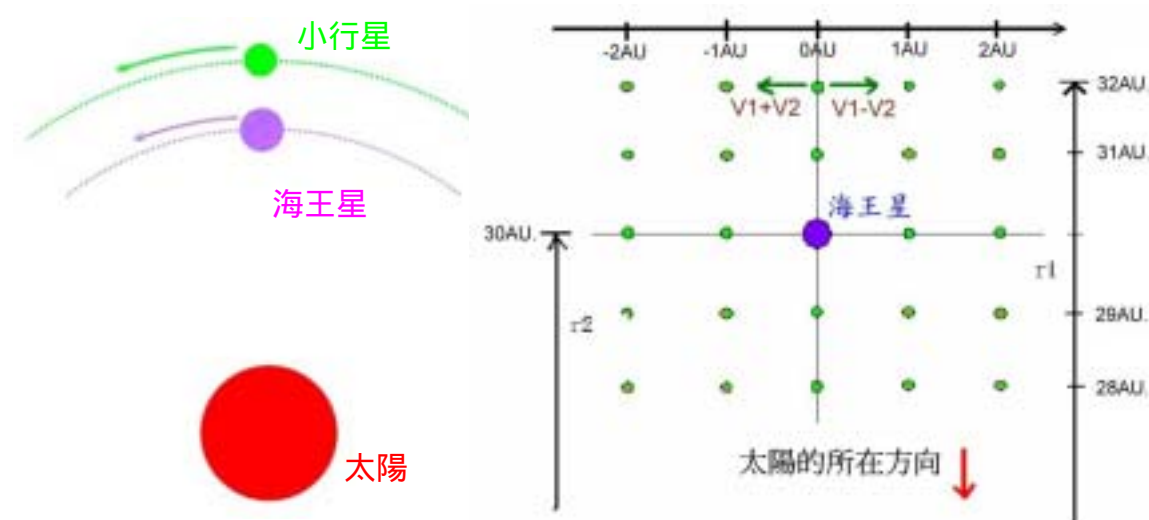
（一） 資料比較

1. 收集崔頓與海王星的基本資料與性質，以及太陽系中各行星與其衛星之相對關係，並加以比較。
2. 比較崔頓太陽系中所有逆行衛星的體積、質量大小，以及相對其母星的質量比例關係。
3. 比較彗星與崔頓在組成成分與大小之間的關係。
4. 比較崔頓與冥王星的組成成份與大小以及兩者之間軌道的關聯性。

(二) 程式模擬

1. 模擬崔頓原本是一顆路過海王星的小行星，觀察其是否會被海王星捕獲的過程。

在這個程式中，我們將崔頓模擬成一顆路過海王星的小行星（如下圖三），在海王星附近設 20 個點，作為小行星路過海王星時的位置。而海王星的位置則是距太陽 30AU. 的圓形軌道上。



圖三 程式模擬一

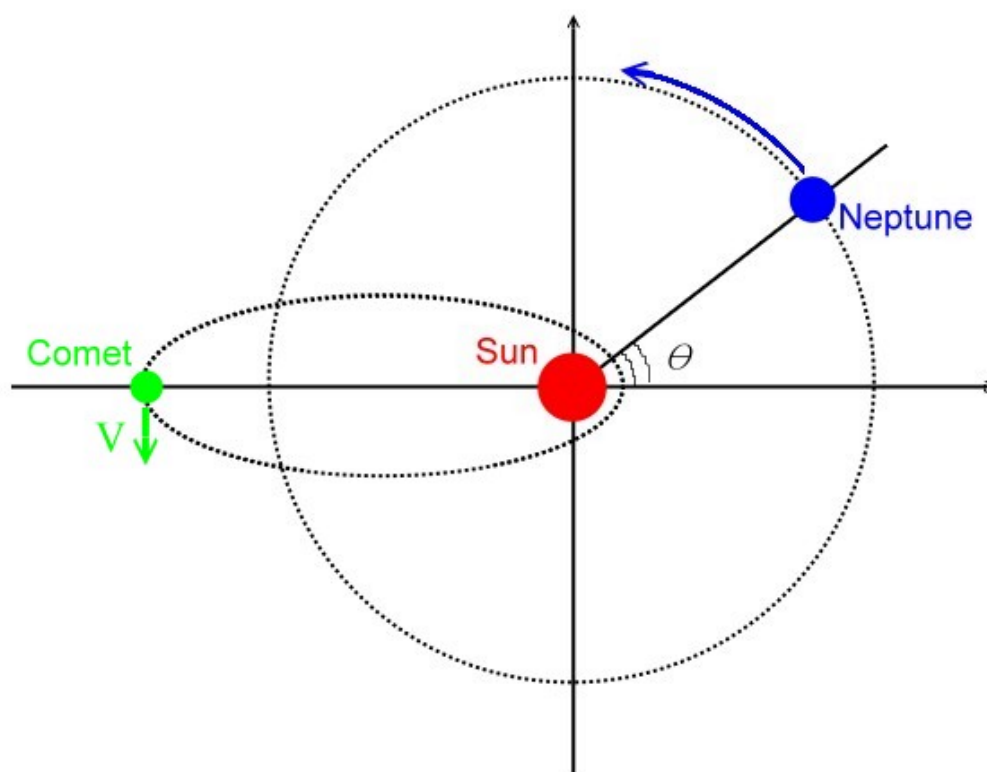
小行星及海王星的速度則是利用萬有引力求出，小行星速度 $V_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$ (G 為重力常數, M 為太陽質量, r_1 參閱上圖三), 海王星速度 $V_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}}$ ($r_2 = 30\text{AU}$). 為了方便觀察小行星被捕獲的過程，因此將海王星固定，採相對運動的觀察方式，若小行星的運動方向與海王星相反，則小行星除了本身的速度外，還必須加上海王星的速度，即 $V = V_1 + V_2$ 。若小行星的運動方向與海王星相同，小行星須將本身的速度扣除海王星的速度，即 $V = V_1 - V_2$ 。

原始程式碼請參閱附件一，程式使用說明請參閱附件二，程式下載網址：
<http://bbs.cshs.tcc.edu.tw/triton1.exe>

2. 模擬崔頓原本是一太陽系中的一顆彗星，觀察其是否會被海王星捕獲的過程。

程式中，將太陽固定不動，綠色點為彗星的出發位置，並分別以哈雷彗星（Halley Comet）、奧伯斯彗星（Olbes Comet）及威斯特費爾彗星（Westphal Comet）作為此彗星的基本參數(表一)。

而海王星的位置則是在距太陽 30AU 的圓形軌道上，所以將海王星的出發位置設定如下圖，調整角度 θ ，便可改變海王星的出發位置，依其出發位置的不同觀察兩者相遇的狀況。



圖四 程式模擬二

彗星	週期 (年)	近日點 (AU)	遠日點 (AU)
Halley	76.0	0.587	35.30
Olbes	69.5	1.179	32.62
Westphal	61.9	1.261	30.03

表一 程式模擬二所用之彗星參數

原始程式碼請參閱附件三，程式使用說明請參閱附件四，程式下載網址：
<http://bbs.cshs.tcc.edu.tw/triton2.exe>

六、 研究結果

(一) 資料比較 一

1. 比較海王星-崔頓系統與太陽系中其他行星-衛星系統

比較海王星-崔頓與太陽系中其他行星和其最大衛星的半徑、質量、密度、相對大小以及軌道方向

	半徑(km)	質量(kg)	平均 密度 (g/cm ³)	軌道運行 方向	相對大小(衛星:行星)	
					體積	質量
Triton	1350	2.14×10^{22}	2.07	順時針	1:6000	1:5000
Neptune	24750	1.024×10^{26}	1.66	逆時針		
Moon	1738	7.34×10^{22}	3.3	逆時針	1:50	1:80
Earth	6378	6×10^{24}	5.52	逆時針		
Phobos	11.1	1.08×10^{16}	0.985	逆時針	1:300000000	1:600000000
Mars	3398	6.4×10^{23}	3.93	逆時針		
Ganymed	2631	1.48×10^{23}	1.94	逆時針	1:20000	1:10000
Jupiter	71492	1.9×10^{27}	1.33	逆時針		
Titan	2575	1.35×10^{23}	1.88	逆時針	1:10000	1:4000
Saturn	60268	5.7×10^{26}	0.7	逆時針		
Titania	788.9	3.49×10^{21}	1.7	逆時針	1:3000	1:25000
Uranus	25559	8.7×10^{25}	1.3	逆時針		
Charon	596	1.9×10^{21}	2.14	逆時針	1:7	1:7
Pluto	1150	1.3×10^{22}	2.03	逆時針		

表二 太陽系九大行星和其最大衛星的比較

- I. 除了 Earth 的衛星 Moon 與 Pluton 的衛星 Charon 在相對大小上特別大外及火星的衛星 Phobos 特別小外，崔頓何其他衛星在體積、質量方面並無太大的差異，最大只相差了十倍。
- II. 除了火星的衛星 Phobos 與 Pluto 的衛星 Charon 較小外，崔頓與其他衛星的絕對大小，均無太大差異。
- III. 在密度方面，只有 Pluto 與其衛星 CHaron 之間的密度相近外，其餘的行星與其衛星均有差異。
- IV. 表一中所有星體均以逆時針公轉，只有崔頓有著異於常人的軌道-順時針公轉。

2. 比較崔頓與太陽系中其他逆行衛星

比較崔頓與其他逆行衛星的半徑、質量、密度以及相對其母星的相對大小

衛星	崔頓	安克	卡爾密	派西斐	西諾培	拂培
行星	海王星	木星	木星	木星	木星	土星
與行星距離(km)	3.548×10^5	2.12×10^7	2.26×10^7	2.35×10^7	2.37×10^7	1.3×10^7
衛星半徑(km)	1350	15	20	25	18	110
行星半徑(km)	24750	71492	71492	71495	71492	60268
衛星質量(kg)	2.14×10^{22}	3.82×10^{16}	9.56×10^{16}	1.91×10^{17}	7.77×10^{16}	4.0×10^{18}
行星質量(kg)	1.024×10^{26}	1.9×10^{27}	1.9×10^{27}	1.9×10^{27}	1.9×10^{27}	5.7×10^{26}
平均密度(g/cm ³)	2.07	2.7	2.8	2.9	3.1	0.7
相對大小	體積	$1:6 \times 10^3$	$1:1.25 \times 10^{11}$	$1:4.55 \times 10^{10}$	$1:2.33 \times 10^{10}$	$1:6.4 \times 10^{10}$
	質量	$1:4.7 \times 10^3$	$1:5 \times 10^{10}$	$1:2 \times 10^{10}$	$1:10^{10}$	$1:1.25 \times 10^{10}$

表三 太陽系中逆行衛星的比較

- I. 絕對大小：崔頓的體積、質量遠遠大於其他逆行衛星
- II. 相對大小：崔頓相對於其母星的大小，在各逆行衛星中是非常巨大，並且是為一一顆。程式模擬

3. 比較崔頓與彗星

比較崔頓與彗星的半徑及組成成份

	崔頓	彗星
直徑(km)	2700	最大的有數百公里
成份	25%的冰、其餘由岩石組成、少量的 N ₂ 、CH ₄	50%的冰、其餘由 NH ₃ 、CH ₄ 、C、Si、Fe 組成

表四 崔頓與彗星的半徑及組成成份比較

由表可知崔頓和彗星的組成成份相當類似，都是由冰和少部分的氣體及固體所組成的。

4. 比較崔頓與冥王星及其衛星-開隆

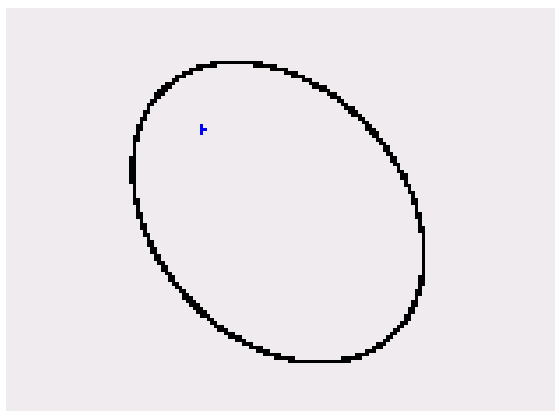
	崔頓	冥王星	開隆
半徑(km)	1350	1142	586
質量(kg)	2.14×10^{22}	1.27×10^{22}	1.9×10^{21}
平均密度(克/立方厘米)	2.07	2.03	2.14
自轉周期(地球日)	5.876854	6	無
軌道離心率(e)	0	0.248808	無
大氣成分	H ₂ 、CH ₄	H ₂ 、CH ₄	無

表五 崔頓與冥王星及其衛星-開隆的比較

- I. 崔頓和冥王星的體積、質量相當接近。
- II. 崔頓和冥王星的大氣組成成份相當類似。
- III. 崔頓、冥王星和開隆三者之間的密度相當接近。

(二) 程式模擬

1. 模擬崔頓原本是一顆路過海王星的小行星，觀察其被捕獲的過程。



圖五 有被海王星捕獲



圖六 未被海王星捕獲

(圖中藍點為海王星，黑線為小行星軌跡)

- (1) 兩個星體運動方向相同 $\theta = 0^\circ$

r1	28AU.	29AU.	31AU.	32AU.
-2AU.	●	○	○	○
-1AU.	○	○	○	○
0AU.	○	○	○	○
+1AU.	○	○	○	○
+2AU.	●	○	○	●

“○”表示小行星有被海王星捕獲（如圖五）；

“●”表示小行星未被海王星捕獲（如圖六）。

表六 程式模擬一結果之一

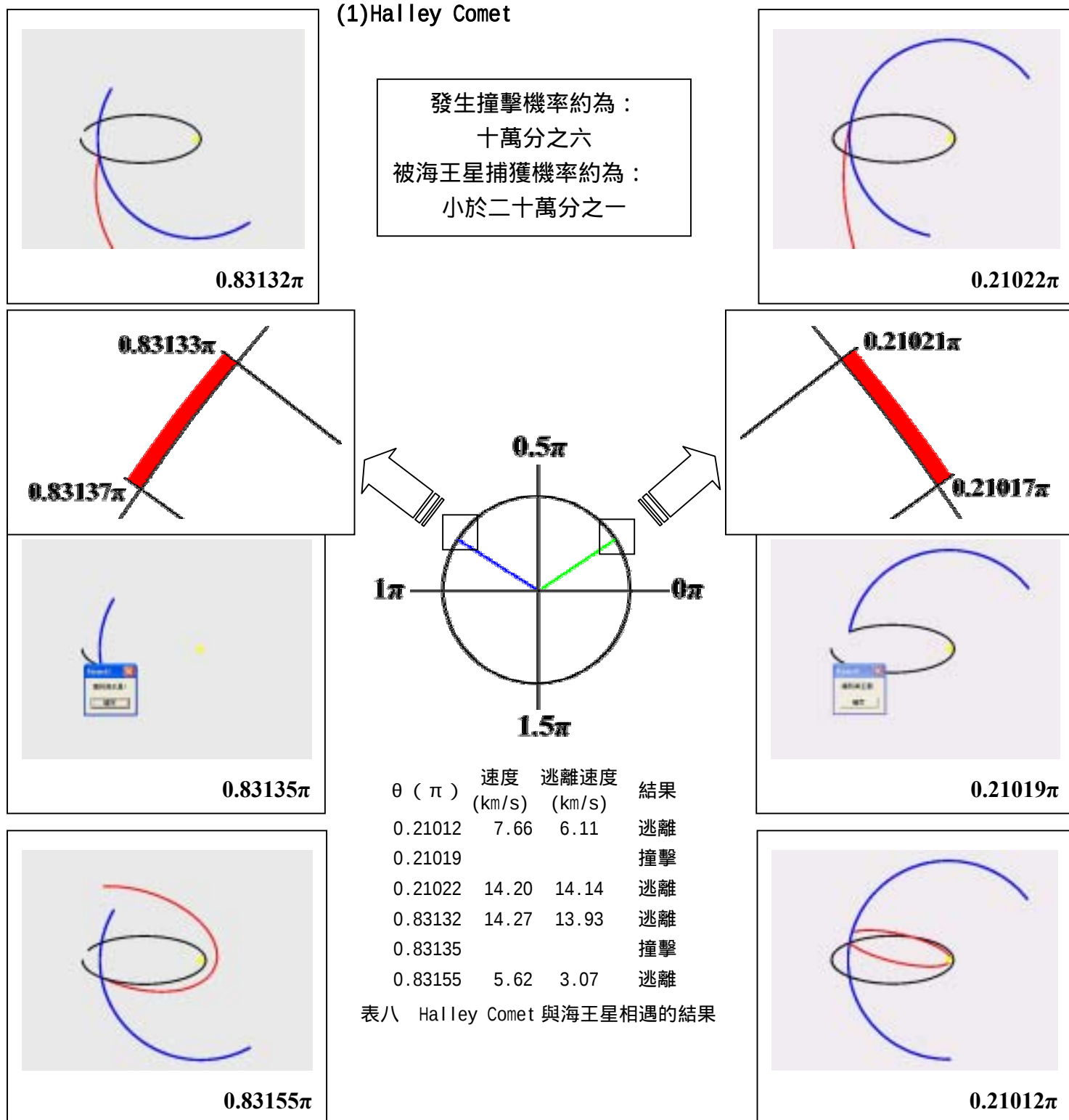
- (2) 兩個星體運動方向相反 $\theta = 180^\circ$

r1	28AU.	29AU.	31AU.	32AU.
-2AU.	●	●	●	●
-1AU.	●	●	●	●
0AU.	●	●	●	●
+1AU.	●	●	●	●
+2AU.	●	●	●	●

表七 程式模擬一結果之二

2. 模擬崔頓原本是在太陽系中運行的一顆彗星，觀察其經過海王星被捕獲的過程。

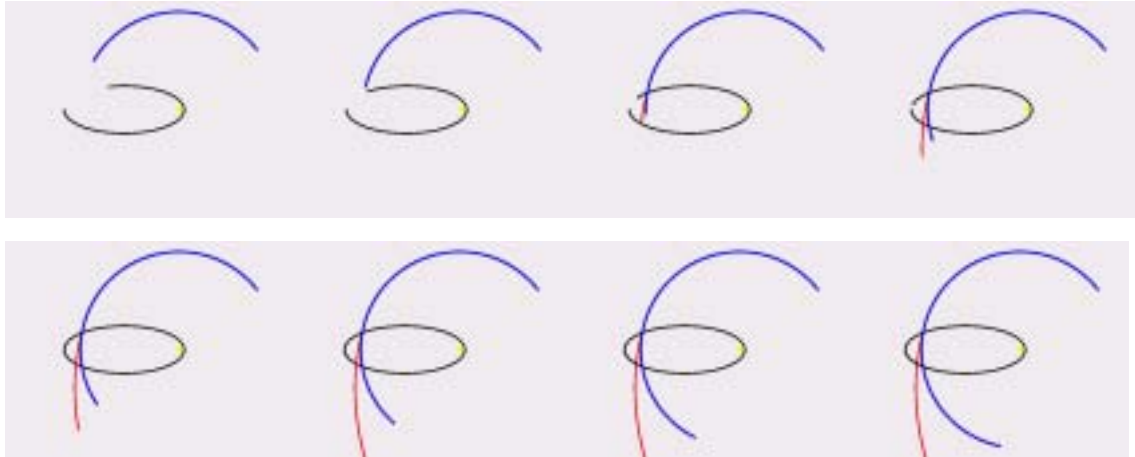
(1) Halley Comet



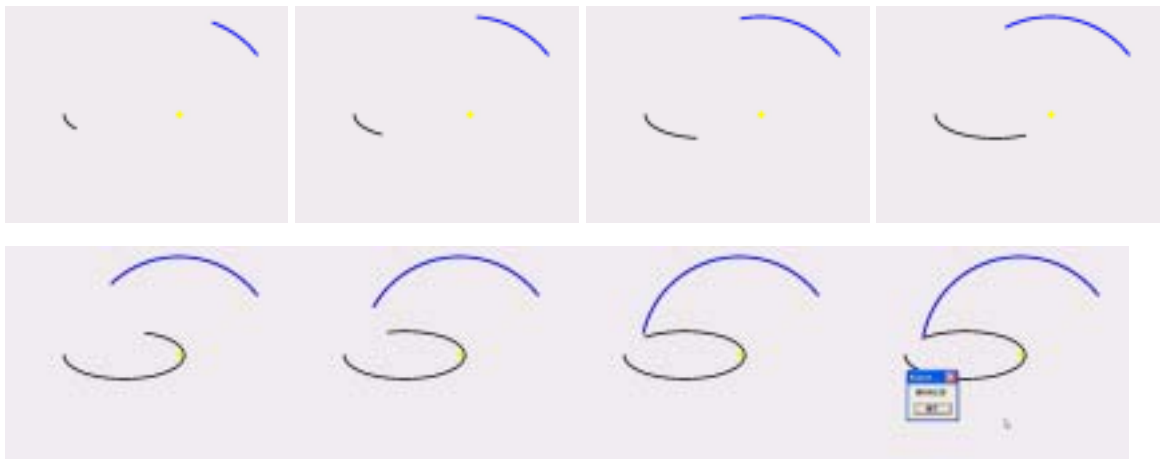
上圖中海王星的出發角度越趨近於粗紅線條所標示的角度範圍時，Halley 彗星越容易受海王星引力影響而產生新軌道或撞擊，如左右兩側的圖(說明：模擬圖中，黃色：太陽、藍色：海王星、紅色：受海王星引力影響的 Halley 彗星、黑色：如果沒有海王星經過時，Halley 彗星原本的路徑，紅、黑色做對照)。

Halley Comet 與海王星相遇的情況

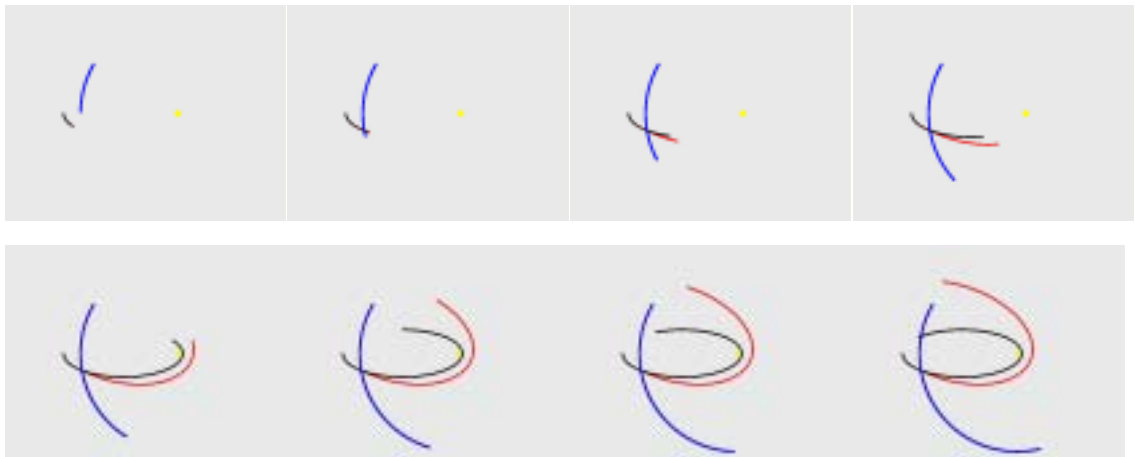
0.21022π



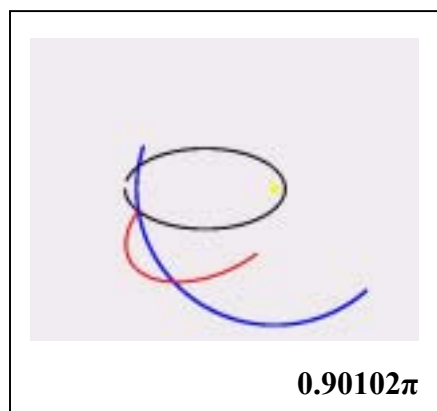
0.21019π



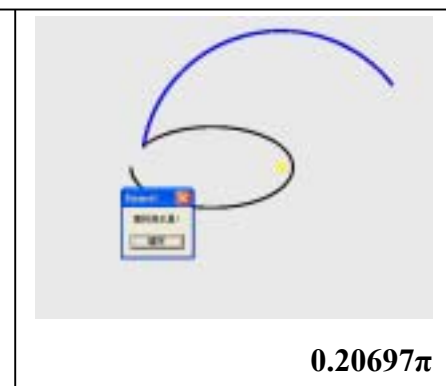
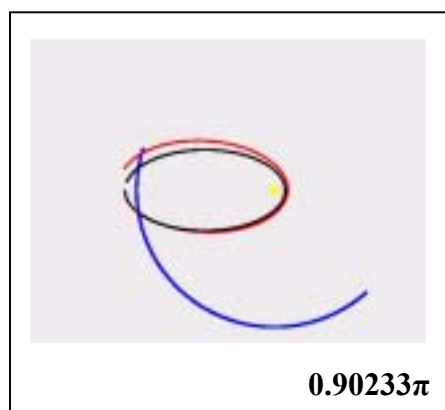
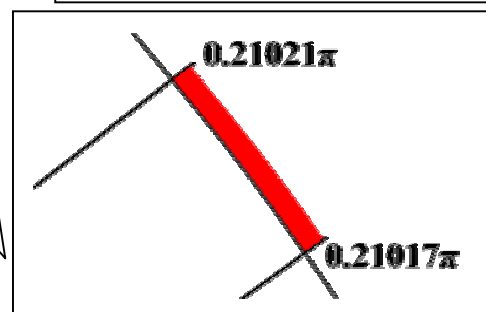
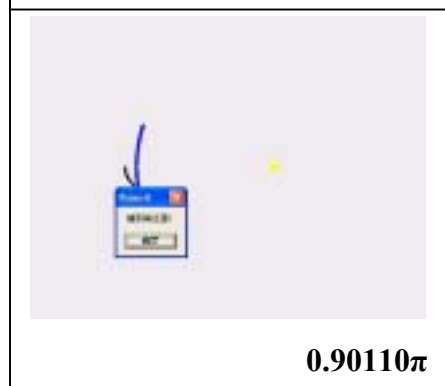
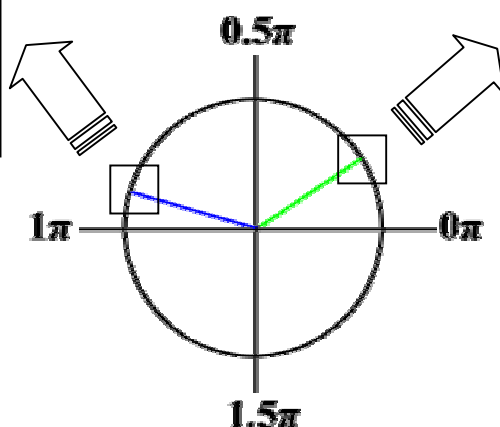
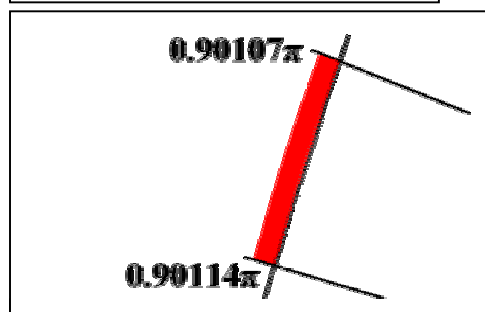
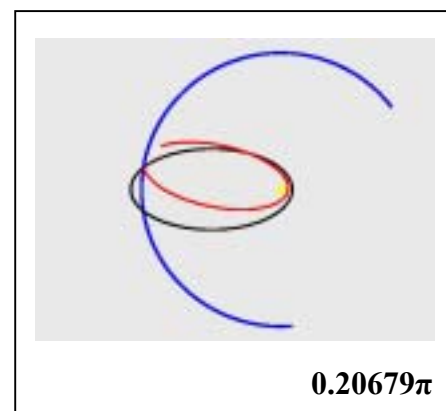
0.83155π



(2) Olbes Comet



發生撞擊機率約為：
萬分之一
被海王星捕獲機率約為：
小於二十萬分之一



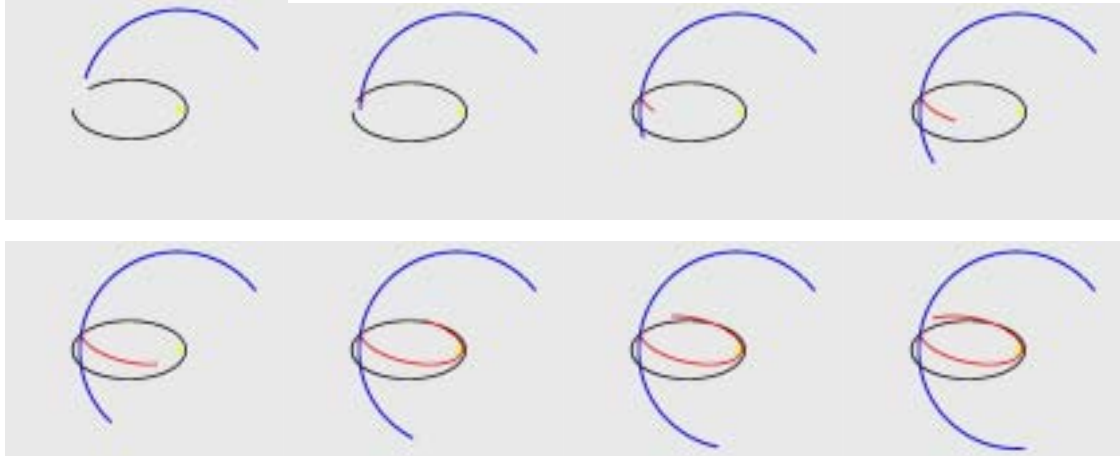
θ (π)	最近距離 (km)	速度 (km/s)	逃離速度 (km/s)	結果
0.20679	878422	5.48	3.94	逃離
0.20697				撞擊
0.20825	8619958	4.02	1.25	逃離
0.90102	304958	7.72	6.69	逃離
0.90110				撞擊
0.90233	8444670	4.07	1.27	逃離

表九 Olbes Comet 與海王星相遇的結果

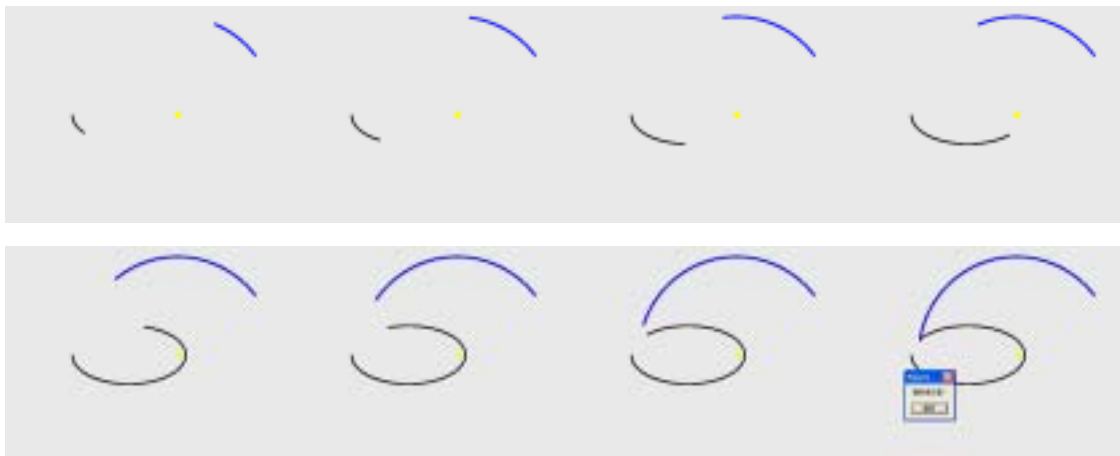
上圖中海王星的出發角度越趨近於粗紅線條所標示的角度範圍時，Olbes 彗星越容易受海王星引力影響而產生新軌道或撞擊，如左右兩側的圖(說明：模擬圖中，黃色：太陽、藍色：海王星、紅色：受海王星引力影響的 Olbes 彗星、黑色：如果沒有海王星經過時，Olbes 彗星原本的路徑，紅、黑色做對照)。

Olbes Comet 與海王星相遇的情況

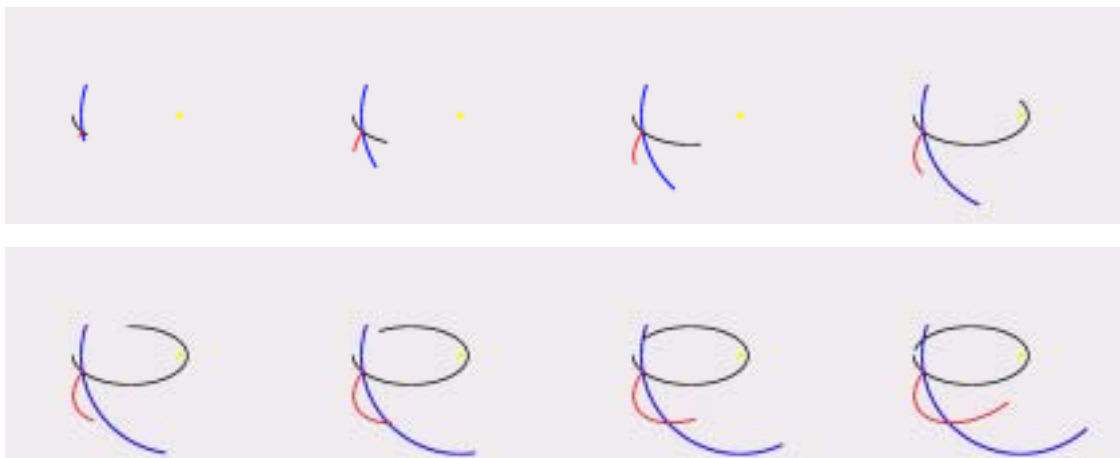
0.20679π



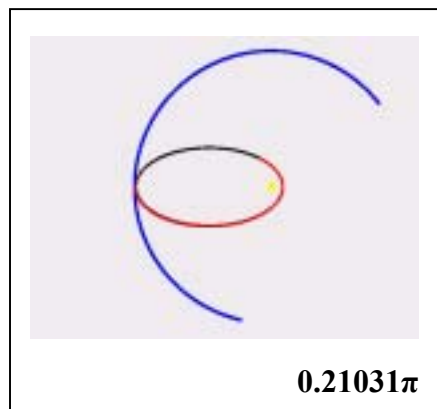
0.20697π



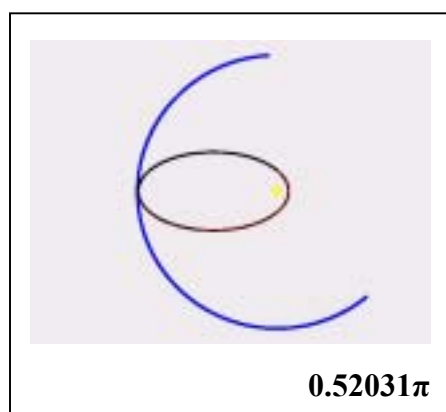
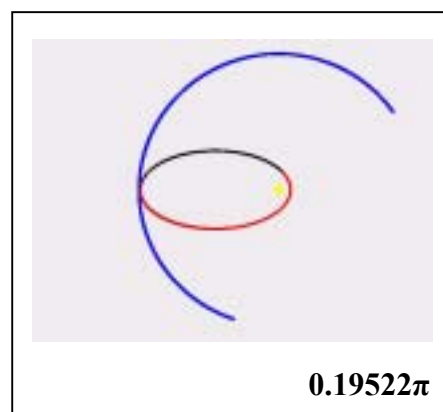
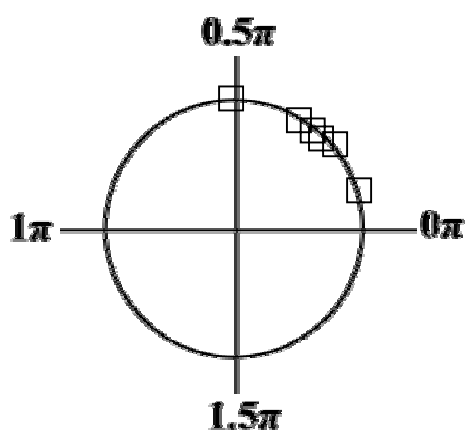
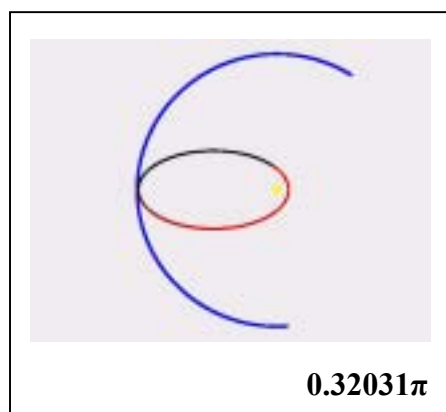
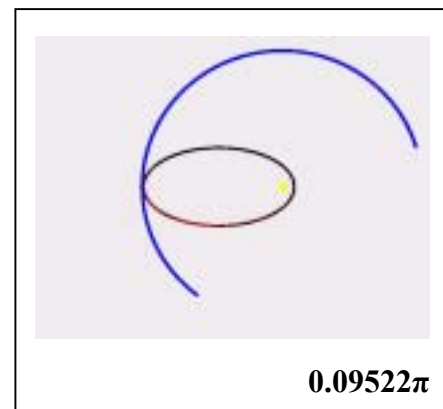
0.90102π



(3) Westphal Comet

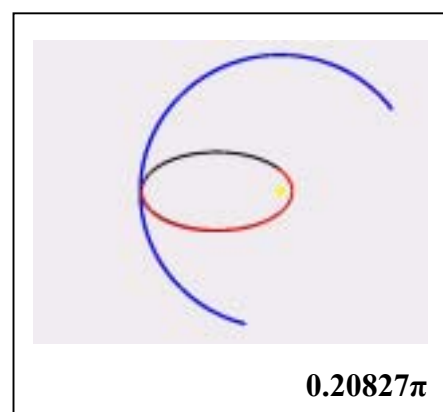


發生撞擊機率約為：
小於二十萬分之一
被海王星捕獲機率約為：
小於二十萬分之一



θ (π)	最短距離 (km)	速度 (km/s)	逃離速度 (km/s)	結果
0.09522	605751026	4.10	0.15	逃離
0.19522	46811221	3.33	0.54	逃離
0.20827	37961727	3.33	0.60	逃離
0.21031	38178619	3.33	0.59	逃離
0.32031	59593773	4.10	0.15	逃離
0.52031	2577839855	7.52	7.28	逃離

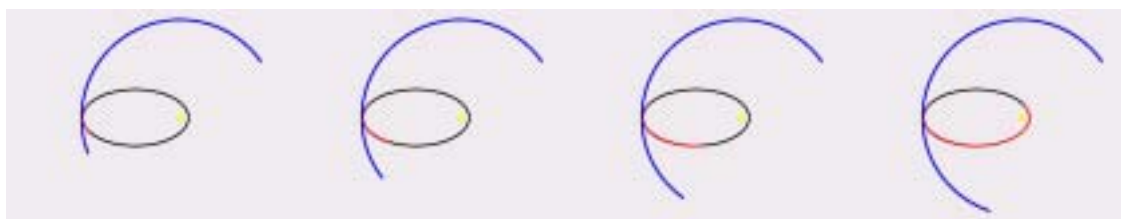
表十 Westphal Comet 與海王星相遇的結果



上圖中海王星的出發角度越趨近於粗紅線條所標示的角度範圍時, Westphal 彗星越容易受海王星引力影響而產生新軌道或撞擊, 如左右兩側的圖(說明: 模擬圖中, 黃色: 太陽、藍色: 海王星、紅色: 受海王星引力影響的 Westphal 彗星、黑色: 如果沒有海王星經過時, Westphal 彗星原本的路徑, 紅、黑色做對照)。

Westphal Comet 與海王星相遇的情況

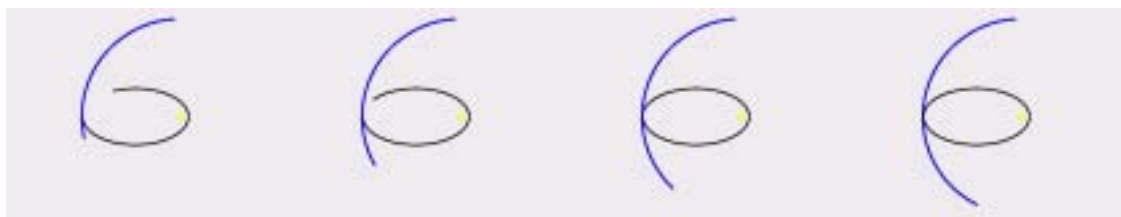
0.019522π



0.21031π



0.52031π



七、討論與結論

1. 不尋常的衛星-崔頓

我們在太陽系行星與其最大衛星之間的比較中發現，在相對大小上除了 Earth 的衛星 Moon 與 Pluto 的衛星 Charon 特別大，還有火星的衛星 Phobos 特別小之外，事實上，崔頓與其他衛星的相對大小並無太大差異。不過也由於 Moon、Charon 以及 Phobos 相對於其行星的質量的異常，才使人懷疑它們的形成原因，像是 Moon 的碰撞說、Phobos 與 Charon 的撞擊說，排除了它們是和整個太陽系一起形成的可能性。而在絕對大小方面，太陽系中除了 Pluto 的衛星 Charon 與火星的衛星 Phobos 特別小之外，崔頓與其他衛星的絕對大小，均無太大差異。由以上兩種比較結果得知，崔頓在相對大小及絕對大小上與其它大型衛星相比並沒有什麼特別的地方。

但是從由表二可知，大型衛星中，崔頓是唯一一顆不是以逆時針方向公轉的衛星，相反地卻是以順時針方向繞海王星公轉。根據“太陽雲氣學說”（圖七）的說法，由於太陽系中的星體均從旋轉的雲盤中形成，如果太陽系中所有星體皆形成於太陽系初期，那麼必定具有相同的運轉方向，也就是逆時針方向，而且位在同一個平面上。若崔頓原本就與太陽系同時形成，那麼其公轉軌道應該是逆時針方向，因此崔頓公轉軌道的方向顯然與“太陽雲氣學說”的說法並不符。同時根據表一的結果顯示，崔頓與海王星兩者之間的密度相差 24%，意味著這兩者之間的組成成分可能不同，也代表著它們可能不是同時期所形成（事實上其它行星與衛星之間的密度也有著顯著的不同，暗示著它們可能也有不同的形成原因）。



圖七 太陽雲氣學說

因此根據以上的推論，我們認為崔頓目前繞行海王星的狀態並不是和整個太陽系的系統一起形成的。那麼，崔頓又是為何變成今天的模樣呢？它會不會是被海王星所捕獲而形成的？

2. 被海王星所捕獲

我們在比較了崔頓與其他逆行衛星之間的差異之後發現，木星與土星的質量皆非常大，相對地引力也就很大，所以較有可能捕獲到一些路過的小星體，而海王星的質量只為木星的 1/10，土星的 1/5，因此以海王星這樣的大小，要能捕獲一些路過星體的可能性則令人懷疑。

於是我們模擬崔頓為一顆路過海王星的星體，結果顯示(表六，表七)若星體的運動方向與海王星相同則愈靠近海王愈容易被海王星所捕獲，只有少部份因

距離較遠而無法被捕獲；若路過星體的運動方向與海王星相反，則由於兩者的相對速度太大，所以無論位置如何改變，都無法被海王星所捕獲。所以由以上兩種結果，我們整理出：行進方向與海王星相同，且愈靠近海王星的小行星愈容易被捕獲。可見得崔頓是有可能被海王星所捕獲。

根據崔頓與彗星的比較(表四)，崔頓和彗星的組成成份相當類似，都是由冰和少部分的氣體及固體所組成的。所以我們接著在第二個程式中將崔頓模擬成一顆彗星，只不過我們用了三個不同的彗星去嘗試，但呈現出來的結果只有三種(表八 表十)：掠過海王星、撞上海王星或是被海王星甩開，被捕獲的機率幾乎可以說是沒有。

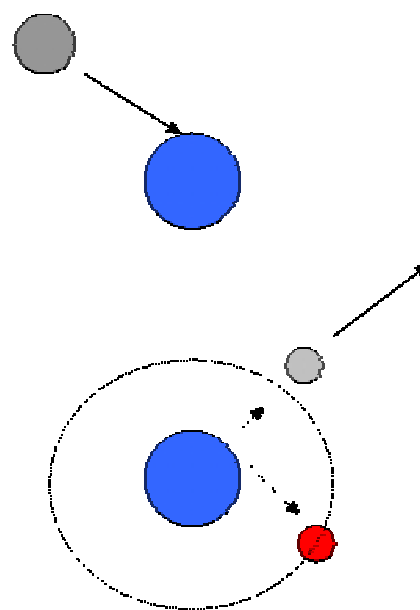
除此之外，我們也發現除了崔頓外，其他逆行衛星都具有一個共通點：衛星本身的體積、質量很小，而母星的體積、質量很大，也就是說其他逆行衛星無論體積或質量相對於母星均顯得非常小，而由於質量小的緣故，使得這些逆行的小衛星常被認為是科伊伯帶的星體(也就是彗星)，經過巨大行星(木星、土星)時被捕獲住的。然而崔頓的質量與體積遠遠大過它逆行衛星，有的相差數萬倍，甚至百萬倍，相較之下崔頓就顯得相當巨大。

由以上的討論，若將崔頓模擬成一顆彗星，則被捕獲的機率幾乎可以說是沒有。若模擬崔頓為一顆路過海王星的小行星，則有可能被海王星所捕獲，再加上崔頓的質量與體積遠遠大過於彗星及其他逆行的衛星，因此我們推論崔頓並不是一顆來自科伊伯帶的彗星，而是一顆繞著太陽公轉之小行星，行經海王星時，被海王星所捕獲。

3. 其它的可能

其實從在崔頓與冥王星的比較中(表五)，我們發現崔頓與冥王星具有以下相似的特質：體積、質量相當接近、大氣組成成份相當類似、密度相當接近，所以崔頓或許和冥王星有所關聯，所以我們曾經推測崔頓的形成還有另外幾種可能：

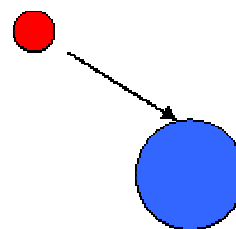
- (1)在開始時，崔頓或許與冥王星為同一顆星體(流浪在太陽系中)，之後與海王星發生了撞擊事件(如圖八)，而破碎成兩個部分，因撞擊角度的關係，一個成為崔頓，另一個則成為冥王星。也正因這次的撞擊事件造成崔頓逆行，而冥王星軌道的異常(開龍可能也是經由那次的撞擊事件而形成的)。



圖八

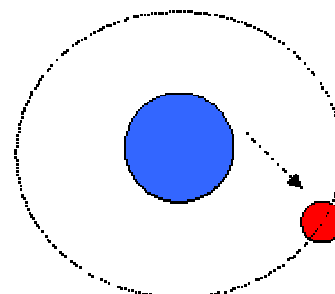
(2) 崔頓或許原為一顆太陽系中的流浪星體，在一次與海王星撞擊的事件中而形成的(如圖九)，與冥王星的相似或許只是一種巧合罷了！

但是礙於時間的緊迫，無法一一模擬以上幾種的可能性，而依據比較作出推測還未被證實，只能期待未來能有機會再進行此部份。



七、 結論

- (一) 崔頓在相對大小及絕對大小上與其它大型衛星相比並沒有什麼特別的地方。
- (二) 崔頓目前繞行海王星的狀態並不是和整個太陽系的系統一起形成的。
- (三) 具有逆行衛星的行星(木星，土星)質量都遠大於海王星。
- (四) 行進方向與海王星相同，且愈靠近海王星的小行星愈容易被捕獲。
- (五) 將崔頓模擬成一顆彗星，則被捕獲的機率幾乎可以說是沒有。
- (六) 崔頓可能原本是一顆繞著太陽公轉之小行星，行經海王星時，被海王星所捕獲。
- (七) 崔頓還有其他可能的成因，期待未來能有機會，再作更進一步的探討。



圖九

八、 參考資料

新世紀編輯小組(民 74)。彗星。台北：銀禾文化事業有限公司。
新世紀編輯小組(民 80)。太陽系。台北：銀禾文化事業有限公司。
曹謨 (民 85)。中山自然科學大辭典-天文學。台北：臺灣商務印書館。
李太楓譯(民 90)。物理學宇宙(上)。台北：明文書局。
王執明(民 90)。地球科學(下)。台北：龍騰文化出版。
王執明(民 88)。基礎地球科學。台北：龍騰文化出版。
林明瑞 (民 90)。物質科學-物理篇(上)。臺南：南一書局。
林明瑞 (民 91)。物質科學-物理篇(下)。臺南：南一書局。
主要衛星<http://www.geocities.com/fd9000/satellite.htm>
石頭城<http://bbs.cshs.tcc.edu.tw/geology/>

九、 附件

- (一) 程式模擬一原始程式碼
- (二) 程式模擬一使用說明
- (三) 程式模擬二原始程式碼
- (四) 程式模擬二使用說明

附件一 程式模擬一原始程式碼

```
Dim nm, g, cx, cy, cvx, cvy, dt, sm, meth, ddd, ccc, vx, vy, dismin As Double

Sub xy_data()
'設定彗星速度
Select Case meth
Case 1
For i = 0 To 3
If Option1(i).Value = True Then
cvx = -(g * sm / Option1(i).Caption / 150000000) ^ (1 / 2) - (-5.45125124684134)
cvy = 0
cy = (Option1(i).Caption - 30) * 150000000
Exit For
End If
Next i
Case 2
For i = 0 To 3
If Option1(i).Value = True Then
cvx = -(-(g * sm / Option1(i).Caption / 150000000) ^ (1 / 2) + (-5.45125124684134))
cvy = 0
cy = (Option1(i).Caption - 30) * 150000000
Exit For
End If
Next i
End Select

'設定彗星位置
For i = 0 To 4
If Option2(i).Value = True Then
cx = Option2(i).Caption * 150000000
Exit For
End If
Next i
End Sub

Private Sub Command1_Click()
dt = Val(Text1.Text)
Pic.Cls
Pic2.Cls
'設定彗星資料
xy_data
Pic.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic.Circle (0, 0), ddd, RGB(0, 0, 255)
Pic.FillColor = 0
Pic.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic2.Circle (0, 0), ddd, RGB(0, 0, 255)
Pic2.FillColor = 0
Pic2.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
Timer1.Enabled = True
dismin = 5 * 150000000
End Sub

Private Sub Command2_Click()
Timer1.Enabled = False
End Sub

Private Sub Command3_Click()
'列出逃離速度驗證
```

```

Cls
Form1.ForeColor = RGB(255, 0, 0)
Print Round((vx ^ 2 + vy ^ 2) ^ (1 / 2), 5)
Form1.ForeColor = RGB(200, 100, 0)
Print (2 * g * nm / dismin) ^ (1 / 2)
End Sub

Private Sub Form_Load()
Form1.Height = 9000
Form1.Width = 12000
Form1.AutoRedraw = True
Pic.AutoRedraw = True
Pic.Left = 3360
Pic.Top = 0
Pic.Height = 8535
Pic.Width = 8535
Pic.BackColor = RGB(233, 233, 233)
Pic.FillStyle = 0 '圖填滿
Pic2.AutoRedraw = True
Pic2.Left = 0
Pic2.Top = 0
Pic2.Height = 8535
Pic2.Width = 8535
Pic2.BackColor = RGB(233, 233, 233)
Pic2.FillStyle = 0 '圖填滿
Pic.Scale (-2000000, 2000000)-(2000000, -2000000)
Pic2.Scale (-4500000, 1000000)-(4500000, -8000000)
'太陽質量
sm = 2E+30
'海王星質量
nm = 1.024E+26
'重力場強度
g = 6.6732E-20
meth = 1
xy_data
ddd = 24764 / 2
ccc = 2000
Pic.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic.Circle (0, 0), ddd, RGB(0, 0, 255)
Pic.FillColor = 0
Pic.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic2.Circle (0, 0), ddd, RGB(0, 0, 255)
Pic2.FillColor = 0
Pic2.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
dismin = 5 * 150000000
End Sub

Private Sub Option10_Click()
'設定 Pic2 解析
Pic2.Cls
Pic2.Scale (-1900000, 1000000)-(100000, -1000000)
ddd = 27464 / 3
ccc = 500
Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic2.Circle (0, 0), ddd, RGB(0, 0, 255)
Pic2.FillColor = 0
Pic2.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
End Sub

```

```

Private Sub Option11_Click()
'設定 Pic2 解析
Pic2.Cls
Pic2.Scale (-100000, 1000000)-(1900000, -1000000)
ddd = 27464 / 3
ccc = 500
Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic2.Circle (0, 0), ddd, RGB(0, 0, 255)
Pic2.FillColor = 0
Pic2.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
End Sub

Private Sub Option3_Click()
meth = 1
End Sub
Private Sub Option4_Click()
meth = 2
End Sub
Private Sub Option7_Click()
Pic2.Visible = False
End Sub
Private Sub Option8_Click()
Pic2.Visible = True
End Sub

Private Sub Option9_Click()
'設定 Pic2 解析
Pic2.Cls
Pic2.Scale (-4500000, 1000000)-(4500000, -8000000)
ddd = 24764 / 2
ccc = 2000
Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic2.Circle (0, 0), ddd, RGB(0, 0, 255)
Pic2.FillColor = 0
Pic2.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
End Sub

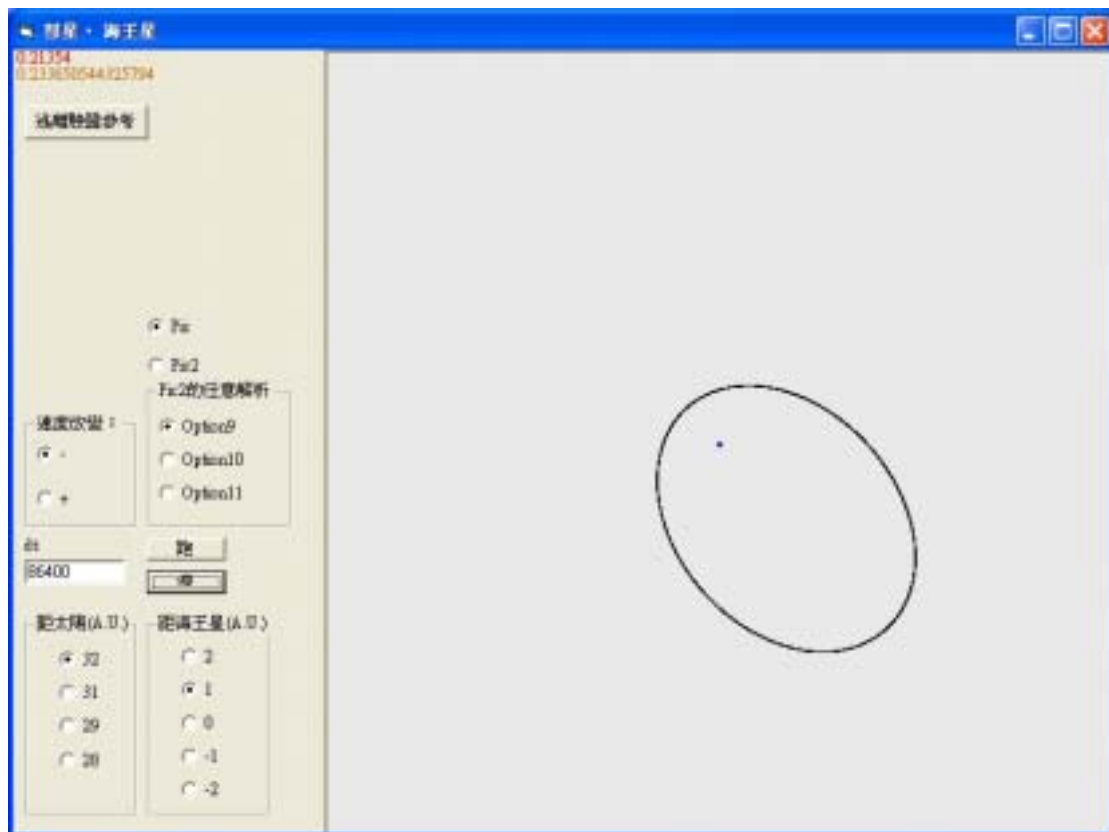
Private Sub Timer1_Timer()
For i = 1 To 500
dis = (cx ^ 2 + cy ^ 2) ^ (1 / 2)
If dis < dismin Then
    dismin = dis
    vx = cvx
    vy = cvy
End If
acnx = -g * nm * cx / (cx ^ 2 + cy ^ 2) ^ (3 / 2)
acny = -g * nm * cy / (cx ^ 2 + cy ^ 2) ^ (3 / 2)

'C 速度
cvx = cvx + acnx * dt
cvy = cvy + acny * dt
'C 座標
cx = cx + cvx * dt + 0.5 * acnx * dt ^ 2
cy = cy + cvy * dt + 0.5 * acny * dt ^ 2

'畫圖
Pic.FillColor = 0

```

```
Pic.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
Pic2.Circle (cx / 1000, cy / 1000), ccc, 0
If (cx ^ 2 + cy ^ 2) ^ (1 / 2) <= 24764 Then
    Pic.ForeColor = RGB(255, 255, 255)
    Pic.Print "撞到了"
    Pic2.ForeColor = RGB(255, 255, 255)
    Pic2.Print "撞到了"
    Timer1.Enabled = False
Exit For
End If
Next i
End Sub
```



一、使用方法：

1. 輸入時間差(dt)。
2. 選擇路過小行星位置配對、速度改變。
3. 單位時間，越小越準，相對的越慢。
4. 按下跑鈕，便開始執行。
5. 可以選擇看圖的解析 Pic、Pic2(Pic2 搭配 Option9~11)。
6. 離速度驗證可印出最小距離、速度、逃離速度。

二、程式的結構：

1. 海王星固定，路過小行星初速以受太陽影響，使其作等速率圓周運動求之，但跑程式時，只有海王星引力的影響，加速度透過萬有引力公式可導出，運用三角函數把它分為垂直與水平，以便計算。《 $a = GM/r^2$ 》。
2. 路過小行星垂直與水平速度由《 $V=V_0+at$ 》得，座標位置則由《 $X=X_0+V_0t+\frac{1}{2}at^2$ 》得知。
3. 路過小行星的初位置由表單選擇，因與太陽遠近，初速速度因而改變。
4. 程式之控制變因：路過小行星的初始位置、單位時間，觀查是否有可能被海王星補獲。
5. 程式之應變變因：路過小行星的加速度、速度、位置，均由萬有引力公是隨著位置的不同、時間的影響而有所改變。

附件三 程式模擬二原始程式碼

```
Dim sm, nm, g, r, pi As Double
Dim sx, sy As Double
Dim thita0, thita, dt, ddt, d, n, dismin, dis, tt As Double
Dim a, b, c, t As Double
Dim cx, cy, cvx, cvy, cxx, cyy, cvxx, cvyy As Double
Dim nv, nx, ny, nvx, nvy, exi, nn As Double
Dim vx, vy, v2x, v2y, xx, yy, di

Private Sub Command7_Click()
    ttt = tt
    tt = Val(InputBox("輸入要跑多久時間", , 76))
    If tt = 0 Then tt = ttt
    Label11.Caption = tt & "年"
End Sub

Private Sub Command8_Click()
    Print "("; xx; ", "; yy; ")"
End Sub

Private Sub Command9_Click()
    Pic3.Cls
    cenx = Val(InputBox("請輸入海王星位置(X)", , xx))
    ceny = Val(InputBox("請輸入海王星位置(Y)", , yy))
    di = Val(InputBox("請輸入海王星、彗星之最短距", , dismin / 1000))
    Pic3.Scale (1 + cenx - di * 15, 1 + ceny + di * 15) - (1 + cenx + di * 15, 1 + ceny - di * 15)
End Sub

Private Sub Option1_Click()
    If Option1.Value = True Then Pic.Visible = True: Pic2.Visible = False: Pic3.Visible = False
End Sub

Private Sub Option2_Click()
    If Option2.Value = True Then Pic.Visible = False: Pic2.Visible = True: Pic3.Visible = False
End Sub

Private Sub Option3_Click()
    If Option3.Value = True Then Pic.Visible = False: Pic2.Visible = False: Pic3.Visible = True
End Sub

Private Sub Command1_Click()
    Cls
    Pic.Cls
    Pic2.Cls
    Pic3.Cls
    c_data
    dt = Val(Text4.Text)           '單位時間
    thita0 = Val(Text1.Text)       '起始角度(單位:  $\pi$ )
    ddt = Val(Text2.Text)         '變換角度大小(單位:  $\pi$ )
    thita = thita0

    '海王星資料
    n_data

    '控制變數
    exi = 0

    Timer1.Enabled = True
End Sub
```

```

Private Sub Command2_Click()
Timer1.Enabled = False
End Sub

Private Sub Command3_Click()
Form1.ForeColor = RGB(255, 0, 0)
Print thita0; "π"; Tab(15); dismin
Form1.ForeColor = RGB(0, 0, 255)
Print Round(((vx - v2x) ^ 2 + (vy - v2y) ^ 2) ^ (1 / 2), 5);
Print " ";
Form1.ForeColor = RGB(200, 100, 0)
Print (2 * g * nm / dismin) ^ (1 / 2)
Form1.ForeColor = RGB(255, 0, 0)
Timer1.Enabled = False
Pic.Cls
Pic2.Cls
Pic3.Cls
c_data
thita = thita0

'海王星資料
nv = 5.45125124684134          'km/s
n_data

'控制變數
exi = 0

Timer1.Enabled = True
End Sub

Private Sub Command4_Click()
Timer1.Enabled = True
End Sub

Private Sub Command5_Click()
'設定數量
a = Val(InputBox("數量 A(A.U.)..(預設哈雷彗星)", , 17.955))
b = Val(InputBox("數量 B(A.U.)..(預設哈雷彗星)", , 4.58))
c = Val(InputBox("數量 C(A.U.)..(預設哈雷彗星)", , 17.35))
t = Val(InputBox("周期(年)..(預設哈雷彗星)", , 76))
a = a * 150000000    'km
b = b * 150000000    'km
c = c * 150000000    'km
Label5.Caption = "數量 A  " & a / 150000000 & "  A.U."
Label6.Caption = "數量 B  " & b / 150000000 & "  A.U."
Label7.Caption = "數量 C  " & c / 150000000 & "  A.U."
Label8.Caption = "周期  " & t & "  年"
End Sub

Private Sub Command6_Click()
Pic2.Cls
End Sub

Private Sub Form_Load()
Form1.Height = 9000
Form1.Width = 12000
Form1.AutoRedraw = True

```

'圖一預設

Pic.AutoRedraw = True

Pic.Left = 3360

Pic.Top = 0

Pic.Height = 6565.38461538462

Pic.Width = 8535

Pic.BackColor = RGB(233, 233, 233)

Pic.Scale (-8000000, 5000000)-(5000000, -5000000)

Pic.FillColor = RGB(255, 255, 0)

Pic.FillStyle = 0

Pic.Circle (0, 0), 69600 * 2, RGB(255, 255, 0)

Pic.FillColor = RGB(0, 0, 255)

Pic.FillStyle = 0

Pic.Circle (4509000, 0), 40000, RGB(0, 0, 255)

Pic.FillColor = RGB(0, 0, 0)

Pic.FillStyle = 0

Pic.Circle (-5295750, 0), 30000, RGB(0, 0, 0)

'圖二預設

Pic2.AutoRedraw = True

Pic2.Left = 5280

Pic2.Top = 0

Pic2.Height = 6565.38461538462

Pic2.Width = 6565.38461538462

sca = 30000

Pic2.BackColor = RGB(233, 233, 233)

Pic2.Scale (-sca, sca)-(sca, -sca)

Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)

Pic2.FillStyle = 0

nn = 247.64

Pic2.Circle (0, 0), nn, RGB(0, 0, 255)

Pic3.AutoRedraw = True

Pic3.Left = 5280

Pic3.Top = 0

Pic3.Height = 6565.38461538462

Pic3.Width = 6565.38461538462

Pic3.BackColor = RGB(233, 233, 233)

'-----

sm = 2E+30

nm = 1.024E+26

g = 6.6732E-20

r = 30.06 * 150000000

pi = 3.141592

'太陽位置

sx = 0

sy = 0

'海王星位置

nx = r * Cos(0 * pi) 'km

ny = r * Sin(0 * pi) 'km

```

'海王星初速
nv = 5.45125124684134          'km/s

'三數量(預設哈雷彗星)
a = 17.955 * 150000000          'km
b = 4.58 * 150000000           'km
c = 17.35 * 150000000          'km
t = 76                          'year

cx = -(a + c)                   'km
cy = 0                          'km
cvx = 0                         'km/s
cvy = -2 * a * b * pi / (a + c) / t / 365.25 / 86400 'km/s
cxx = cx                        'km
cyy = cy                        'km
cvxx = cvx                      'km/s
cvyy = cvy                      'km/s
dismin = r * 10

Text4.Text = 864
Text11.Text = 0.1
Text2.Text = 0.1
Label5.Caption = "數量 A  " & a / 150000000 & "  A.U."
Label6.Caption = "數量 B  " & b / 150000000 & "  A.U."
Label7.Caption = "數量 C  " & c / 150000000 & "  A.U."
Label8.Caption = "周期   " & t & "  年"

Label3.Caption = ""
Label11.Caption = 76 & "年"

tt = 76
End Sub
Private Sub Pic2_MouseMove(Button As Integer, Shift As Integer, X As Single, Y As Single)
'利於調圖二解析
Label10.Caption = (X ^ 2 + Y ^ 2) ^ (1 / 2) * 1000
End Sub

Private Sub Timer1_Timer()

For i = 1 To 1000
exi = exi + dt

'Print
If exi > tt * 365.25 * 86400 Then
    Pic.Cls
    Form1.ForeColor = RGB(255, 0, 0)
    Print thita0; "π"; Tab(15); dismin
    Form1.ForeColor = RGB(0, 0, 255)
    Print Round(((vx - v2x) ^ 2 + (vy - v2y) ^ 2) ^ (1 / 2), 5);
    Print "  ";
    Form1.ForeColor = RGB(200, 100, 0)
    Print (2 * g * nm / dismin) ^ (1 / 2)
    Form1.ForeColor = RGB(255, 0, 0)
    c_data
    exi = 0
End If

```

```

'C-N 距離
dis = Sqr((cx - nx) ^ 2 + (cy - ny) ^ 2)

'撞上海王星
If Sqr((cx - nx) ^ 2 + (cy - ny) ^ 2) <= 24764 Then
    Print thita0; "π"
    MsgBox "撞上海王星!"
    c_data
    Pic.Cls
    exi = 0
End If

'撞上太陽
If Sqr((cx - sx) ^ 2 + (cy - sy) ^ 2) <= 696000 Then
    Print thita0; "π"
    MsgBox "撞到太陽!"
    c_data
    Pic.Cls
    exi = 0
End If

'取 C-N 最小距離
If dis < dismin Then
    dismin = dis
    vx = cvx
    vy = cvy
    v2x = nvx
    v2y = nvy
    xx = nx / 1000
    yy = ny / 1000
End If

dis2 = ((cx - xx * 1000) ^ 2 + (cy - yy * 1000) ^ 2) ^ (1 / 2)
If dis2 < di * 1000 * 40 And Check5.Value = 1 Then
    Pic3.FillColor = RGB(0, 0, 255)
    Pic3.FillStyle = 0
    Pic3.Circle (nx / 1000, ny / 1000), di / 12, RGB(0, 0, 255)

    Pic3.FillColor = RGB(255, 0, 0)
    Pic3.FillStyle = 0
    Pic3.Circle (cx / 1000, cy / 1000), di / 15, RGB(255, 0, 0)

    Pic3.FillColor = RGB(0, 0, 0)
    Pic3.FillStyle = 0
    Pic3.Circle (cxx / 1000, cyy / 1000), di / 15, RGB(0, 0, 0)
End If
'繪圖
s = s + 1
If s = 1000 Then
    s = 0
    If Check1.Value = 1 Then Pic.Cls
    If Check4.Value = 1 Then Label3.Caption = Sqr((cx - nx) ^ 2 + (cy - ny) ^ 2)
    Pic.FillColor = RGB(255, 255, 0)
    Pic.FillStyle = 0
    Pic.Circle (0, 0), 69600 * 2, RGB(255, 255, 0)

    Pic.FillColor = RGB(0, 0, 255)
    Pic.FillStyle = 0

```

```

Pic.Circle (nx / 1000, ny / 1000), 40000, RGB(0, 0, 255)

Pic.FillColor = RGB(255, 0, 0)
Pic.FillStyle = 0
Pic.Circle (cx / 1000, cy / 1000), 30000, RGB(255, 0, 0)

Pic.FillColor = RGB(0, 0, 0)
Pic.FillStyle = 0
Pic.Circle (cxx / 1000, cyy / 1000), 30000, RGB(0, 0, 0)
End If

ss = ss + 1
If ss = 50 Then
    ss = 0
    If Check2.Value = 1 And dis < 400000000 Then
        If Check3.Value = 1 Then Pic2.Cls
        Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
        Pic2.FillStyle = 0
        Pic2.Circle (0, 0), nn, RGB(0, 0, 255)
        Pic2.FillColor = RGB(255, 0, 0)
        Pic2.FillStyle = 0
        Pic2.Circle (cx / 1000 - nx / 1000, cy / 1000 - ny / 1000), nn * 0.4, RGB(255, 0, 0)
        Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 0)
        Pic2.FillStyle = 0
        Pic2.Circle (cxx / 1000 - nx / 1000, cyy / 1000 - ny / 1000), nn * 0.4, RGB(0, 0, 0)
    End If
End If

'N-S 加速度
ansx = -g * sm * (nx) / ((nx) ^ 2 + (ny) ^ 2) ^ (3 / 2)
ansy = -g * sm * (ny) / ((nx) ^ 2 + (ny) ^ 2) ^ (3 / 2)
'海王星速度
nvx = nvx + ansx * dt
nvy = nvx + ansy * dt
'海王星座標
nx = nx + nvx * dt + 0.5 * ansx * dt ^ 2
ny = ny + nvx * dt + 0.5 * ansy * dt ^ 2
'C-N 加速度
acnx = -g * nm * (cx - nx) / ((cx - nx) ^ 2 + (cy - ny) ^ 2) ^ (3 / 2)
acny = -g * nm * (cy - ny) / ((cx - nx) ^ 2 + (cy - ny) ^ 2) ^ (3 / 2)
'C-S 加速度
acsx = -g * sm * (cx - sx) / ((cx - sx) ^ 2 + (cy - sy) ^ 2) ^ (3 / 2)
acsxx = -g * sm * (cxx - sx) / ((cxx - sx) ^ 2 + (cyy - sy) ^ 2) ^ (3 / 2)
acsy = -g * sm * (cy - sy) / ((cx - sx) ^ 2 + (cy - sy) ^ 2) ^ (3 / 2)
acsyy = -g * sm * (cyy - sy) / ((cxx - sx) ^ 2 + (cyy - sy) ^ 2) ^ (3 / 2)
'彗星速度
cvx = cvx + (acnx + acsx) * dt
cvxx = cvxx + acsxx * dt
cvy = cvy + (acny + acsy) * dt
cvyy = cvyy + acsyy * dt
'彗星座標
cx = cx + cvx * dt + 0.5 * (acnx + acsx) * dt ^ 2
cxx = cxx + cvxx * dt + 0.5 * acsxx * dt ^ 2
cy = cy + cvy * dt + 0.5 * (acny + acsy) * dt ^ 2
cyy = cyy + cvyy * dt + 0.5 * acsyy * dt ^ 2

```

Next i

```

exit1:

End Sub
Sub c_data()
thita0 = thita0 + ddt
cx = -(a + c) 'km
cy = 0
cvx = 0
cvy = -2 * a * b * pi / (a + c) / t / 365.25 / 86400 'km/s

'比較原軌
cxx = cx
cyy = cy
cvxx = cvx
cvyy = cvy

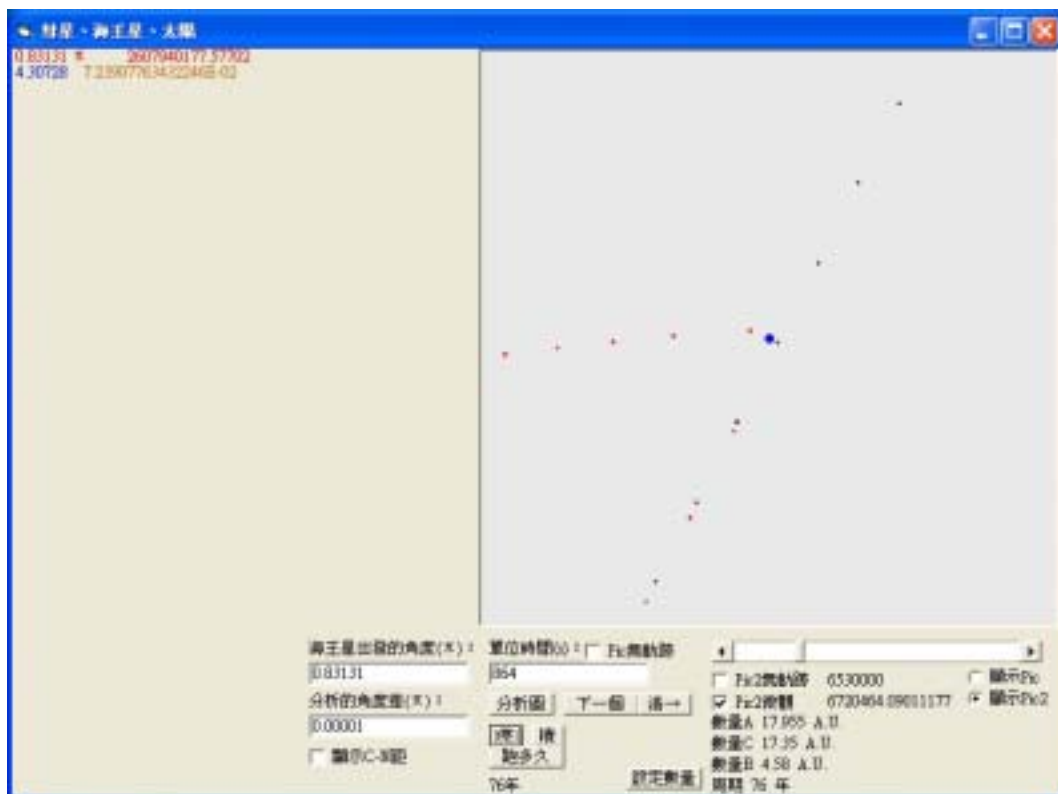
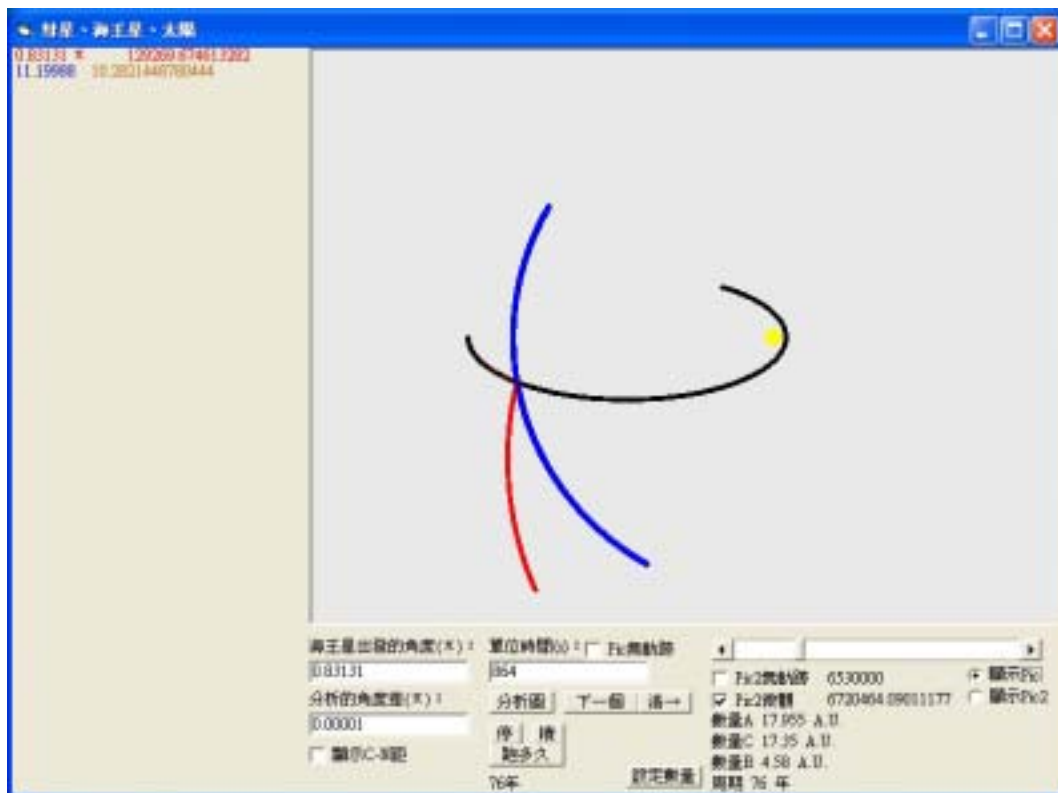
'C-N 距離歸整
dismin = r * 10

'海王星初位置與速度
nx = r * Cos(thita0 * pi)      'km
ny = r * Sin(thita0 * pi)      'km
nvx = -nv * Sin(thita0 * pi)   'km/s
nvy = nv * Cos(thita0 * pi)    'km/s
End Sub
Sub n_data()
'海王星資料
nx = r * Cos(thita * pi)      'km
ny = r * Sin(thita * pi)      'km
nvx = -nv * Sin(thita * pi)   'km/s
nvy = nv * Cos(thita * pi)    'km/s
End Sub
Private Sub HScroll1_Change()
'調圖二小於 0.2(A.U.)解析
Pic2.Cls
Label9.Caption = HScroll1.Value & "000"
sca = HScroll1.Value
nn = (247.64 / 20000) * sca
Pic2.Scale (-sca, sca)-sca, -sca)
Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic2.FillStyle = 0
Pic2.Circle (0, 0), nn, RGB(0, 0, 255)
End Sub

Private Sub HScroll1_Scroll()
'調圖二小於 0.2(A.U.)解析
Pic2.Cls
Label9.Caption = HScroll1.Value & "000"
sca = HScroll1.Value
nn = (247.64 / 20000) * sca
Pic2.Scale (-sca, sca)-sca, -sca)
Pic2.FillColor = RGB(0, 0, 255)
Pic2.FillStyle = 0
Pic2.Circle (0, 0), nn, RGB(0, 0, 255)
End Sub

```

附件四 程式模擬二使用說明



(上圖)巨觀、(下圖)微觀。黃：太陽、紅：有海王星引力之彗星、黑：無海王星引力之彗星、藍：海王星。

程式表單如上。

一、使用方法：

1、執行：

- 輸入海王星到太陽與依圖水平面之夾角初始值。
- 觀察變化的角度差。
- 單位時間，越小越準，相對的越慢。
- 按下分析圖鈕，便開始執行。
- 可以圖觀，結果為印於左半邊空白處，有角度及最小距離、速度、逃離驗證。

2、其他控制：

- 調整是否要看軌跡。 ☐Pic 無軌跡，☐Pic2 無軌跡。
- 微觀、巨觀，透過 ☒顯示 Pic，☐顯示 Pic2。
- 微觀部份為，彗星相對於海王星的位置圖。
- 微觀可依照所要的解析度調整捲軸 最大只到 3000000km，最小到 10000km。
- 可以調整不同的彗星資料三數量及周期。
- 一次要跑多久、直接跳下一角度，皆可由表單控制。

二、程式的結構：

- 太陽、海王星質量固定，重力場常數也固定。
- 太陽為固定點，海王星設距太陽 30.06A.U.，只設受太陽影響，使其作等速率圓周運動，加速度透過萬有引力公式可導出，運用三角函數把它分為垂直與水平，以便計算。《 $a = GM/r^2$ 》。
- 海王星垂直與水平速度由《 $V=V_0+at$ 》得，座標位置則由《 $X=X_0+V_0t+\frac{1}{2}at^2$ 》得知。
- 彗星的初位置、初速隨著三數量、周期的不同而有所改變，但與太陽在同一水平面，其受太陽及海王星的加速度，也以萬有引力公式分別先算出太陽-彗星的加速度、海王星-彗星的加速度，其速度藉由這兩者引力的關係所得出《 $V=V_0+(a_1+a_2)t$ 》，座標位置《 $X=X_0+V_0t+\frac{1}{2}(a_1+a_2)t^2$ 》。
- 在設一個不受海王星影響的彗星，即只有太陽引力所應有的軌道以便參考。
- 程式之控制變因：有海王星-太陽的連線與水平面的初始角度、單位時間、觀察下一個角度差，及彗星的基本資料。
- 程式之應變變因：海王星與彗星的加速度、速度、位置，均由萬有引力公是隨著位置的不同、時間的影響而有所改變。