

中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

高中-物理科

科 別：物 理 科

組 別：高 中 組

作品名稱：都是駐波，為什麼差這麼多？

關 鍵 詞：駐波、共振、頻率

編 號：040108

學校名稱：

國立新莊高級中學

作者姓名：

李俊瑩、楊昱恆、黃耀正、莊敦榮

指導老師：

韓幼青、黃寶瑩



都是駐波，為什麼差這麼多？

壹、摘要：

高中課本中關於駐波所教授的只限於繩波，而且只談兩種情況：

兩端皆為固定端→頻率 $f = \frac{nv}{2L}$ 時會形成駐波；一端為固定端、一端為自由

端時→頻率 $f = \frac{(2n-1)v}{4L}$ 時會形成駐波。但我們實際做實驗的結果，無論是直線駐波或是平面駐波，給予一強迫振動，則不管其頻率為何，均可找到節點或節線。

另外在課本上亦提到同一介質各點張力相同，傳波速度亦相同，但我們在實驗室發現，弦線可滿足上列描述，但金屬板則否。當外加振源的頻率越大，板的波速亦越大，板的表面張力亦越大。

貳、研究動機：

高一上物理課時，談到駐波的地方，老師表演出它們的模樣.....由 3 樓振動下垂的長繩子，出現了有規則的圖案。又翻看課本，居然看到鼓面上的沙會排列出奇特的圖形，亦稱之為駐波，這些現象讓我們感到好奇。便去請教物理老師，想知道這些駐波有何不同，正好三年級時會教一些相關的課程，老師也覺得有興趣，所以便想一探駐波的神奇世界....。

參、研究目的：

- 一．討論「一端固定、另端施一頻率 f 的力使繩做振動，則無論 f 為何，繩上必有節點出現」與課本提到的公式不同。
- 二．研究金屬薄板之振動特性。
- 三．討論繩上的駐波(一維)與金屬板上的駐波(二維)之異同。

肆、研究設備與器材：

notebook	一台	數位相機	一台	繩波產生器	二台
鼓	一個	沙	一袋	繩子	一條
力桌	一張	水準儀	一個	PASCO 750 介面	一台
功率放大器	一台	聲頻產生器	一台	擴音箱	一台
布網	一塊				

伍、研究過程：

所謂的駐波就是在同一介質中，若有兩相同波長之波，相向而行，其相位差為 $1/2$ 時，則可互相干涉形成駐波(standing wave)。一般在入射波與反射波之間的相互干涉即為駐波。

- 一、我們爲了了解駐波，首先利用鼓，在其上均勻的灑沙，在鼓中心敲以一定的頻率，沙子所聚集的地方即為節點，但我們發現，沙子只往外擴散〈[圖1](#)〉無法形成任何圖形。之後我們又使用了硬幣〈[圖2](#)〉以及小紙片代替細沙〈[圖3](#)〉，但結果與之前相同。

我們推斷無法形成駐波的原因有：

- (一)頻率太低
- (二)敲出的力道與頻率不穩定
- (三)所給的頻率無法與鼓面的自然頻率相吻合產生共振



銅鑼鼓-沙

〈[圖1](#)〉



銅鑼鼓-硬幣

〈[圖2](#)〉



銅鑼鼓-紙片

〈[圖3](#)〉

- 二、爲了以上的原因，我們開始使用擴音箱與聲頻產生器來震動已均勻灑沙的鼓面（[圖4](#)）（[圖5](#)）發現同一頻率圖形會隨時改變，可能因爲振源不是一點而是一整個面，因此我們以紙板遮住大部分的擴音箱面積，只露出約十元硬幣大小的孔徑（即縮小振源）。再做一次實驗（[圖6](#)）（[圖7](#)），發現縮小振源後同一頻率圖形也不完全相同，請教指導老師推測可能的原因如下：

- (一)紙板與音箱間有空隙，會影響沙的共振圖案
- (二)十元硬幣口徑小於聲波波長，所以會產生繞射現象，觀察到的不是點波源產生的圖案。
- (三)查資料得知，有邊界的二維駐波其鼓面(邊界固定)共振之自然頻率非唯一值，所以聲頻產生器雖用同一頻率，但鼓面上之節線圖案也不是唯一的圖形，由於駐波圖案不穩定，無法測量。所以上網查尋一些資料後，得知金屬板可產生穩定的沙圖，改以金屬板為材料，繼續探索平面駐波的原理。



〈圖4〉



〈圖5〉



〈圖6〉



〈圖7〉

三．在一塊中心點有振動器 PASCO SF-7404(繩波產生器)支撐的金屬板上散置很多沙粒，然後在中央振動，板子上的沙粒會紛紛跳動，不同的頻率會產生不同的圖形，且在不同的時間下同一頻率所產生的圖形皆穩定一致，於是我們開始研究其中是否有規律可言。

因為 100Hz 以下的振動所產生的圖形，較不明顯，所以我們從 100Hz 以上開始做實驗，且考慮到振源位置及金屬板薄厚的影響，我們用了四種板子(0.5mm 薄正心板;0.5mm 薄偏心板 與 2mm 厚正心板;2mm 厚偏心板)實驗結果已附於(附件一)，我們在其中發現有四個頻率使板子振動更劇烈且圖形皆近似圓，便想依據其數據找出波速、金屬板厚度、表面張力之

間的關係。於是把實驗變因處理得明確之後的數據加以分析。

實驗中需注意：

(一)需將顆粒過小的沙子篩掉(它們會聚集成類似小山丘的突起)，否則會阻礙沙粒在板面上的振動。

(二)沙子灑在板上必需均勻→所以自製布網，使其在板上散布均勻。

經振源振動後，金屬板會出現穩定的圖形、節線。我們將得到的圖形由三至四個方位量取各節線至圓心的距離，算出各圈半徑的平均值，而後求出 λ 的數據，藉以推出波速、金屬板表面張力。

四·在觀察金屬板上的沙粒在不同頻率下呈現出的圖形後，發現無論在何種振動頻率下，均會出現節線(駐波)。這與我們在課本上學到「繩子在某些特定頻率時才有節點發生」不同。於是決定探討**是否在任意頻率下，均會有駐波產生**。由於平面駐波分析起來較困難，於是決定往更基本的一維駐波—繩波上去探討。

我們將繩子的一端固定於繩波產生器上，另一端固定於桿子上，繩長固定為 120 公分，再以繩波產生器振之，用 D8 拍下來，觀察駐波產生的情形並找出不同頻率下的波長、振幅。

陸·研究結果：

一· 研究過程三(金屬板上的沙圖)的數據：

波在彈性介質中傳播的速度：

弦線：
$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$
 F：弦上的張力

ρ ：繩的線密度

鼓膜、金屬板：
$$v = \sqrt{\frac{T}{\delta}}$$
 T：鼓(金屬板)的表面張力

δ ：板的面密度

(一) 控制變因：**0.5mm 薄正心板(振源在中央)**，提供振源電壓 **5volt**

板半徑 **15.00cm**，板重 **95.95 克** $\delta = 1.357 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$

操縱變因：**振源振動頻率**

$$1 \cdot f_1 = 715\text{Hz}$$

→ 中心點與(第二節線距離--第三節線距離--第四節線距離)

→	5.30	—	9.40	—	13.20	
→	5.30	—	9.60	—	13.20	(cm)
→	5.30	—	9.60	—	13.20	
平均值 : →	5.30	—	9.53	—	13.20	
$\lambda/2$:			4.23cm	;	3.67cm	
λ :			8.46cm	;	7.34cm	

$$v = 715\lambda : \quad 6050\text{cm/s} \quad ; \quad 5250\text{cm/s} \quad \rightarrow \quad \bar{v} = 5650 \text{ cm/s}$$

$$T = v^2 \delta : \quad 4980 \text{ nt} \quad ; \quad 3740 \text{ nt}$$



$$2. \quad f_2 = 896\text{Hz}$$

→	3.00	—	6.50	—	10.30	—	13.50	
→	3.30	—	7.00	—	10.50	—	13.70	(cm)
→	2.90	—	6.90	—	10.50	—	13.60	
平均值 : →	3.07	—	6.80	—	10.43	—	13.60	
$\lambda/2$:			3.73cm	;	3.63cm	;	3.17cm	
λ :			7.46cm	;	7.26cm	;	6.34cm	

$$v = 896\lambda : \quad 6680\text{cm/s} \quad ; \quad 6500\text{cm/s} \quad ; \quad 5680\text{cm/s} \quad \rightarrow \quad \bar{v} = 6290 \text{ cm/s}$$

$$T = v^2 \delta : \quad 6060 \text{ nt} \quad ; \quad 5730 \text{ nt} \quad ; \quad 4360\text{nt}$$



3. $f_3=1680\text{Hz}$

→ 3.30 — 6.20 — 8.80 — 11.50 — 14.00
 → 3.50 — 6.20 — 8.80 — 11.60 — 14.10
 → 3.70 — 6.40 — 9.30 — 11.70 — 14.00 (cm)

平均值 : → 3.50 — 6.26 — 8.96 — 11.60 — 14.03

$\lambda/2$: 2.76 ; 2.70 ; 2.64 ; 2.43

λ : 5.52 ; 5.40 ; 5.28 ; 4.86

$v=1680 \times \lambda$: 9270 ; 9070 ; 8870 ; 8160 → $\bar{v}=8840(\text{cm/s})$

$T = v^2 \delta$: 11660 ; 11160 ; 10680 ; 9040 (nt)



4. $f_4=2000\text{Hz}$

→	4.30	—	6.80	—	9.40	—	12.10	—	14.20
→	4.50	—	6.70	—	9.20	—	11.80	—	13.80
→	4.50	—	6.80	—	9.30	—	11.70	—	14.00 (cm)
平均值 : →	4.43	—	6.77	—	9.30	—	11.87	—	14.00

$\lambda/2$:	2.34	;	2.53	;	2.57	;	2.13
λ :	4.68	;	5.06	;	5.14	;	4.26
$v=2000\lambda$:	9360	;	10100	;	10300	;	8520 → $\bar{v}=9570$ (cm/s)
$T = v^2 \delta$:	11900	;	13800	;	14400	;	9850 (nt)



(二) 控制變因：0.5mm 薄偏心板(振源不在中央)，提供振源電壓 5volt

板半徑 15.00cm，板重 96.40 克 $\delta=1.364 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$

操縱變因：振源振動頻率

1 $f_1=896\text{Hz}$

→中心點與(第二節線距離--第三節線距離--第四節線距離)

→	6.30	—	10.20	—	13.70
→	6.40	—	10.30	—	13.50 (cm)
→	6.70	—	10.40	—	13.60
→	6.80	—	10.00	—	13.40

平均值 : → **6.54** — **10.23** — **13.55**

$\lambda/2$: 3.69cm ; 3.32cm

λ : 7.38cm ; 6.64cm

$v = 896\lambda$: 6610cm/s ; 5950cm/s → $\bar{v}=6280$ cm/s

$T = v^2 \delta$: 5960 nt ; 4830 nt



0.5mm 896Hz 偏心

2. $f_2=2000Hz$

→ 4.00 — 6.40 — 9.00 — 11.70 — 14.00

→ 4.50 — 7.00 — 9.60 — 12.10 — 14.40

→ 4.10 — 7.00 — 9.40 — 11.90 — 14.10

→ 3.80 — 6.70 — 9.10 — 11.50 — 14.10 (cm)

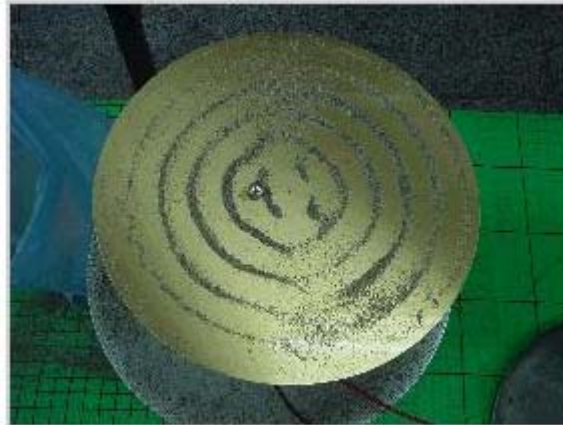
平均值 : → **4.10** — **6.78** — **9.38** — **11.88** — **14.15**

$\lambda/2$: 2.68 ; 2.60 ; 2.50 ; 2.27

λ : 5.36 ; 5.20 ; 5.00 ; 4.54

$v=2000\lambda$: 10700 ; 10400 ; 10000 ; 9080 → $\bar{v}=10000$ (cm/s)

$T = v^2 \delta$: 15600 ; 14800 ; 13600 ; 112000 (nt)



0.5mm 2000Hz 偏心

- (三) 控制變因：2mm 厚正心板(振源在中央)，提供振源電壓 5volt
 操縱變因：振源振動頻率

板半徑 15.00cm，板重 382.17 克 $\delta = 5.406 \text{ kg/m}^2$

1. $f_1 = 715\text{Hz}$

→ 6.50 — 13.70
 → 5.70 — 12.90
 → 6.50 — 13.30
 → 6.00 — 13.20 (單位 cm)

平均值：→ 6.18 — 13.28

$\lambda/2$ ：7.10 cm

λ ：14.20 cm

$v = 715 \lambda$ ：10200 cm/s

$T = v^2 \delta$ ：56200 nt



2mm 715Hz 正心

2. $f_2=896\text{Hz}$

→ 6.50 — 13.20
 → 6.20 — 13.00
 → 6.50 — 13.10 (單位 cm)

平均值 : → **6.40** — **13.10**

$\lambda/2$: 6.70 cm

λ : 13.40 cm

$v = 896 \times \lambda$: 12000 cm/s

$T = v^2 \delta$: 77800 nt



2mm 896Hz 正心

3. $f_3=1680\text{Hz}$

→ 4.30 — 9.30 — 15.00

→ 4.50 — 9.60 — 14.60

→ 4.00 — 8.00 — 13.50

平均值 : → **4.30** — **9.00** — **14.40**

$\lambda/2$: 4.70 ; 5.40

λ : 9.40 ; 10.80 cm

$v = 1680 \times \lambda$: 15800 ; 18100 cm/s → $\bar{v} = 17000$ cm/s

$T = v^2 \delta$: 135000 ; 177000 nt



2mm 1680Hz 正心

4. $f_4=2000\text{Hz}$

→ 5.20 — 9.50 — 15.00

→ 5.20 — 10.20 — 15.00

→ 4.80 — 9.30 — 14.00

平均值 : → **5.07 — 9.70 — 14.70**

$\lambda/2$: 4.63 ; 5.0

λ : 9.26 ; 10.00 cm

$v=2000\lambda$: 18500 ; 20000 cm/s → $\bar{v}=19300$ cm/s

$T = v^2 \delta$: 185000 ; 216000 nt



2mm 2000Hz 正心

(四) 控制變因：2mm 厚偏心板(振源不在中央)，提供振源電壓 5volt
 操縱變因：振源振動頻率

板半徑 15.00cm，板重 348.6 克 $\delta = 5.442 \text{ kg/m}^2$

1. $f_1 = 896\text{Hz}$

→ 5.80 — 13.40

→ 5.80 — 12.40

→ 5.50 — 12.50

平均值：→ 5.70 — 12.80

$\lambda/2$: 7.10

λ : 14.20 cm

$v = 896\lambda$: 12700 cm/s

$T = v^2 \delta$: 87800 nt



2mm 896Hz 偏心

2. $f_2 = 2000\text{Hz}$

→ 4.70 — 9.70 — 14.00

→ 3.00 — 8.10 — 12.70

→ 4.50 — 8.30 — 12.30

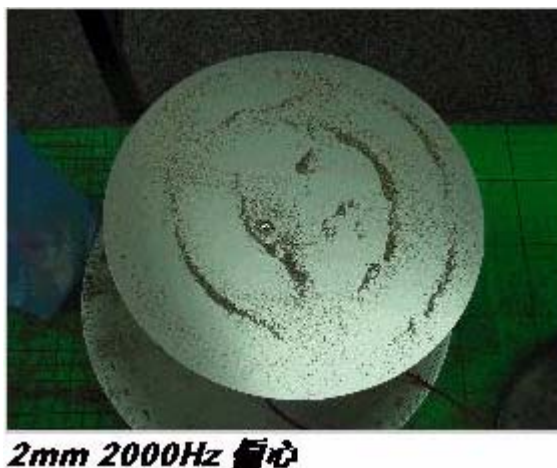
平均值：→ 4.10 — 8.80 — 13.00

$\lambda/2$: 4.70 ; 4.20

λ : 9.40 ; 8.40 cm

$v = 2000\lambda$: 18800 ; 16800 cm/s → $\bar{v} = 17800 \text{ cm/s}$

$T = v^2 \delta$: 19200 154000 nt



二．研究過程四(繩波)的數據：

當弦線的一端固定於原點，而另一端以繩波產生器沿鉛直方向作週期性振盪，則會發現某些頻率時振幅遠大於相鄰頻率所產生的振幅。其數據如下：

$$\text{弦線：} v = \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad F: \text{弦上的張力} \quad \rho: \text{繩的線密度}$$

頻率(HZ)	波長/2 (每格 2.00cm)	波速(cm/s)	誤差百分率(%)
21.6	32 格	2764.80	1.00
21.8	32 格	2790.40	0.13
22.2	32 格	2841.60	1.70
22.4	31 格	2777.60	0.06
22.6	31 格	2802.40	0.30
22.8	30 格	2736.00	1.70
33.3	21 格	2797.20	0.10
44.4	16 格	2841.60	1.70

由數據得知，誤差在可接受範圍內，因此繩波在不同的頻率下皆有相同的波速。即繩波的速度不隨頻率的改變而異。

柒．討論：

- 一．高一基礎物理大同版的內文中有提到：「各種樂器所發出的聲音，是由基音與泛音依不同強度比例，根據重疊原理合成的。」所以我們觀察到的繩

波在非自然頻率時，振幅皆較小。

- 二．當弦線的一端固定於原點，而另一端在 $x=L$ 處，以繩波產生器沿鉛直方向作週期性振盪，如繩波產生器以頻率 f 隨時間作正弦函數變化，即

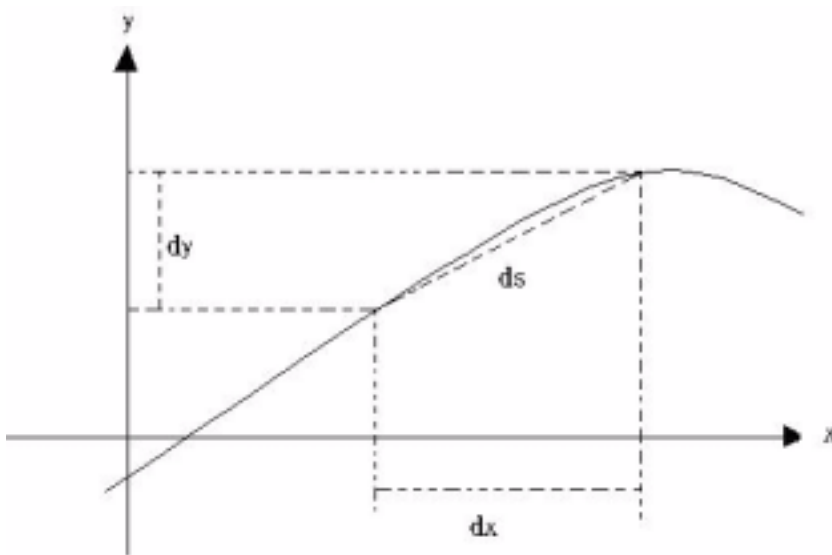
$$F(t) = F_0 \sin 2\pi ft \quad \langle 1 \rangle$$

而弦上產生的駐波振動，其橫向位移必需滿足 $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 y}{dt^2}$ ，

因 $\lambda = v/f$ ，則駐波的位移可用下列表示：

$$y(x, t) = y_m \sin 2\pi ft \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \quad \langle 2 \rangle$$

但在 $x=L$ 的地方，外力 $F(t)$ 與張力 T 要滿足如下圖的關係式：



因繩線出現的是平緩的曲線， θ 很小，則：

$$F = T \sin \theta = T \left(\frac{dy}{ds} \right) \cong T \left(\frac{dy}{dx} \right) \quad \langle 3 \rangle$$

將 $\langle 1 \rangle$ $\langle 2 \rangle$ 式代入 $\langle 3 \rangle$ ，可得駐波位移振幅 y_m 與外力 F 的關係：

$$F_0 = \frac{2\pi}{\lambda} T y_m \cos 2\pi \frac{L}{\lambda} \quad \langle 4 \rangle$$

由 $\langle 3 \rangle$ $\langle 4 \rangle$ 可知，弦線在鉛直方向的位移 y 會隨著外力以頻率 f 出現駐波振動，

$$y(x, t) = \frac{\lambda F_0}{2\pi T} \frac{1}{\cos(2\pi L / \lambda)} \sin 2\pi ft \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \quad \langle 5 \rangle$$

由 $\langle 5 \rangle$ 式可知，無論外加頻率 f 為何，必存在 x 使 $\langle 5 \rangle$ 式 為零。即

$$\sin 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0$$

$$x = \frac{(n-1)\lambda}{2} = \frac{(n-1)v}{2f}$$

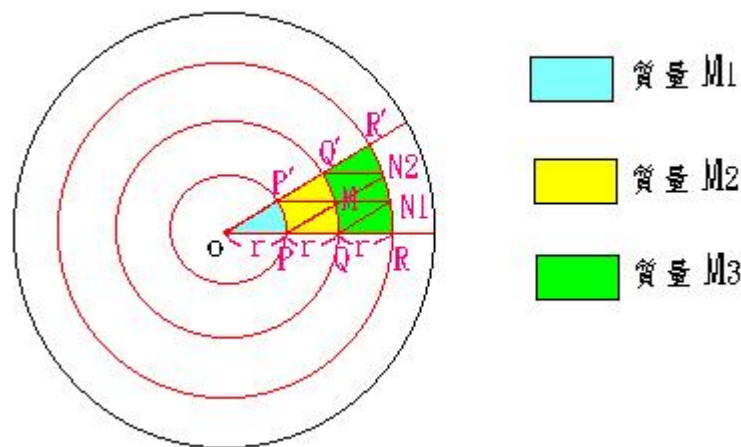
我們觀察到的結果，的確無論外加頻率為何，繩上皆有不振動的點(即節點)出現。(見附件二)

三．在研究過程當中，我們找到金屬板的四個振動最強的頻率，我們說其為最佳共振頻率，而其他頻率也會形成駐波(繩波亦有此現象)。如鑼、鈸都不是樂音產生器，其波形為各種頻率諧波，以非簡單整數比組合而成。若要進一步討論，可用 Fourier 分析來分解各成分諧波的比例。(超出高中範圍，我們不予討論)

四．實驗數據得知，厚板傳波速度較大，表面張力較大。我們推測其原因：厚板較不易形變，或是說形變後的恢復能力較強。

五．由實驗數據可以看出，同一塊金屬板上有三個以上之節線出現時，各節線之間距並不相等，我們試著用以下的方法來解釋。

雖然相鄰兩節線的間距並不相等，但也不會相差太多，為了數學上的方便，我們先將它們當作相等，並令其值均等於 r 。



假設(一) 由上圖，可試著將 ORR' 的扇形區域視為一條粗細不均勻之弦——一條愈往外愈粗的弦。已知弦的張力 F 為定值。

圖中 $M_1 : M_2 : M_3 : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots$ (圖上的顏色區塊代表三區的質量)

又線密度 $\rho_i = \frac{M_i}{r}$,

故 $\rho_1 : \rho_2 : \rho_3 : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots$

$$\text{弦上波速 } v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

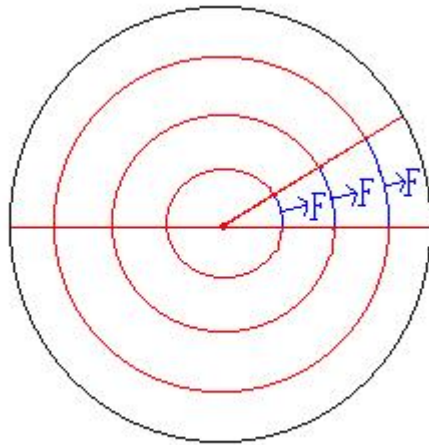
所以 $v_1 : v_2 : v_3 : \dots = \frac{1}{\sqrt{1}} : \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{1}{\sqrt{5}} \dots$

波速有往外遞減的現象。

假設(二)若將金屬板當成鼓膜，波速 $v = \sqrt{\frac{T}{\delta}}$, 同一塊板 $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \dots$

若膜上張力 F 為定值，則表面張力 $T_1 = \frac{F}{r \cdot \Delta\theta}$ $T_2 = \frac{F}{2r \cdot \Delta\theta}$

$T_3 = \frac{F}{3r \cdot \Delta\theta}$, 即膜上張力愈往外愈小 ($\frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$)



$$v_1 = \sqrt{\frac{T_1}{\delta}} \quad v_2 = \sqrt{\frac{T_2}{\delta}} \quad v_3 = \sqrt{\frac{T_3}{\delta}} ,$$

$$v_1 : v_2 : v_3 = \frac{1}{\sqrt{1}} : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

波速有往外遞減的現象。

➔在實驗數據中發現 0.5mm 薄板幾乎均能符合上述結果➔同一塊板愈往外，波速愈小。唯有 $f=2000\text{Hz}$ 例外，我們在實驗中看到板子上的沙圖約有 $1/3$ 到 $1/2$ 的面積無清晰的節線。所以數據與上述結論有出入，也表示高頻時 θ 方向的駐波因素加強。

而厚板的數據並不符合上述結果→推測：振波除了在金屬板表面傳播(沙子跳動)外，尚有較強地往板內傳的實體波碰到板底再反射回板表面，所以合成波較為複雜，有待日後再深入研究。

捌、結論

- 一．未振動前，金屬薄板之邊緣 $T = 0$ ，振動源啟動後，由板面的沙圖可知任何頻率均可形成駐波（和繩波的情形雷同），由沙圖測得節線間距不等於定值，由 $v = f \lambda = \sqrt{\frac{T}{\delta}}$ 推得同一金屬板雖為同一種介質，但頻率愈大、波速愈大，求得的表面張力 T 值亦愈大，與繩波情形不同。由沙圖得的形狀得知並非每一種頻率均是對稱圓形，但亦大半具有對稱性，所以 $T = T(r, \theta)$ ， T 來自金屬板的形變。
- 二．沙子在金屬厚板上所顯現的圖形之中，常可見到同一圈沙子細看之下具有雙層，我們認為可能與金屬板的彈性係數及波在金屬內傳遞的阻尼特性有關。
- 三．用同樣的振動電壓、同樣的頻率振動金屬厚板 2mm 和金屬薄板 0.5mm，厚板的傳播速度較薄板大。
- 四．**金屬板**的張力分布與邊界條件、強迫振動的頻率、材料厚薄有關，所以用單純的弦線和薄膜去類推，並無法充分解釋。

玖、參考資料及其它

- 一．期刊：蔡尙芳、民國八十九年、
「簡諧振子、弦線、空氣柱的共振現象」
科學教育月刊 第 232 期 20~29 頁
- 二．書籍：
 - (一)「熱學、聲學 一大學物理學之二」
陳錫桓著
中央圖書出版社
民國七十一年十二月初版
 - (二)「音樂中的物理」
龔鎮雄、董馨著
牛頓出版社

民國八十五年九月一日

(三) 「聲學漫談」

馬大猷、楊訓仁 著

牛頓出版社

民國八十五年一月二十日

(四) 「WAVES」

Coulson 著

出版社 liver and voyd

西元一九五五年 七版

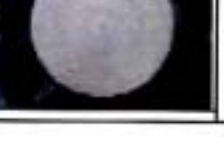
附件一

頻率 (Hz)	形成時間 (秒)	照片	備註(0.5mm正心)
200	3.03		
300	15.82		二圈--中間略呈三角狀
400	10.66		沙太少
	25.56		
500	34.34		三圈
600	10.63		三圈--中間略成三角狀
700	13.66		開始形成第四圈
800	25.94		四圈--第二圈略呈四邊形,三四圈略呈多邊形,出現雙層
900	10.18		四圈--第四圈略呈多邊形,帶有一點雙層

1000	1.83		二、三、四圈略呈多邊形,共四圈
1100	0.72		四圈--第四圈略呈波浪

1700	11.18		5圈--一小邊破裂
1800	11.94		6圈--開始形成第六圈，4、5、6圈略呈波浪
1900	21.53		6圈--有互補形，一小邊破裂，與1700Hz反向
2000	50.78		6圈--每圈為互補雙層

頻率(Hz)	形成時間(秒)	照片	備註(2mm正心)
200	2.94		出現雙層
300	43.75		類似200Hz之圖但半徑 較大

900	28.43		出現雙層
1000	24.9		出現雙層，第二圈出現六角形
1100	24.53		出現雙層，第二圈出現多邊形略呈互補形
1200	17.31		出現雙層
1300	16.1		出現雙層，開始形成三圈
1400	5.56		三圈—第三圈略呈多邊形
1500	2.9		共三圈明顯的圈
1600	8.81		圖形開始變化
1700	20.84		共三圈都有雙層

1800	43.96		如上，但圈漸漸擴大
1900	32.53		如上，但圈漸漸擴大

頻率(Hz)	形成時間(秒)	照片	備註(2mm偏心)
200	6.81		出現雙層，有互補現象
300	11.32		有明顯雙層，圈較粗
400	11.31		明顯振動
500	27.03		出現雙層
600	44.18		出現雙層
700	5.66		明顯振動
800	8.75		
900	23.13		出現雙層
1000	21.1		出現雙層，另一半不動

1100	4.53		振動明顯
1200	23.1		出現雙層
1300	45.96		振動微弱
1400	53.16		振動微弱，出現雙層
1500	40.87		振動微弱，出現雙層
1600	17.18		
1700	3.28		振動明顯
1800	31.4		
1900	15.63		聲音抖，線條波浪狀
2000	39.56		出現雙層

頻率(Hz)	形成時間(秒)	照片	備註(0.5mm偏心)
200	7.69		有一小邊破裂
300	2.13		振動明顯
400	12.78		出現雙層
500	3.06		振動明顯
600	34.84		出現雙層，有兩小邊破裂
700	49.34		出現雙層，有兩大邊破裂，與600Hz時圖形相反
800	2.03		有兩小條不明顯處
900	15.34		
1000	6.25		有一小邊破裂，與兩小條不明顯處
1100	16.56		有兩邊破裂

1200	11.87		與1100Hz時圖形相同但破裂處縮小
1300	15.75		有四處破裂處
1400	7.03		五圖互補形振動明顯
1500	5.61		振動明顯，威力強，圖形怪異
1600	45.43		形成速度慢，有六處破裂
1700	32.21		
1800	6.53		振動明顯
1900	26.66		
2000	36.63		出現雙層

附件二

