

中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

高中-物理科

科 別：物理科

組 別：高中組

作品名稱：流速與口徑之相關性及邊界之比較

關 鍵 詞：邊界性質、粒子流量、彎月形

編 號：040107

學校名稱：

國立羅東高級中學

作者姓名：

江建豪、陳思銘、邱奕升、王浩任

指導老師：

林中彥



一、研究動機

曾看過沙漏中沙子有卡住的情形，這時我們通常要拍一拍沙漏才能使它繼續滑落；但水流過漏斗時卻毫無卡住的跡象，於是令我們想到流體對於流過的口徑，是否應有一定的比例，才不會有阻塞的現象？而在相對於流體顆粒的方面——材質，是否也有這樣影響流動的因素存在？

另外，工業上所用的水管常因堵塞而發生危險，所以工廠經常使用極大的水管，無疑地，愈大口徑愈不容易堵住，但使用大水管成本較高，因而我們想要知道能否找出既節省材料，又不會阻塞的情況。

在實驗當中，我們在流體的末端發現到類似彎月狀的形狀出現，我們對於「彎月形」的形狀做了如拋物線、雙曲線或凹折線等的假設；對此我們也嘗試找出：流體在各個界面條件之下，與所產生的「彎月形」幾何圖形性質（如拋物線、雙曲線的曲率大小或直線的斜率大小）之間是否有無線性關係存在。以上的假設，或許能讓我們更清楚的了解，「彎月形」的出現，與我們討論的開口大小、邊界性質是否也有互相影響的因素存在？

二、研究目的：

找出流體粒子流動時，其流速與口徑的關係，並了解其影響因素，例如：對流體施加的壓力【長度】、接觸面的性質【材質】、粒子載體的高度【仰角】、【開口】、【張角】……。進而找出最理想的條件，並加以運用於工業上的運輸。

三、研究設備及器材：

玻璃板	(150*40*0.4cm 用以作為承載流體的負載體)	一塊
玻璃條	(175.8*3.7*0.7cm 用以控制流體所流動的範圍)	二條
BB 彈	(3500 顆/包 重量 0.2gw 直徑 0.6cm)	五包
投影紙	(標示 0° 5° 10° 15° 20° 各角度)	五張
膠帶	(雙面膠、有色膠帶、透明膠帶)	三捲
塑膠方盒	(用以承載 BB 彈用)	三個
升降台	(調整玻璃板仰角角度)	三個
L 形尺	(調整玻璃板高度)	一副
燒杯	(大小各一 用以測重以及排列)	二個
電子碼錶	(精密度 1/100 秒)	一個
電子天秤	(精密度 0.1g 最大載量 3100g)	一台
水平儀	(校準玻璃板因桌面產生之傾角)	一個
微電腦光電計時器	(精確度 1/1000 秒 附門型檢測器兩個 支撐架及固定夾定位)	一組
數位相機	(附可調式三腳架 最高 300 萬畫素)	一台
軟木板		一張
泡棉布		一張
瓦楞板		一張
手揉紙		一張
保麗龍	(材質部分，用以改變邊界的接觸性質)	一張
木條		二條
花梨木材質		一張
塑膠墊		一張
砂紙		一張
粗糙度 AA-100		

四、研究過程或方法：

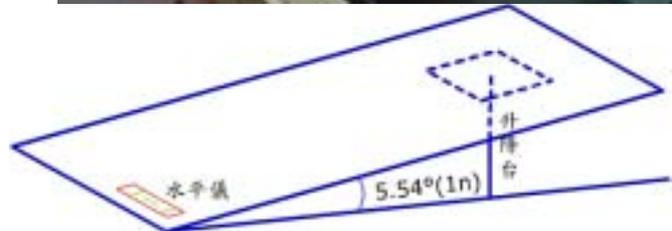
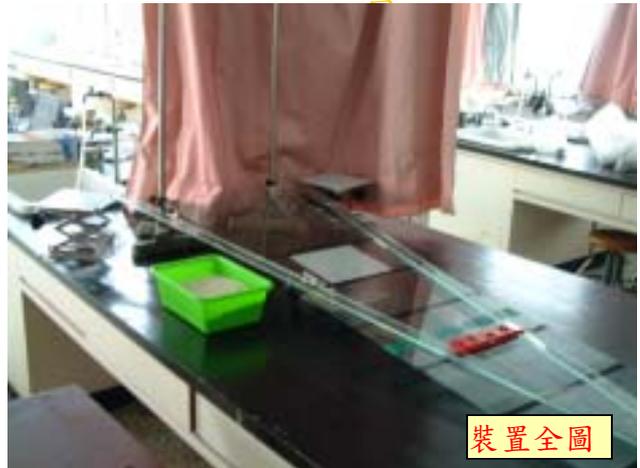
單元一：改變開口大小所影響的流量關係

實驗步驟：

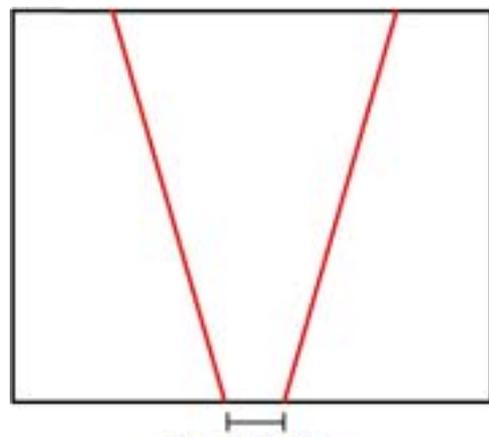
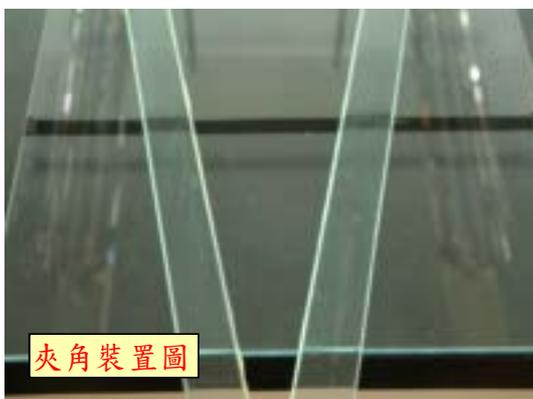
1. 將玻璃板下放升降台（避免玻璃中央因重力而產生凹陷）及支架使與桌面夾角 $\sin^{-1}0.0965=5.54$ 度(1x)置於桌邊，並利用水平儀校準水平狀況。（因考量到可能

桌面不平，可能影響實驗）

2. 把二條玻璃條依角度 20 度的投影紙擺好，稍事調整至完全符合投影紙的角度後，以膠帶利用那預留的 2 公分，將投影紙以膠帶黏貼固定在玻璃條上。



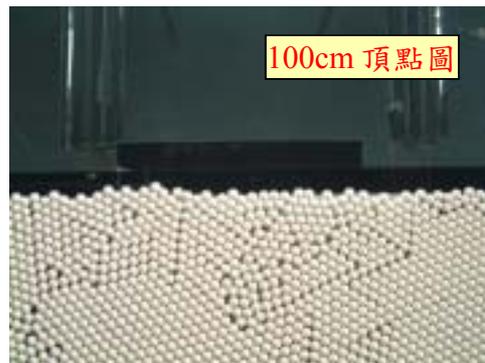
3. 將步驟 2. 所得的玻璃條組合置於步驟 1. 之玻璃板上，角度尖端朝向桌面，將下端玻璃條開口依序調為 BB 彈直徑的 4 倍、6 倍、8 倍（即 2.40cm、3.60cm、



寬度：4n、6n、8n

4.80cm 因 BB 彈的最小直徑為 0.6cm)。

4. 甲生坐於桌邊，膝蓋上準備一個塑膠方盆以盛接 BB 彈，手指堵住開口，另一手持碼錶；另一人乙生用塑膠燒杯將 BB 彈由桌邊向上排至斜面 100 公分處，補齊而排滿後，甲生手指放開，同時以碼表計時。



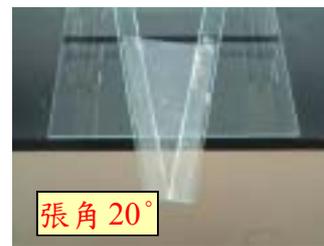
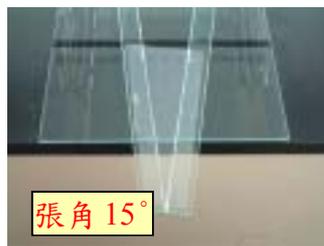
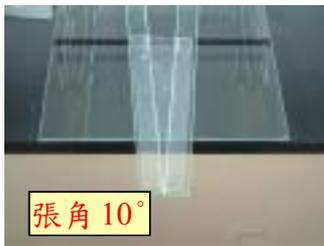
5. 當 BB 彈流完後，將時間記錄下來，並以電子天秤量取 BB 彈流下顆粒數。
6. 依次完成口徑 0.60、1.20~4.80cm 後，加以記錄之。

註：步驟 6.中，終點的判定（即 BB 彈流完時刻）乃是當彎月形中心部分流下即為終點（BB 彈往下流時，中央部分流速快，BB 彈在斜面的後半部將形成一彎月形，特別是口徑越大越明顯。此性質亦可取來評估整個裝置平面斜度是否相同，進而了解桌面是否水平，如果水平，將是一完整且平滑的彎月形；而不水平將使彎月形偏向一邊，此時就必須作調整。）剩餘的 BB 彈由甲生用手接住。（因為此時 BB 彈已未受力而已很雜亂的方式流下，明顯不適用於我們要的狀態）。

單元二：改變仰角、張角、長度以及材質所影響的的流量關係

基本架設同單元一的步驟 1.~3.，注意事項亦同。在本單元中，改變的部分為：玻璃板仰角、玻璃條開口、BB 彈堆置長度、及玻璃條旁邊界材質的改變。

【張角改變】取 10° 、 15° 、 20°

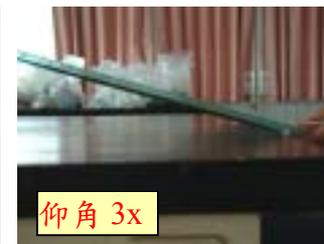
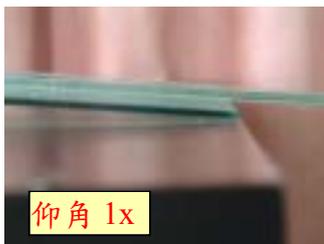


【長度改變】取 20cm、60cm、100cm

【仰角改變】取 $\sin^{-1}0.0965=5.54^\circ$ (1x)、

$\sin^{-1}0.1948=11.024^\circ$ (2x)、

$\sin^{-1}0.2969=16.536^\circ$ (3x)



【材質改變】共有九種：玻璃、軟木、泡棉布、瓦楞板、手揉紙、保麗龍、木材、塑膠墊、砂紙。

實驗步驟：同單元一

在多種變因的組合下，我們將以開口大小對流速的影響為主，其他如仰角、張角、材質等因素為輔，嘗試找出除了最直觀的因素——開口外，其他也可能影響流速的相關因素。

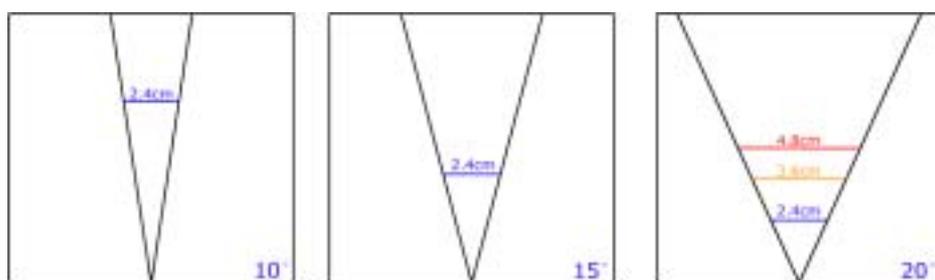
單元三：改變開口與張角其影響阻力大小的關係

初步分析過開口與張角變化時，發現到流量並未隨著我們所推導的理論比例而變化。雖然實驗數據的正相關、負相關主要走勢都吻合我們的理論推導。但在細微的比例變化部分，變化的幅度不若我們所預期般。因此我們推斷：可能還有其他更複雜的因素在影響 BB 彈的流動。因為我們所使用的 BB 彈非真實的流體，故在這裡我們將 BB 彈之間許多的互相作用力考慮進去。在 BB 彈數量逐步增加的同時，探討其作用力是否受其影響，以及影響的程度為何？

實驗步驟：

◎ 多體

1. 主要裝置的架設、校正同前述。
2. 在投影紙角度板（ 10° 、 15° 、 20° ）上各分別平行於底邊，在夾角兩側相距所指定的距離（ $4n$ 、 $6n$ 、 $8n$ ）畫上橫線標記以當作改變開口時的依據（見下圖）



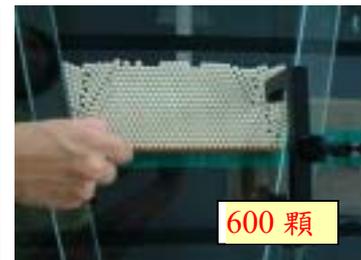
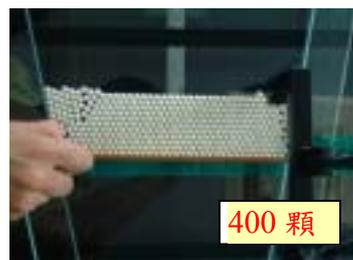
3. 光電計時器的 I 檢測端以垂直開口的方向，用一固定夾固定於鐵架上並調整至適當高度，其對於玻璃板的位置要位於 BB 彈排放的起點。而 II 檢測端固定於桌上，使其感應的光束恰位於桌面邊緣，並使 BB 彈在射出之際能阻斷光束而啟動 II 檢測器（底座玻

璃板的前緣須向內推進 1cm，以讓光電計時器有空間固定於桌上。光電計時器及全裝置見下圖)。



4. 為不使 II 檢測端受到玻璃條的阻擋，我們將玻璃條的最前端控制在玻璃板的範圍內而不凸出。黏貼角度板時，將已畫好 $4n$ 、 $6n$ 、 $8n$ 的開口標記線水平對齊桌緣，而玻璃條就順著張角的兩邊貼齊（如此就可以控制開口大小並能使玻璃條不凸出）。最後將投影紙角度板的尾端反粘至尾端以避免干擾 BB 彈流動。

5. 事先取固定數量的 200、400、600 顆 BB 彈作為變因。用一長度裁切適當的木條阻擋之，使其起點皆落於 50cm 處。同時以尺量取 BB 彈排放最後端的落點並記錄之（作為單體流動時的擺放位置依據）。



6. 啟動時，迅速將木條向上拉起，此時也啟動 I 檢測端的計時開始。BB 彈向下流向開口並通過 II 檢測端，直至 BB 彈全部流完，此時沒有 BB 彈可以阻斷 II 檢測端的感應，並同時啟動 II 檢測端的計時結束。
7. 紀錄其固定數量時流完所需的時間。

◎ 單體

1. 在前述【多體】實驗的步驟 5.我們量得各角度及開口時，不同 BB 彈量所能排放的長度。我們以這些長度，來作為【單體】實驗中「一顆」BB 彈流動時所需的路徑長。
2. 在此實驗中毋須玻璃條兩側的範圍限制，但必須控制 BB 彈是以垂直開口且筆直的路徑流下。
3. 擺放 BB 彈的位置隨【多體】各組實驗中所測得之路徑長為準，同樣以一木條阻擋之。(見右圖)
4. 計時器的啟動和結束與前同。
5. 紀錄其流完路徑所需時間。

註：我們所採用的光電計時器具

I、II 檢測端。在這裡使用其功能模式「F5 設定次數計



時」，此功能定義「單次」為：任一檢測端感應光束遭阻擋至復原之動作。另外，此功能在「單次」和「單次」之間具有秒數的累計作用。因此當我們升起木條時即啟動了 I 檢測端第一次的計時

開始，流動之間雖然沒有感應次數的增加，但因為秒數累計的關係，在 BB 彈陸續通過 II 檢測端，即又啟動第二、三、四……次的計時，秒數累計至最後一顆 BB 彈通過後，即為我們所要的總秒數（「次數」在這裡非所要採計的重點）。

單元四：彎月形之曲線探討

此部份的探討著重於流體本身在流動過程之中，與不同邊界對其分佈狀況所產生的影響。在實驗器材的架設方面同前，操縱變因和控制變因也同於之前各組的設定。在擷取影像的部分，我們採用具備連續攝影功能的數位相機，並連接電腦處理其數位圖形。

實驗步驟：

◎ 摩擦係數測量

【最大靜摩擦係數】

1. 將二木板其一片固定在桌面上，另一片以一可旋轉之轉軸連接。
2. 將欲測的材質黏貼於一木塊（10*10*10cm, 1082.4gw）之一面上，以此面與木板面接觸放置。
3. 甲生以手將可活動之木板緩緩抬起，另乙生在轉軸夾角處以量角器測量夾角角度。
4. 當木塊開始移動時，紀錄其角度值。取其 $\tan \theta$ 值即為其最大靜摩擦係數。
5. 其他材質如同步驟 1.~4.，各取其最大靜摩擦係數，並比較其大小關係。

【動摩擦係數】

1. 將上述實驗中的木板裝置以一角度板（45°）固定。
2. 以一微動計時器（精確度 1/100 秒）置於木板頭尾兩端（木板長度 80cm），木塊上貼上欲測材質。

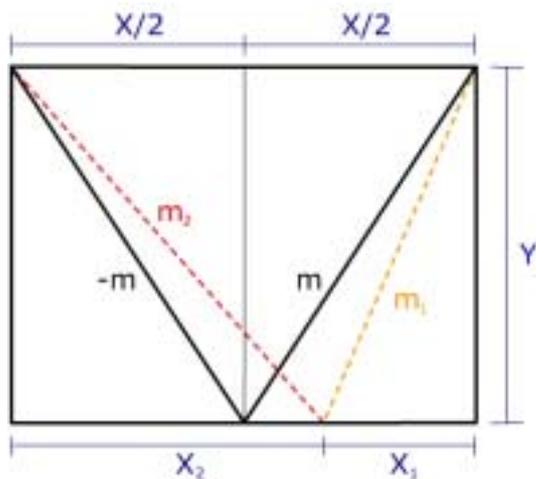
3. 在木塊下滑時，同時啟動微動開關—「開」。而在木塊滑完成全部路程時也同時啟動微動開關—「關」。計量其滑下的時間。
4. 其他材質如同步驟 1.~3.，測量其滑下之時間後，以滑下時間的長短，比較其動摩擦係數的大小。

註：因為無法測得確切的摩擦係數值，我們在這裡用互相大小比較的關係來推斷其摩擦力的大小

◎ 數位影像擷取

1. 將數位相機固定於三腳架上並使其整體立於玻璃板上方。
2. 調整腳架高度以及相機傾斜度使相機視野能位於玻璃板正上方並不受阻礙。
3. 待乙生堆排 BB 彈至一定高度並堆積整齊之後，甲生放開手指使其自然流下。
4. 丙生於事先調整好數位相機的焦距以及中心目標，在流體上方之彎月形中間低點流經 $1/2s$ 路程點之前後 20cm 之間錄取影像。
5. 傳輸數位影像至電腦後，擷取單格清晰畫面加以儲存。
6. 將影像中的彎月形中間低點對齊預先於電腦中繪製的方格原點，並將其圖形座標化。此後以座標化的幾何圖形討論其斜率。





$$|m| = |-m| = \frac{y}{\frac{x_1 + x_2}{2}} = \frac{2y}{x_1 + x_2}$$

$$= \frac{2y^2}{x_1 y + x_2 y} \text{ (同乘 } y) = \frac{\frac{2y^2}{x_1 x_2}}{\frac{x_1 y + x_2 y}{x_1 x_2}} \text{ (同除 } x_1 x_2)$$

$$= \frac{2 \times \frac{y}{x_1} \times \frac{y}{x_2}}{\frac{y}{x_1} + \frac{y}{x_2}} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

註：上述為我們「修正斜率」的推演。用此修正斜率，在彎月面中心最低點稍有偏移之時（前提：兩端最高點必須等高），可以以此導出理想（最低點在中心）狀況時的斜率。

五、實驗結果與數據分析

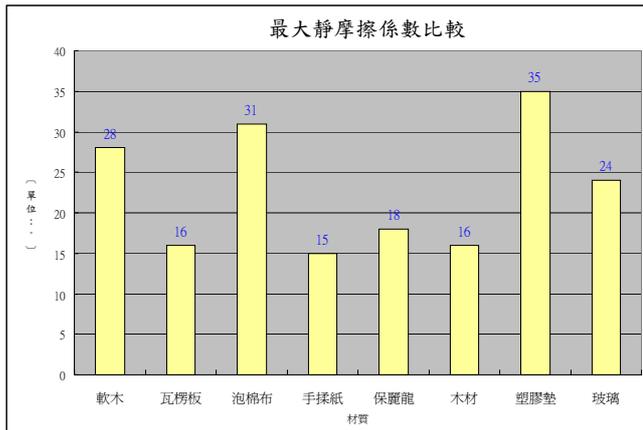
結果分析一：摩擦係數之測量結果及分析

最大靜摩擦係數〔單位：度〕

	軟木	瓦楞板	泡棉布	手揉紙	保麗龍	木材	塑膠墊	玻璃	砂紙
1 st	28	16	31	15	18	16	35	24	--
2 nd	28	16	31	15	18	16	35	24	--
3 rd	28	16	31	15	18	16	35	24	--
標準差	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	--

動摩擦係數〔單位：秒〕

	軟木	瓦楞板	泡棉布	手揉紙	保麗龍	木材	塑膠墊	玻璃	砂紙
1 st	0.68	0.55	0.87	0.52	0.56	0.55	0.65	0.68	--
2 nd	0.68	0.55	0.87	0.52	0.56	0.55	0.65	0.68	--
3 rd	0.68	0.55	0.87	0.52	0.56	0.55	0.65	0.68	--
標準差	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	--



塑膠墊的最大靜摩擦係數為最大，其次為泡棉布、軟木、玻璃。其餘各材質偏小，且差距不大。



泡棉布的動摩擦係數為最大，其次為軟木、玻璃、塑膠墊。其餘各材質的差距也不大。

結果分析二：實驗數據及分析討論

前提：在這裡我們定義下列表格的分類作圖依據

- 原始數據 $\langle \text{BB 彈顆粒數} \rangle / \langle \text{所用秒數} \rangle$
其為實驗初我們所直接測量出的 BB 彈數量與全部流完的時間。
- $V \langle \text{BB 彈顆粒數} \div \text{所用秒數} \rangle$
其為將上表中的 BB 彈數量除於所流的時間，所得到的「流量」。
- $V' \langle V \div \text{口徑最簡整數比} \rangle$
再除以一次「變因比例」是為了消除掉不同變因所造成的直接影響，將其放在同一個標準上比較。

軟木 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 開口改變作圖

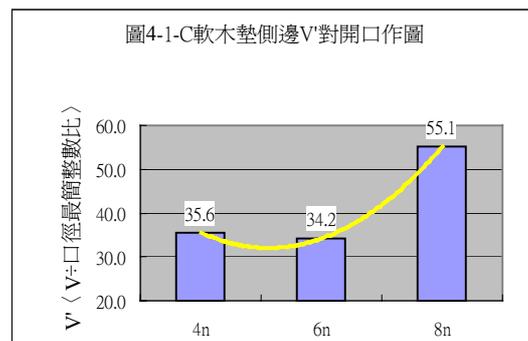
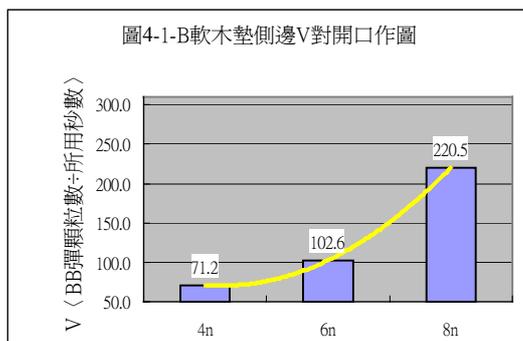
【原始數據】

表 4-1-A	原始數據〈BB 彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	4195.0/59.59	4145.0/58.96	4196.4/57.11	4154.0/58.82	4117.7/57.75	4161.6/58.45
6n	4298.2/43.51	4223.1/41.14	4208.0/40.50	4213.2/41.05	4240.0/40.46	4236.5/41.33
8n	4582.5/21.15	4608.8/20.46	4613.6/20.73	4634.8/21.00	4668.6/21.46	4621.7/20.96

表4-1-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	70.4	70.3	73.5	70.6	71.3	71.2	±1.1
6n	98.8	102.7	103.9	102.6	104.8	102.6	±1.9
8n	216.7	225.3	222.6	220.7	217.5	220.5	±2.9

表4-1-C	V' 〈V÷口徑最簡整數比〉						
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	35.2	35.2	36.7	35.3	35.7	35.6	±0.5
6n	32.9	34.2	34.6	34.2	34.9	34.2	±0.6
8n	54.2	56.3	55.6	55.2	54.4	55.1	±0.7

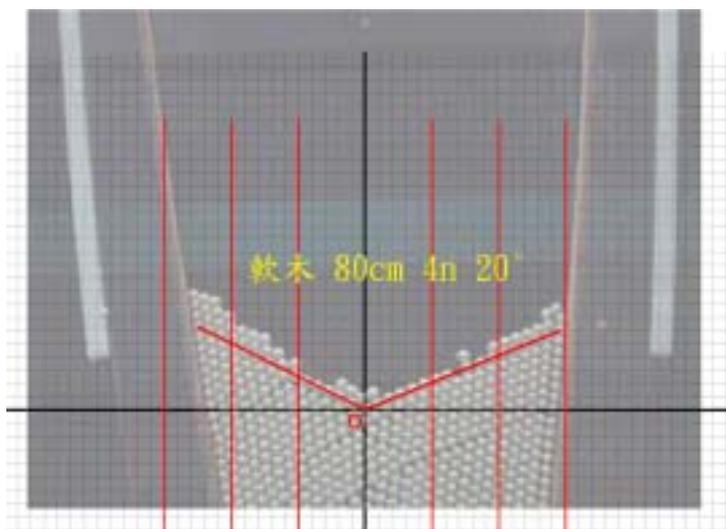
【數據分析】



(V 作圖) 向上逐漸增大的趨勢線，在開口 6n – 8n 過程中增加很多，幾乎多了有 6n 一倍之多。

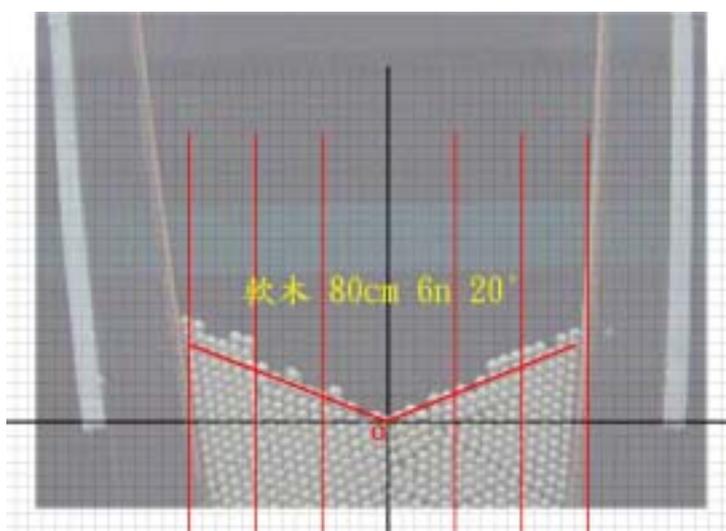
(V' 作圖) 4n 和 6n 除掉開口因素之後，4n 和 6n 幾乎相同 (6n 甚至略低於 4n)。但 8n 仍然高出許多，在二次曲線的作圖之下，約在 5n 區域呈現一最小值，6n-8n 區域變化在過了最低點之後，上升的幅度變大。

【彎月形之圖形及分析】



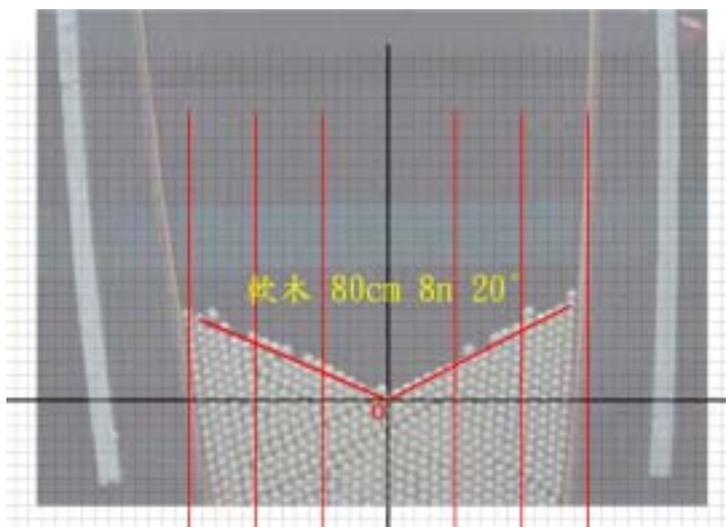
右側斜率：0.43
左側斜率：0.50
修正斜率：0.462

中央最低點偏向左邊，因此左側的斜率稍大。右側線上方的一排 BB 彈不取是因為其為正在落下不穩定的 BB 彈。



右側斜率：0.43
左側斜率：0.40
修正斜率：0.440

兩側的高度相同，斜率也都差不多。左右兩側上方皆有正在流下而未取之的 BB 彈。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.43
修正斜率：0.462

兩邊高度也相同，中心點略為偏移往右。上端滾落的 BB 彈不多，流動的狀況也較平穩。

【綜合分析】開口的增加對斜率的影響不大，6n 時的斜率略小，可能是因為其上方有一排正在滾動的 BB 彈而未將其列入考慮之故

瓦楞板 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

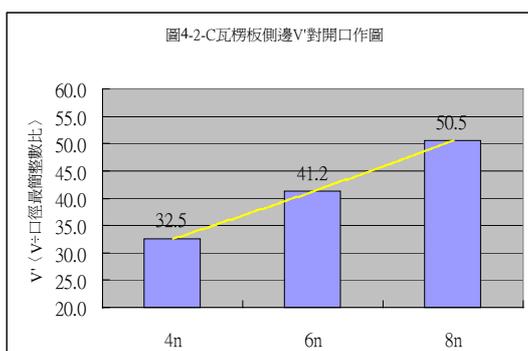
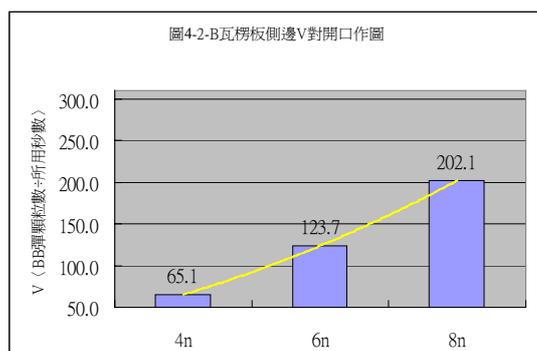
【原始數據】

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	4133.3/64.23	4111.9/63.39	4140.6/63.31	4069.7/62.98	4163.9/62.93	4123.9/63.37
6n	4365.2/35.51	4273.8/35.52	4372.9/34.59	4409.1/35.03	4373.6/35.51	4358.9/35.23
8n	4693.6/23.48	4726.5/23.40	4748.1/23.86	4761.7/23.28	4706.8/22.94	4727.3/23.39

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5 th	平均值	標準差
4n	64.4	64.9	65.4	64.6	66.2	65.1	±0.6
6n	122.9	120.3	126.4	125.9	123.2	123.7	±2.0
8n	199.9	202.0	199.0	204.5	205.2	202.1	±2.2

開口次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	32.2	32.4	32.7	32.3	33.1	32.5	±0.3
6n	41.0	40.1	42.1	42.0	41.1	41.2	±0.7
8n	50.0	50.5	49.7	51.1	51.3	50.5	±0.6

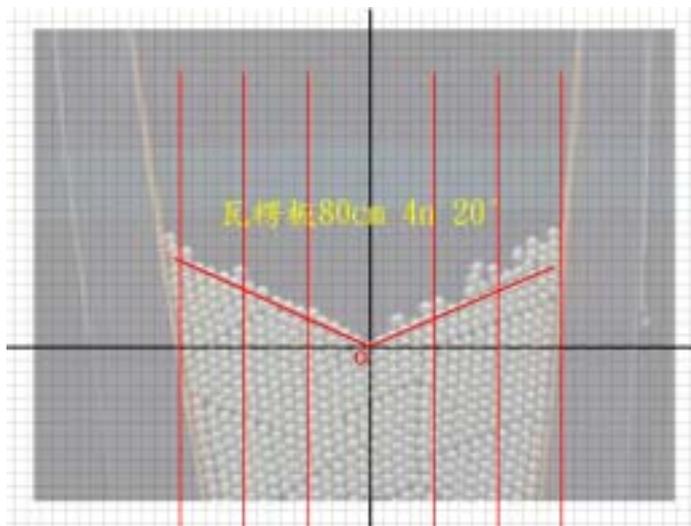
【數據分析】



(V 作圖) 趨勢線有向上發散的走向，但幅度很小，類似直線，速度以平穩的變化程度上升。

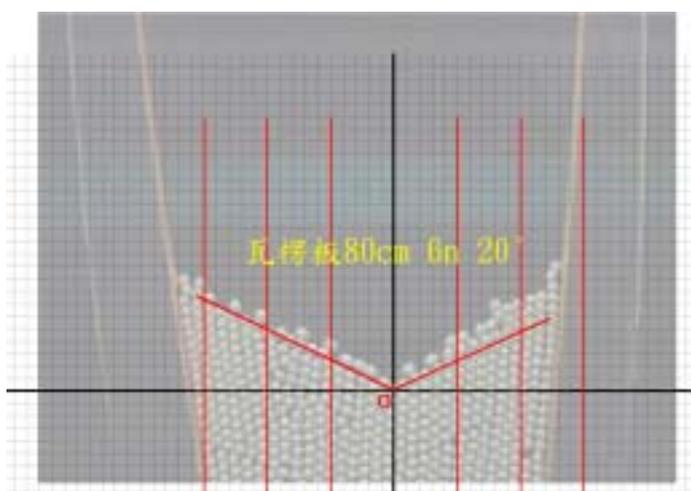
(V'作圖) 除了開口的因素之後，也出現了趨近於直線的圖形。而斜率變小，代表其開口因素的消除之後，變化減小的現象。

【彎月形之圖形及分析】



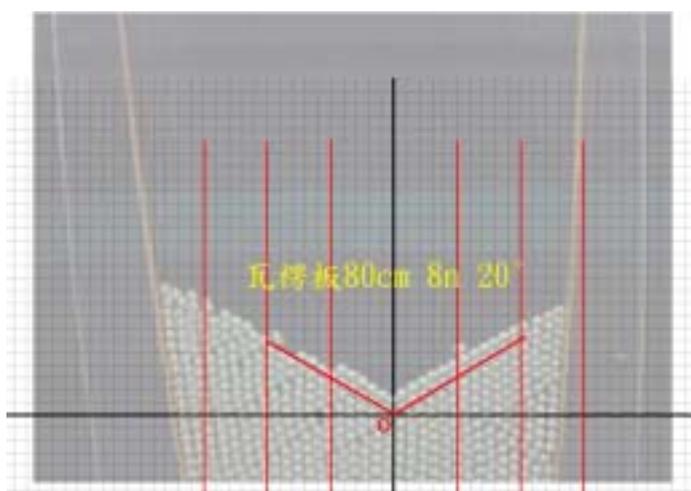
右側斜率：0.45
左側斜率：0.47
修正斜率：0.460

兩邊的斜率相差不多，兩側的高度也大略相同（不記右側上方正在滾落的BB彈）



右側斜率：0.48
左側斜率：0.47
修正斜率：0.475

中心最低點略為右移，但上方有一到二排正在滾落的BB彈不計。



右側斜率：0.60
左側斜率：0.60
修正斜率：0.600

中央部分除了甫掉落而聚集的一排BB彈之外，其他上端的排列部分尚稱穩定。

【綜合分析】4n 和 6n 的斜率相差不多（6n 稍大），滾落的BB彈較多，但到了8n 的時候，斜率變大，而且比較起來，BB彈的排列也較穩定。

泡棉布 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

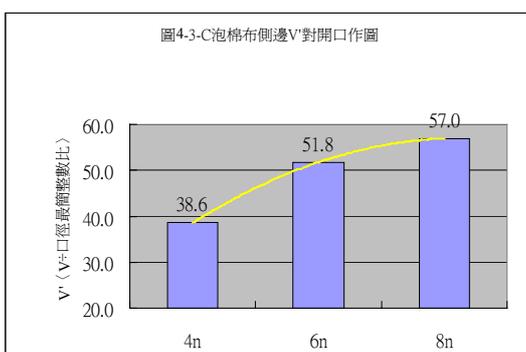
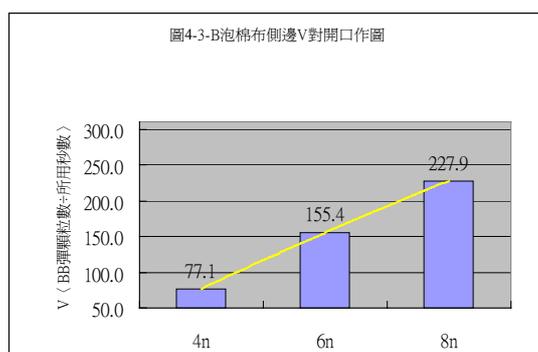
【原始數據】

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	4089.1/53.02	4072.2/54.26	4130.3/52.80	4142.4/54.18	4135.9/52.49	4114.0/53.35
6n	4470.7/28.70	4415.2/29.15	4470.0/28.95	4431.0/28.38	4484.8/28.21	4454.3/28.68
8n	4770.1/20.84	4783.0/21.20	4712.9/20.53	4693.8/20.45	4764.7/21.10	4744.9/20.82

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	77.1	75.0	78.2	76.5	78.8	77.1	±1.2
6n	155.8	151.5	154.4	156.1	159.0	155.4	±2.2
8n	228.9	225.6	229.6	229.5	225.8	227.9	±1.6

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	38.6	37.5	39.1	38.2	39.4	38.6	±0.6
6n	51.9	50.5	51.5	52.0	53.0	51.8	±0.7
8n	57.2	56.4	57.4	57.4	56.5	57.0	±0.4

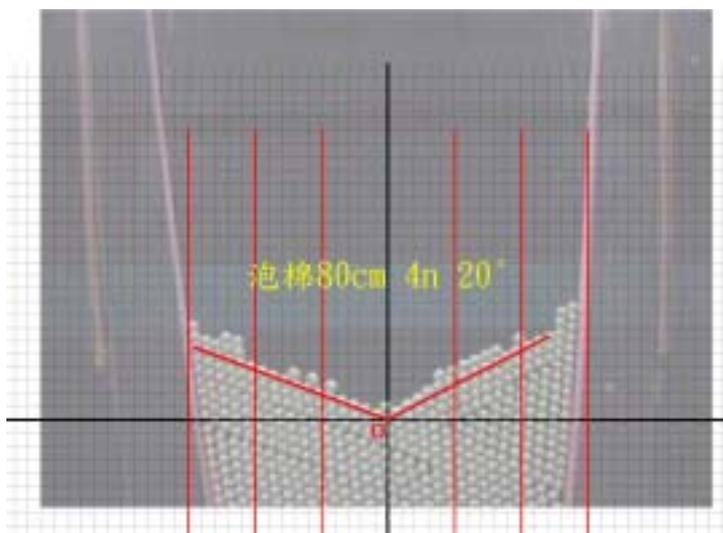
【數據分析】



(V 作圖) 明顯以直線的趨勢上升，向上收斂的發生在 6n-8n 之間，其變化的幅度較 4n-6n 之間小。

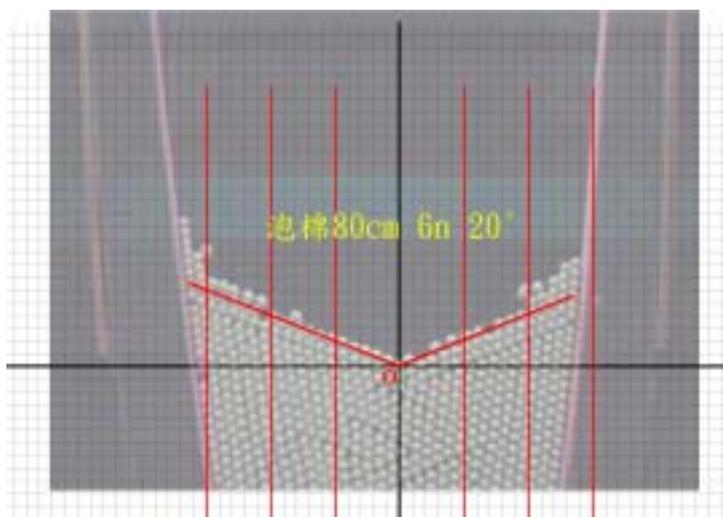
(V' 作圖) 在此圖收斂的趨勢更為明顯，其發生也在於 6n-8n 之間，更較 (V) 圖更為明顯。

【彎月形之圖形及分析】



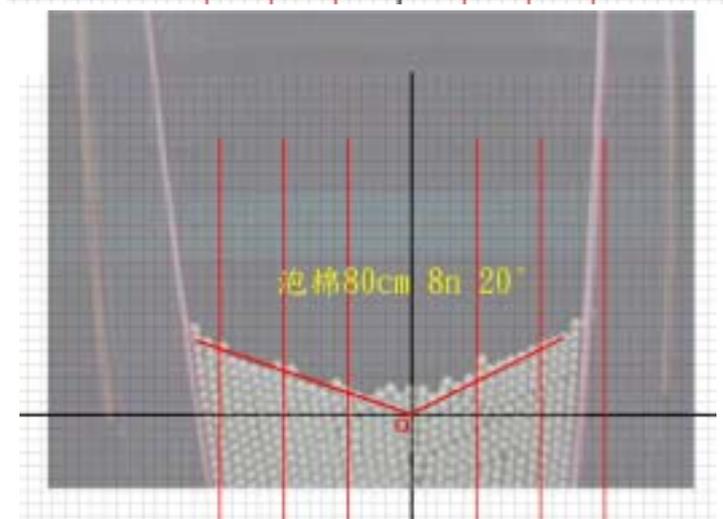
右側斜率：0.50
左側斜率：0.40
修正斜率：0.444

兩側邊界上端有尚未流下的 BB 彈，中央部分也有剛剛流下聚集的 BB 彈。不採計之。



右側斜率：0.42
左側斜率：0.40
修正斜率：0.410

左側和右側 BB 彈聚集的情況更為明顯，將其狀況排除後，其堆積的狀況還算穩定。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.36
修正斜率：0.419

中央為甫落下聚集的 BB 彈，兩側的上端部分因為 BB 彈剛落下，沒有 BB 彈聚集的現象發生。

【綜合分析】泡棉在兩旁聚集的程度較大，且較不容易落下。兩旁聚集的 BB 彈不易滾落而下。

手揉紙 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

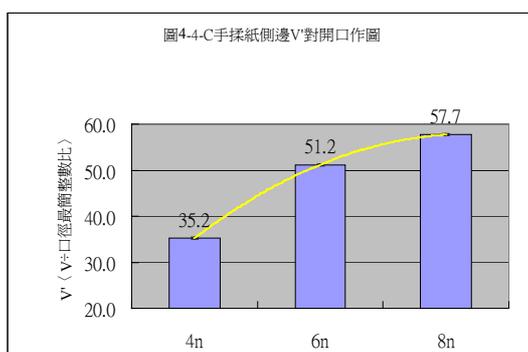
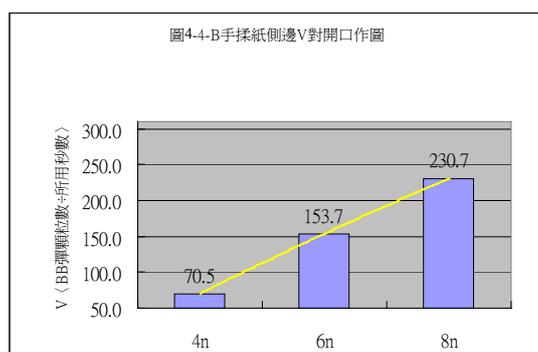
【原始數據】

表4-4-A			原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉			
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	3931.5/54.39	3942.0/56.17	3977.5/56.51	4001.0/56.76	3997.5/57.90	3969.9/56.35
6n	4382.0/28.76	4361.0/28.84	4322.5/27.95	4324.0/27.72	4402.5/28.57	4358.4/28.37
8n	4489.5/19.24	4573.0/19.88	4554.0/19.97	4533.0/19.56	4572.5/19.87	4544.4/19.70

表4-4-B		V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉					
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	72.3	70.2	70.4	70.5	69.0	70.5	±1.0
6n	152.4	151.2	154.7	156.0	154.1	153.7	±1.5
8n	233.3	230.0	228.0	231.7	230.1	230.7	±1.6

表4-4-C		V' 〈V÷口徑最簡整數比〉					
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	36.1	35.1	35.2	35.2	34.5	35.2	±0.5
6n	50.8	50.4	51.6	52.0	51.4	51.2	±0.5
8n	58.3	57.5	57.0	57.9	57.5	57.7	±0.4

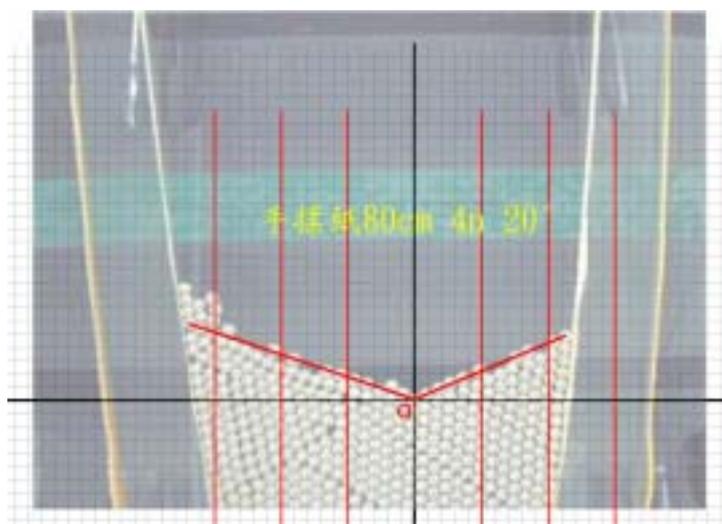
【數據分析】



(V 作圖) 趨近於直線的變化，整體有些微收斂的趨勢，分佈範圍平均。

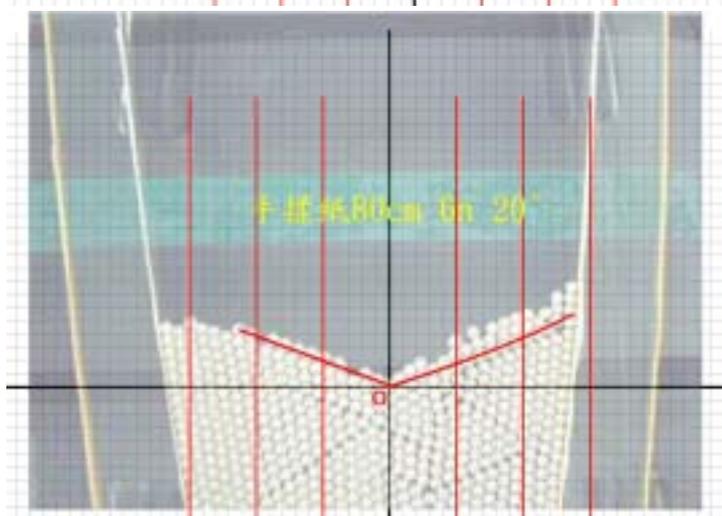
(V' 作圖) 除掉了因素之後，收斂的幅度增加明顯，但整體收斂的狀況偏向於 6n-8n 的部分。

【彎月形之圖形及分析】



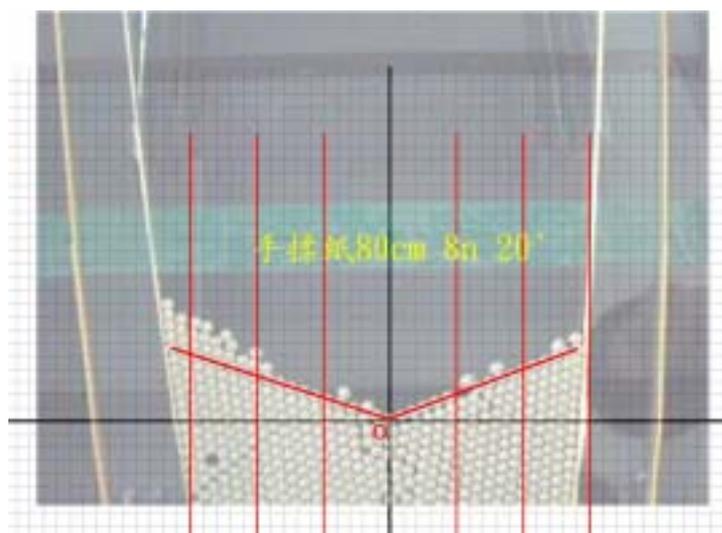
右側斜率：0.44
左側斜率：0.33
修正斜率：0.377

中心點略為偏右，在左側上端有 2-3 層厚度的 BB 彈聚集。



右側斜率：0.38
左側斜率：0.40
修正斜率：0.390

中心點也略為偏右，BB 彈滾動落下的程度頗大，左側上方的「缺口」為 BB 彈滾落後，尚未自然填補完整的現象。而右側則為正在滾落下的兩層厚度 BB 彈。



右側斜率：0.40
左側斜率：0.33
修正斜率：0.362

中心點回復至中央，左側上端有 BB 彈聚集的情形，而有些則已經滾落。

【綜合分析】開口對於斜率的影響並不明顯，約在 0.37 ± 0.15 的程度左右。另外，BB 彈的流動不穩定許多，緊密結合的程度不大。

保麗龍 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

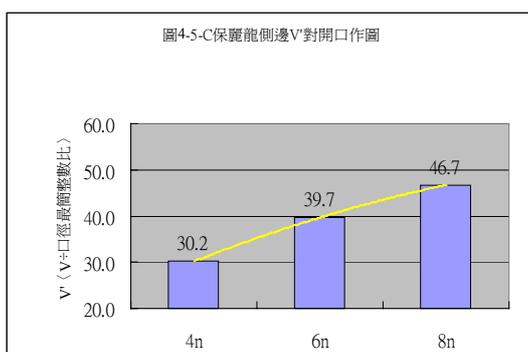
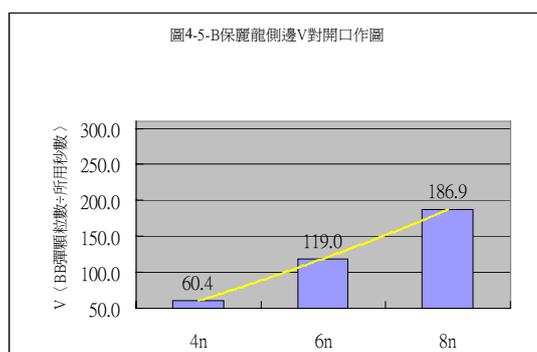
【原始數據】

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	4212.5/71.49	4050.5/69.79	4214.0/69.03	4182.0/67.88	4283.5/68.83	4188.5/69.40
6n	4372.0/35.83	4371.5/36.85	4453.0//37.36	4481.5/37.72	4504.5/38.64	4436.5/37.28
8n	4764.5/25.19	4754.0/25.65	4746.0/25.18	4781.5/25.62	4875.5/26.34	4784.3/25.60

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	58.9	58.0	61.0	61.6	62.2	60.4	±1.5
6n	122.0	118.6	119.2	118.8	116.6	119.0	±1.6
8n	189.1	185.3	188.5	186.6	185.1	186.9	±1.5

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	29.5	29.0	30.5	30.8	31.1	30.2	±0.7
6n	40.7	39.5	39.7	39.6	38.9	39.7	±0.5
8n	47.3	46.3	47.1	46.7	46.3	46.7	±0.4

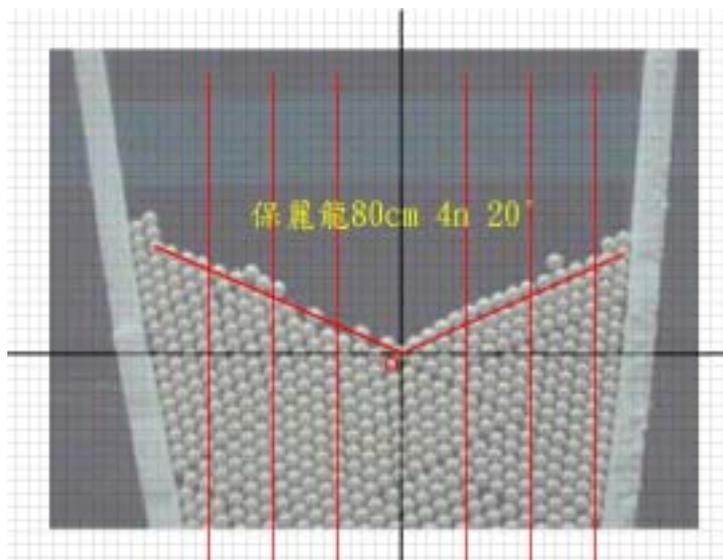
【數據分析】



(V作圖) 整體的速度偏快，趨勢線類似直線，有向上開放的走向存在，但並不明顯。

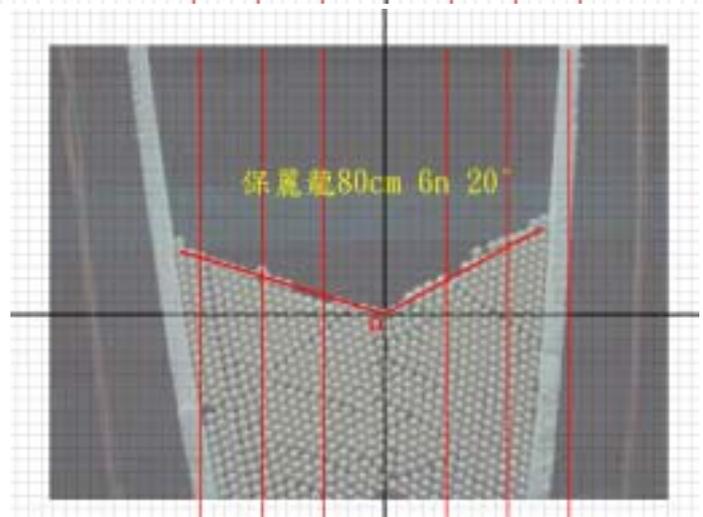
(V'作圖) 除了開口的因素之後，趨勢線反而成為收斂的走向。收斂的範圍在4n-8n之間平均分佈。

【彎月形之圖形及分析】



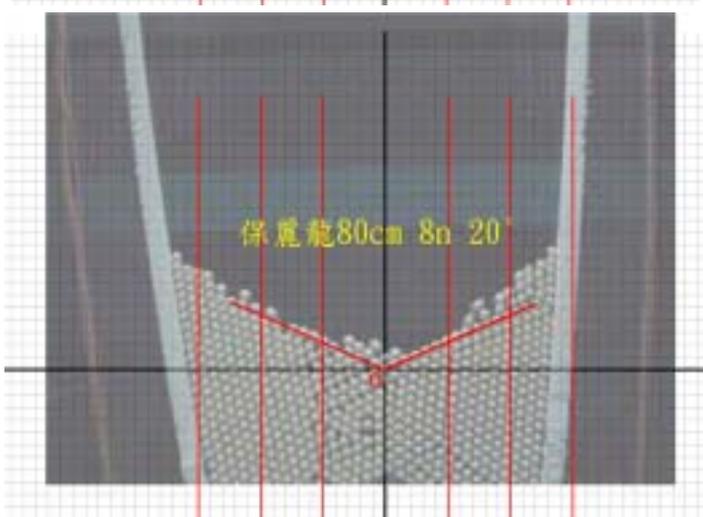
右側斜率：0.47
左側斜率：0.44
修正斜率：0.455

兩端上方（尤其是右端）聚集有約一排厚度 BB 彈且正在滾落下。除此之外，其他部分尚稱穩定。



右側斜率：0.56
左側斜率：0.33
修正斜率：0.415

中心點往左偏移，但因兩邊高度相同，故我們將可用修正斜率為其定義其斜率。



右側斜率：0.44
左側斜率：0.44
修正斜率：0.440

去除掉兩側上端將滾落以及中央低點聚集的 BB 彈外，所得到的兩邊斜率相等。

【綜合分析】除了 6n 的部分斜率稍低之外，比較起來也呈現差距不大的情形。但兩側上端幾乎都有 BB 彈聚集的狀況發生。

木材 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

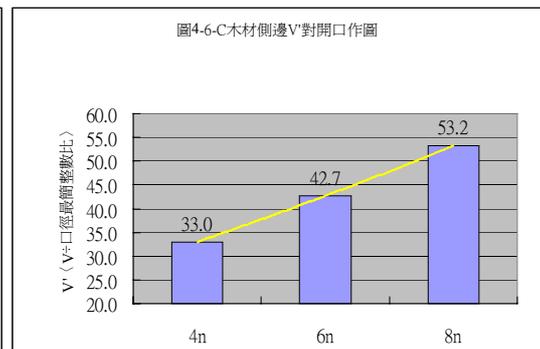
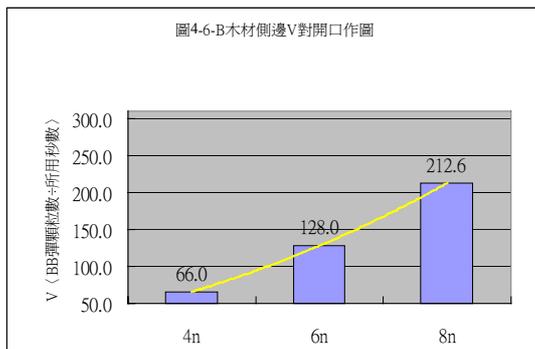
【原始數據】

開口\次數	1st	2nd	3rd	4 th	5th	平均值
4n	4199.0/65.47	4214.0/62.19	4194.5/65.08	4223.0/64.27	4011.0/59.17	4168.3/63.24
6n	4502.5/34.39	4450.0/35.08	4438.0/34.85	4418.5/34.19	4439.5/35.28	4449.7/34.76
8n	4623.5/21.85	4526.0/21.11	4610.0/21.84	4592.5/21.27	4593.5/21.86	4589.1/21.59

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	64.1	67.8	64.5	65.7	67.8	66.0	±1.4
6n	130.9	126.9	127.3	129.2	125.8	128.0	±1.7
8n	211.6	214.4	211.1	215.9	210.1	212.6	±2.0

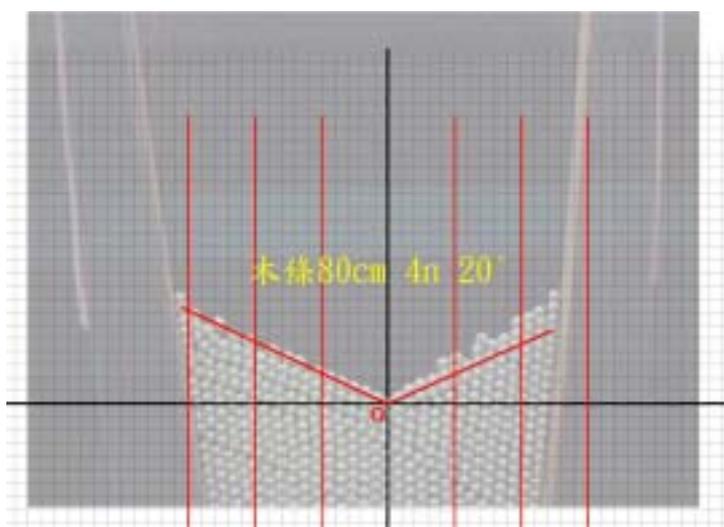
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	32.1	33.9	32.2	32.9	33.9	33.0	±0.7
6n	43.6	42.3	42.4	43.1	41.9	42.7	±0.6
8n	52.9	53.6	52.8	54.0	52.5	53.2	±0.5

【數據分析】



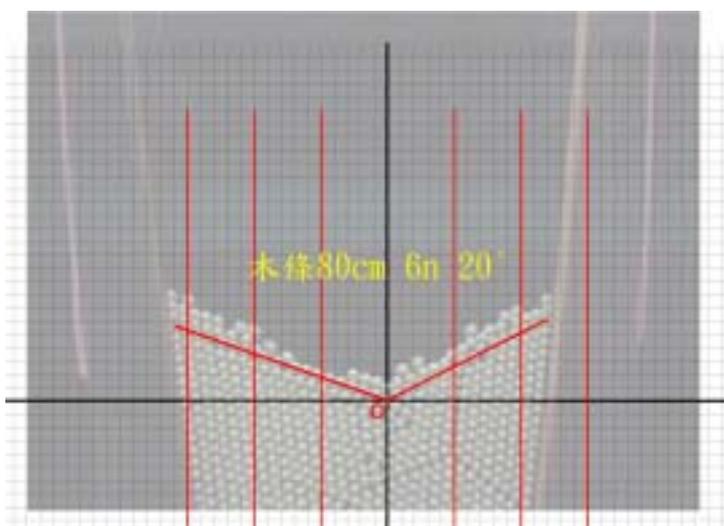
(V作圖) 整體而言的速度不快，趨勢線有向上發散的走向，但是幅度並不大。
 (V'作圖) 除掉了因素之後，發散的程度變小了，趨近為一直線的變化。

【彎月形之圖形及分析】



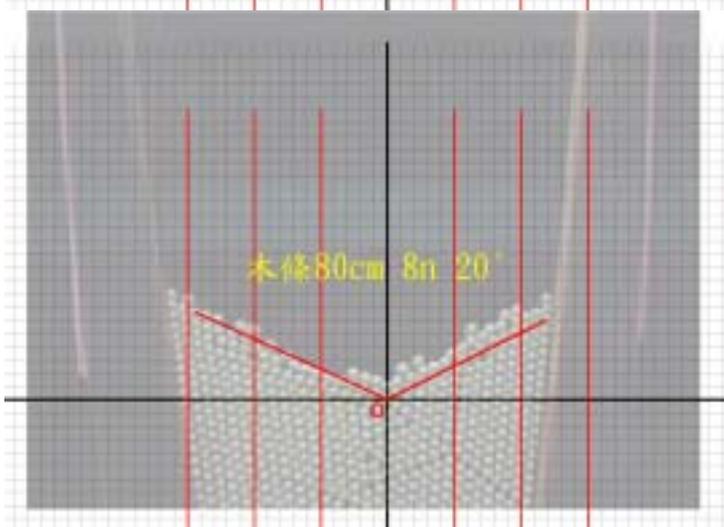
右側斜率：0.45
左側斜率：0.47
修正斜率：0.460

右端 BB 彈聚集且正向下滾動，扣除掉其部分後，兩端的斜率變化不多。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.36
修正斜率：0.419

兩側上端皆有約略2層厚度的 BB 彈聚集。中心點略為向右偏移，但因高度相同故可修正之。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.46
修正斜率：0.479

右側上端有正在滾落的 BB 彈，以及中央最低點部分也有左側上端滾落 BB 彈的聚集。

【綜合分析】6n 時的斜率稍小，可能受到兩邊斜率相差差距的影響，以及 BB 彈聚集之後不列入採計的因素影響。8n 時的斜率較 4n 時的時候為大。

塑膠墊 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

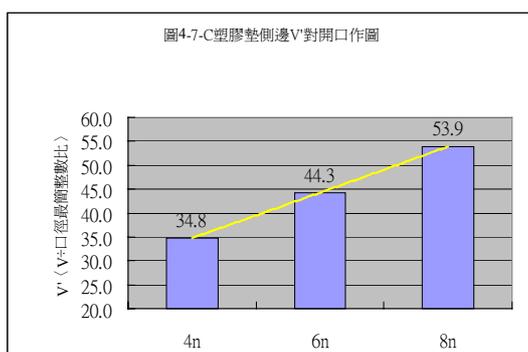
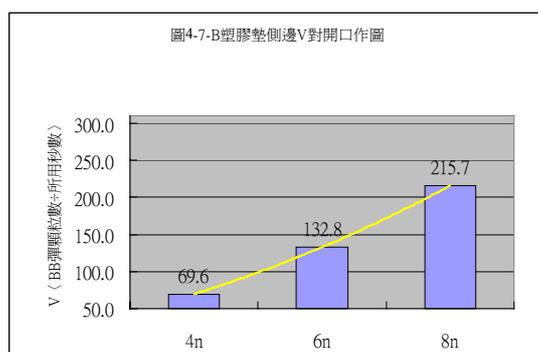
【原始數據】

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	3985.0/57.14	4072.0/56.68	4028.0/57.23	4021.0/59.11	4003.5/58.93	4021.9/57.82
6n	4285.5/32.46	4233.0/32.33	4313.0/32.10	4262.5/32.31	4226.5/31.33	4264.1/32.11
8n	4439.5/20.42	4488.0/20.82	4457.5/20.77	4490.0/20.86	4565.5/21.18	4488.1/20.81

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	69.7	71.8	70.4	68.0	67.9	69.6	±1.3
6n	132.0	130.9	134.4	131.9	134.9	132.8	±1.4
8n	217.4	215.6	214.6	215.2	215.6	215.7	±0.9

開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	34.9	35.9	35.2	34.0	34.0	34.8	±0.7
6n	44.0	43.6	44.8	44.0	45.0	44.3	±0.5
8n	54.4	53.9	53.7	53.8	53.9	53.9	±0.2

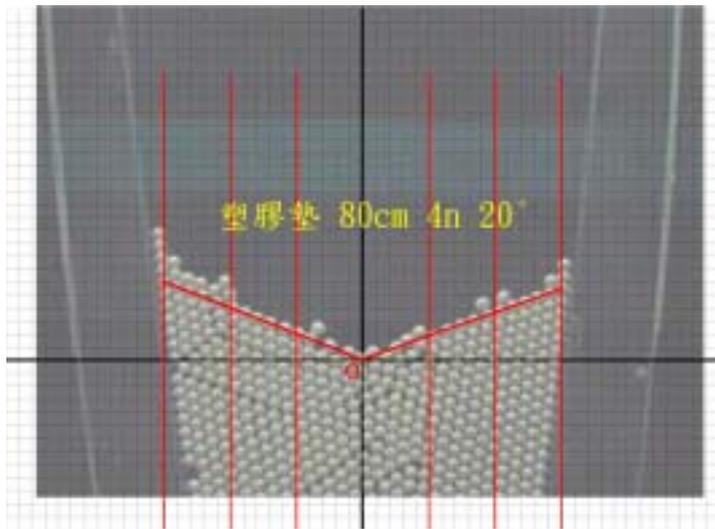
【數據分析】



(V作圖) 為直線的趨勢，稍微發散，但是幅度不大。尤其在 6n-8n 之間趨近於直線。

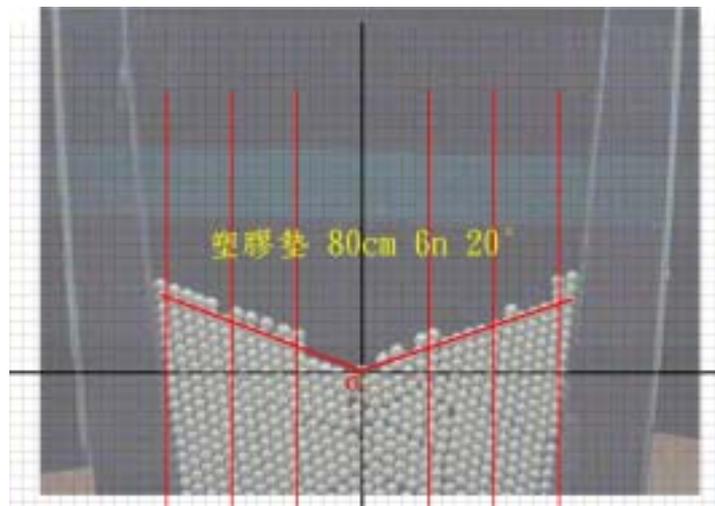
(V'作圖) 幾乎為直線的趨勢 (除掉因素之後)。經計算後 4n-6n 的差距和 6n-8n 的差距相同，可以證實其為一條直線。

【彎月形之圖形及分析】



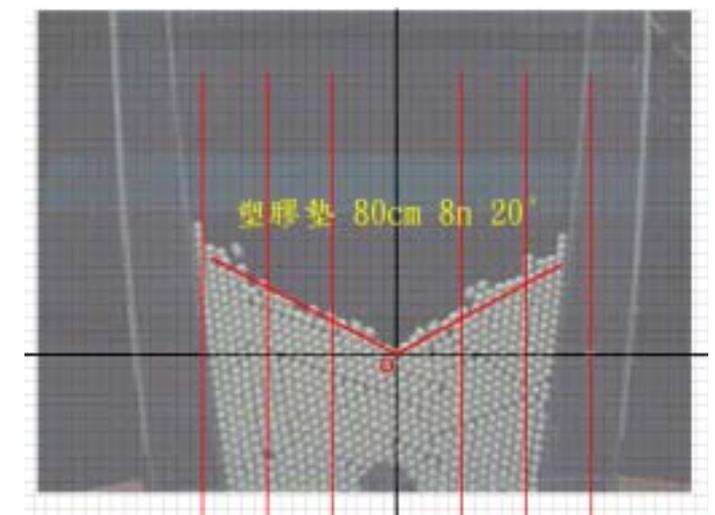
右側斜率：0.36
左側斜率：0.40
修正斜率：0.379

中心最低點位於中央，但左方上端有 BB 彈堆積的不穩定狀態。中央最低點之下方有稍微排列不緊密的空隙存在。



右側斜率：0.36
左側斜率：0.40
修正斜率：0.379

與上圖有相似的情形，左側上端也有 BB 彈聚集，且其正在滾落下滑。



右側斜率：0.57
左側斜率：0.53
修正斜率：0.549

斜率相較於其他圖，其值明顯變大，左右兩端有 BB 彈滾落，中央處稍微有 BB 彈的聚集。

【綜合分析】幾乎都有聚集的狀況發生，在 8n 的時候更為明顯，其斜率也明顯地加大許多。

玻璃 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

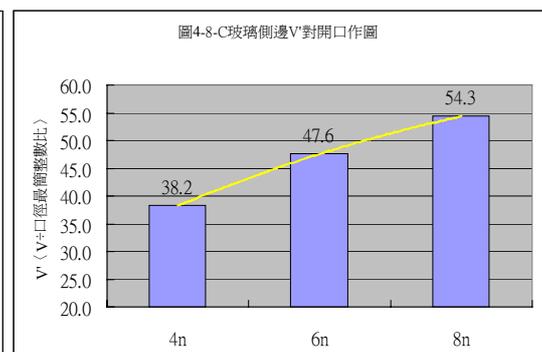
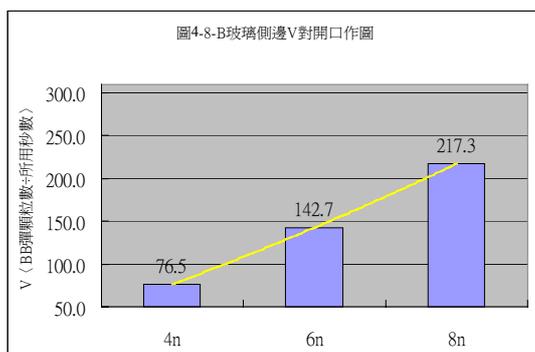
【原始數據】

表4-8-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	3984.0/52.18	3976.0/51.09	4018.0/53.58	4051.5/53.67	3931.0/50.53	3992.1/52.2
6n	4304.0/30.13	4165.0/29.38	4277.5/30.05	4218.5/29.26	4201.0/29.50	4233.2/29.7
8n	4487.5/20.86	4511.0/20.74	4424.5/20.30	4575.0/20.94	4455.0/20.49	4490.6/20.7

表4-8-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	76.4	77.8	75.0	75.5	77.8	76.5	±1.1
6n	142.8	141.8	142.3	144.2	142.4	142.7	±0.7
8n	215.1	217.5	218.0	218.5	217.4	217.3	±1.0

表4-8-C	V'〈V÷口徑最簡整數比〉						
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	38.2	38.9	37.5	37.7	38.9	38.2	±0.5
6n	47.6	47.3	47.4	48.1	47.5	47.6	±0.2
8n	53.8	54.4	54.5	54.6	54.4	54.3	±0.3

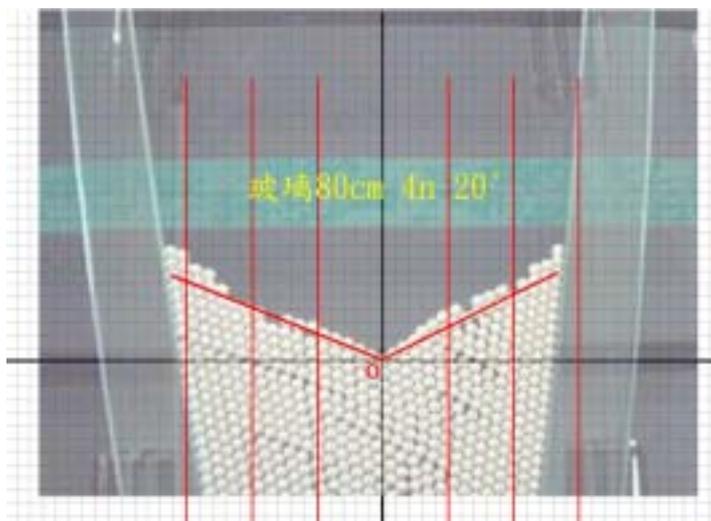
【數據分析】



(V作圖) 速度的部分幾乎為正比的直線變化，變化的幅度一致。

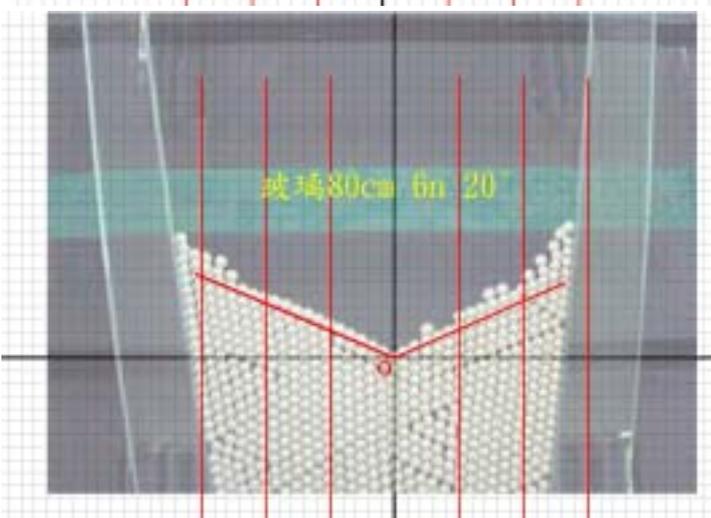
(V'作圖) 除掉了開口的因素之後，趨勢線從(V)中的直線轉變為收斂的趨勢。其趨勢在6n-8n之間較為明顯。

【彎月形之圖形及分析】



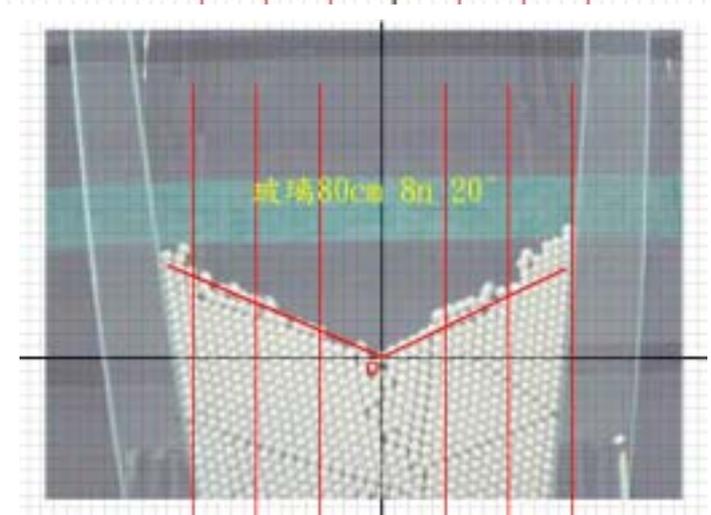
右側斜率：0.50
左側斜率：0.42
修正斜率：0.457

左側上端聚集有 1-2 層厚度的 BB 彈，其正在滾落下呈現不穩定的狀態。



右側斜率：0.44
左側斜率：0.43
修正斜率：0.435

左側與右側上端約有 2-3 層厚度的 BB 彈，最大有 5 顆 BB 彈成為垂直聚集的狀態。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.44
修正斜率：0.468

聚集的狀況更為顯著，甚至右方也有如上圖般垂直聚集的狀況存在。甚至左側也有正在滾落的 BB 彈，全體上端呈不穩定態。

【綜合分析】隨著開口 4n-6n-8n 的逐漸增加，BB 彈聚集的情況更加顯著。且下方 BB 彈排列的狀況也不甚緊密，有 BB 彈之間不互相接合的空隙。

砂紙 張角 20 度 仰角 1x 長度 80cm 口徑改變作圖

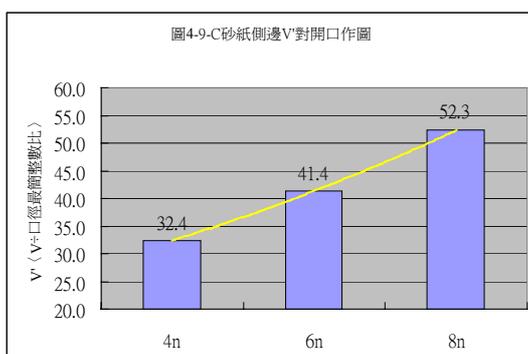
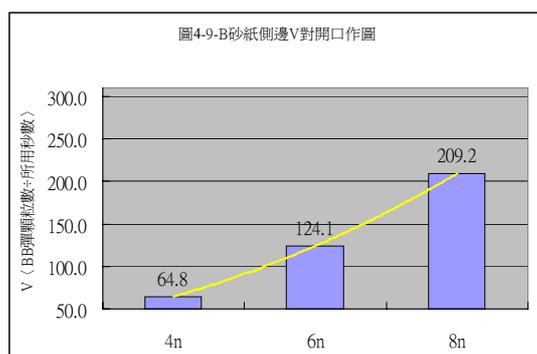
【原始數據】

表4-9-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
4n	3998.0/63.05	4023.5/62.15	3976.5/61.89	4197.0/62.01	4134.5/64.52	4065.9/62.72
6n	4213.5/34.28	4151.6/33.80	4135.5/33.06	4186.5/33.27	4206.5/33.91	4178.7/33.66
8n	4708.0/22.79	4752.5/22.47	4694.5/22.33	4692.5/22.35	4725.5/22.75	4714.6/22.54

表4-9-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	63.4	64.7	64.3	67.7	64.1	64.8	±1.4
6n	122.9	122.8	125.1	125.8	124.0	124.1	±1.1
8n	206.6	211.5	210.2	210.0	207.7	209.2	±1.6

表4-9-C	V' 〈V÷口徑最簡整數比〉						
開口\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
4n	31.7	32.4	32.1	33.8	32.0	32.4	±0.7
6n	41.0	40.9	41.7	41.9	41.3	41.4	±0.4
8n	51.6	52.9	52.6	52.5	51.9	52.3	±0.4

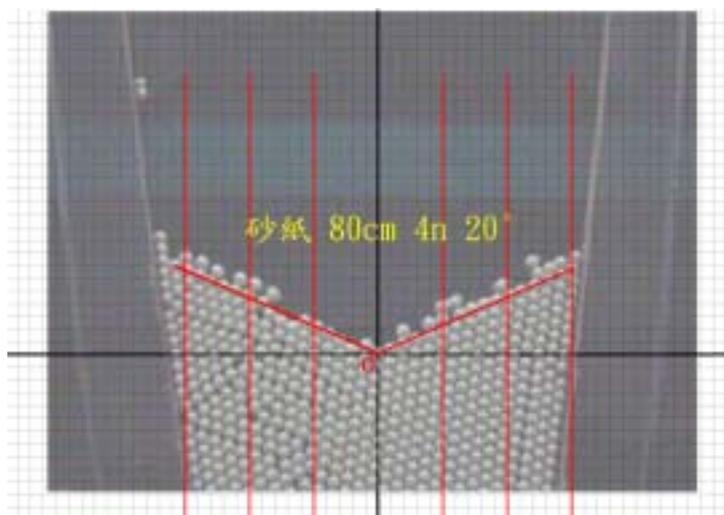
【數據分析】



(V作圖)發散的狀況不顯著，在4n-6n之間的上升發散程度較大，增加了約略有1倍之多。

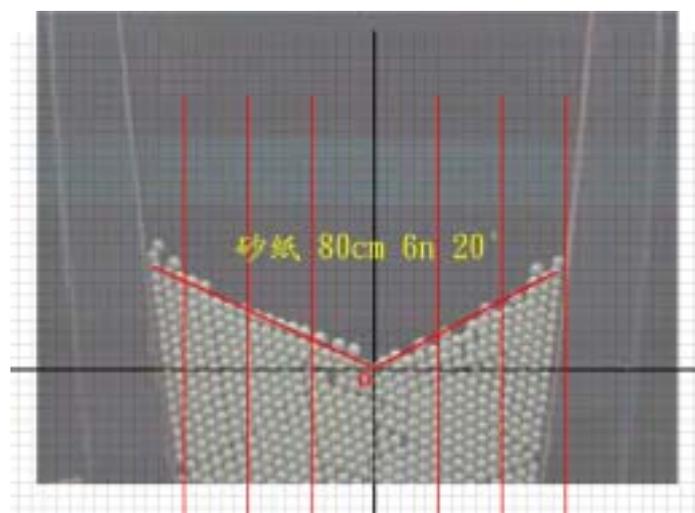
(V'作圖)除掉了因素之後，原本發散的趨勢線在(V')處轉變為趨近於直線，但仍有發散，其程度不大。

【彎月形之圖形及分析】



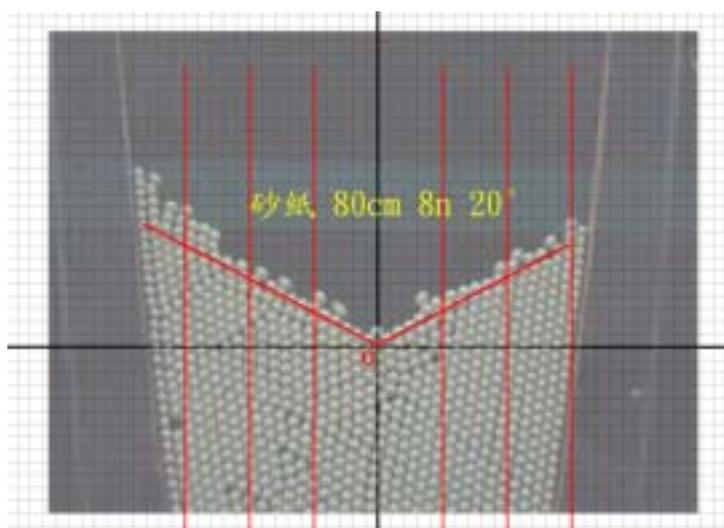
右側斜率：0.44
左側斜率：0.45
修正斜率：0.445

除了兩側上方有一層正滾落的 BB 彈，其他部分的堆積狀況尚稱緊密。



右側斜率：0.57
左側斜率：0.50
修正斜率：0.533

排列也呈穩定，中央最低處偏向右邊，以至於右方斜率稍大。但因兩側高度相同，故我們可加以修正之。



右側斜率：0.56
左側斜率：0.55
修正斜率：0.555

左側上方有即將滾落的 BB 彈，其聚集程度大，相較起來比較不穩定。

【綜合分析】在開口聚集的過程之中，其聚集的程度逐漸變大，滾動的過程中也較不穩定。另外在斜率也隨著開口的增加而變大。

軟木 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

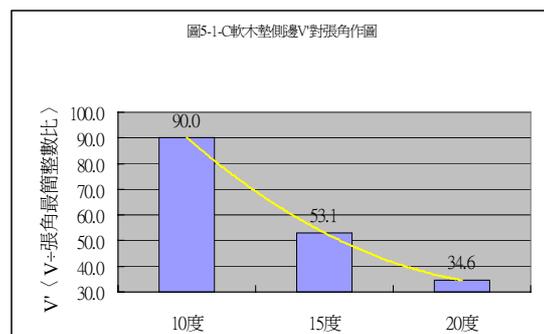
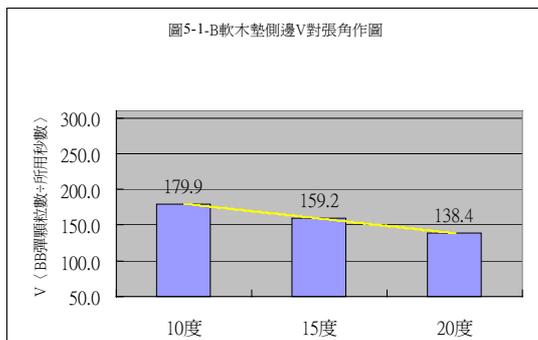
【原始數據】

表5-1-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3779.2/20.64	3669.9/20.88	3630.9/20.54	3746.8/20.54	3889.8/21.41	3743.3/20.80
15度	4983.7/30.83	4932.0/31.27	4946.3/30.69	4950.2/31.30	4743.1/30.15	4911.1/30.85
20度	6523.3/46.24	6461.9/47.01	6474.7/46.31	6562.6/48.31	6550.2/47.54	6514.5/47.08

表5-1-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	183.1	175.8	176.8	182.4	181.7	179.9	±3.1
15度	161.7	157.7	161.2	158.2	157.3	159.2	±1.8
20度	141.1	137.5	139.8	135.8	137.8	138.4	±1.8

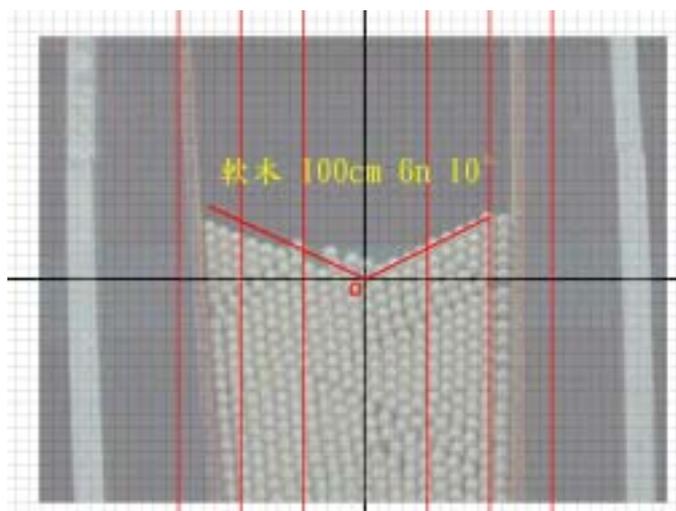
表5-1-C	V'〈V÷張角最簡整數比〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	91.6	87.9	88.4	91.2	90.8	90.0	±1.5
15度	53.9	52.6	53.7	52.7	52.4	53.1	±0.6
20度	35.3	34.4	35.0	34.0	34.4	34.6	±0.5

【數據分析】



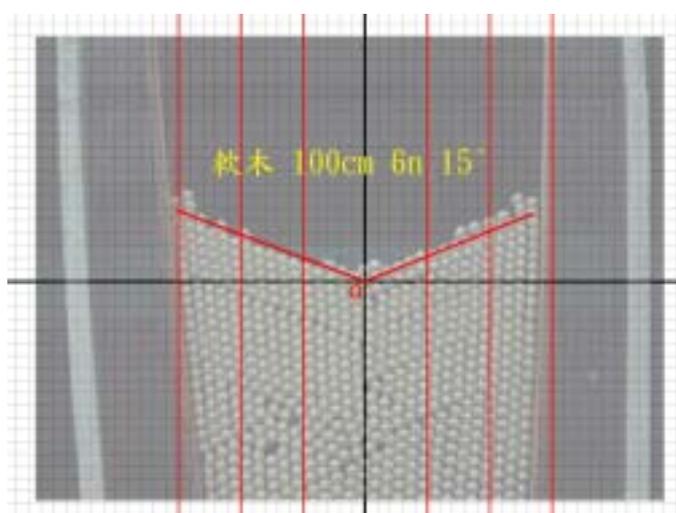
(V作圖) 隨著其張角角度的增加，趨勢線類似直線，並且有向下遞減的走向。
 (V'作圖) 除掉了因素之後，往下遞減的程度明顯增加許多。但其趨勢在 15-20 度之間趨緩。

【彎月形之圖形及分析】



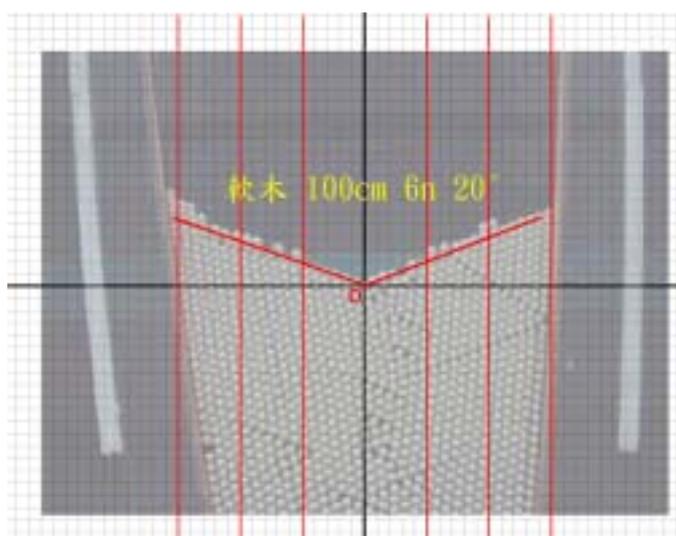
右側斜率：0.50
左側斜率：0.50
修正斜率：0.500

張角小，可形成的彎月形也不大。中央處為剛剛滾落的BB彈聚集。



右側斜率：0.40
左側斜率：0.40
修正斜率：0.400

BB彈排列較10度時穩定許多。只有在兩側上方各有一些聚集的BB彈聚集。下方BB彈的排列也較緊實。



右側斜率：0.40
左側斜率：0.38
修正斜率：0.390

張角大，排列的穩定程度為其中最穩定。兩側上端所滾落下的BB彈速度也較緩慢。

【綜合分析】隨著張角的增大，BB彈的排列也趨之為穩定。斜率的變化也隨著張角的增大而減小。

瓦楞板 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

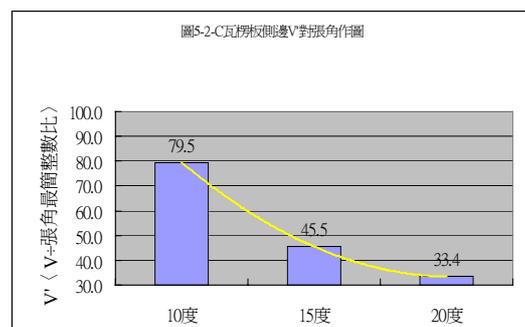
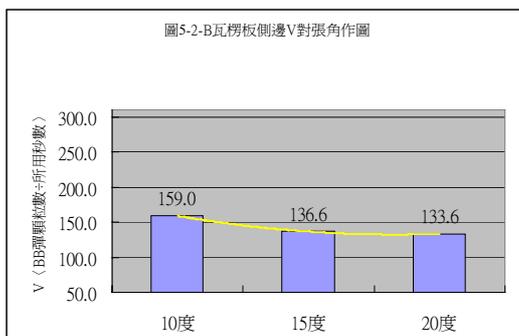
【原始數據】

表5-2-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3971.9/25.01	4022.5/24.91	3963.7/24.96	4033.3/25.82	4058.7/25.41	4010.0/25.22
15度	5243.0/37.95	5375.3/39.45	5302.5/38.95	5286.8/39.42	5343.1/38.60	5310.1/38.87
20度	6619.8/50.85	6629.9/49.77	6698.5/49.38	6644.5/49.67	6644.0/49.19	6647.3/49.77

表5-2-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	158.8	161.5	158.8	156.2	159.7	159.0	±1.7
15度	138.2	136.3	136.1	134.1	138.4	136.6	±1.6
20度	130.2	133.2	135.7	133.8	135.1	133.6	±1.9

表5-2-C	V'〈V÷張角最簡整數比〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	79.4	80.7	79.4	78.1	79.9	79.5	±0.9
15度	46.1	45.4	45.4	44.7	46.1	45.5	±0.5
20度	32.5	33.3	33.9	33.4	33.8	33.4	±0.5

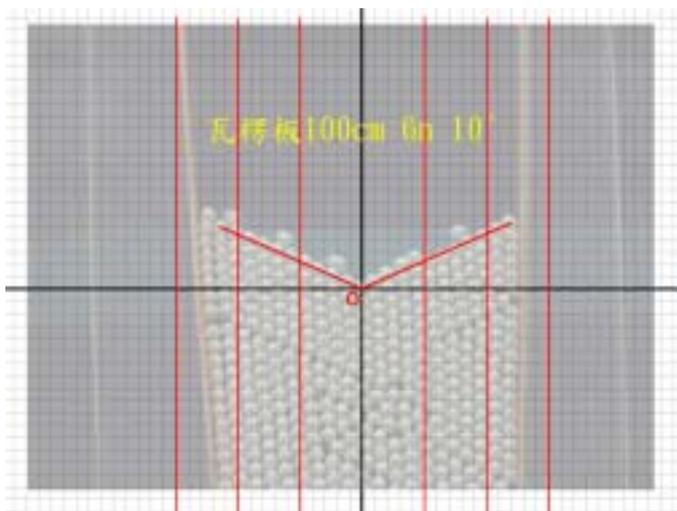
【數據分析】



(V作圖) 其數據同樣也隨著張角的增大而向下收斂。但整體的變化不大。在15-20度之間的數據幾乎呈現趨緩的平行x軸直線。

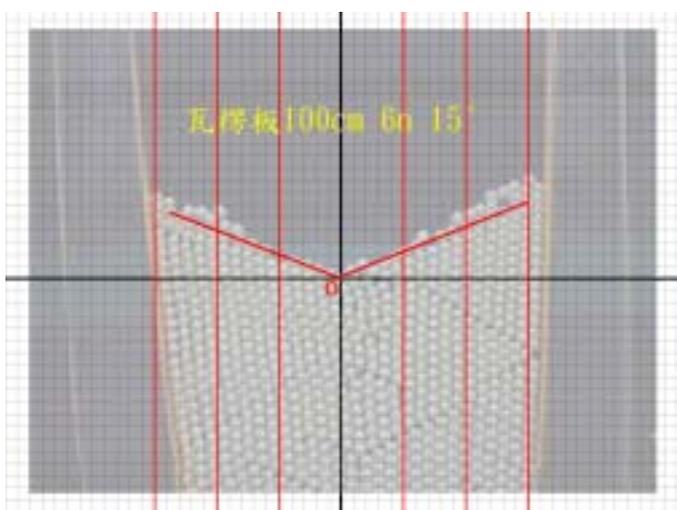
(V'作圖) 同樣在除掉了其張角因素之後，下降的幅度更大，尤其是在10-15度之間更為明顯。

【彎月形之圖形及分析】



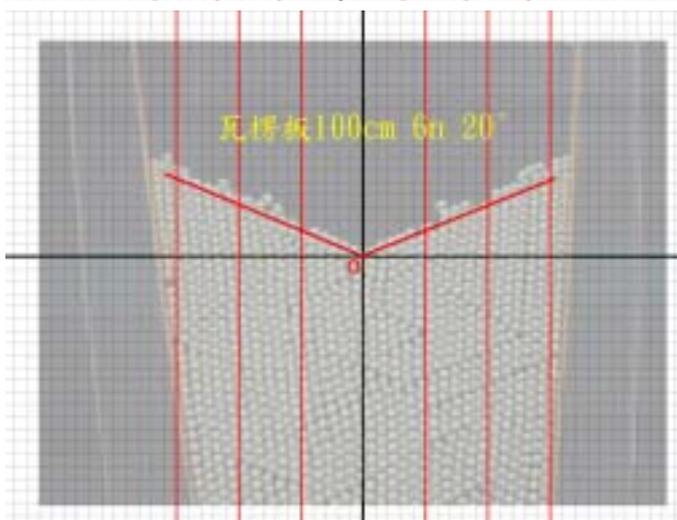
右側斜率：0.44
左側斜率：0.44
修正斜率：0.440

堆積的狀況並不緊密，兩側上方同樣也有聚集而滑落的BB彈。



右側斜率：0.43
左側斜率：0.40
修正斜率：0.414

右上方有一層厚度的BB彈聚集，其部分不予採計。整體斜率比較起來稍小。



右側斜率：0.42
左側斜率：0.43
修正斜率：0.425

張角為最大，排列趨向穩定的程度，中央最低處位置對齊良好，幾乎沒有偏差的狀況。

【綜合分析】數據中，其最小斜率值落在大約 15 度張角的時候，而最大的斜率則出現在 10 度張角之時。10-20 度之間斜率有先下降再上升的趨勢。

泡棉布 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

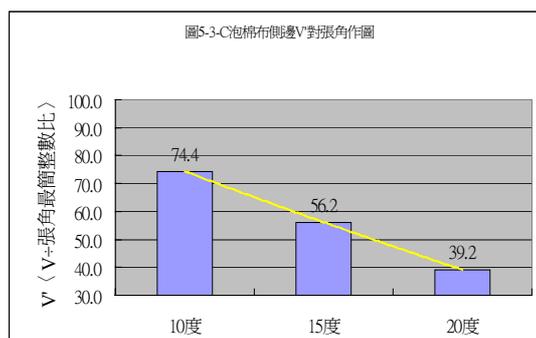
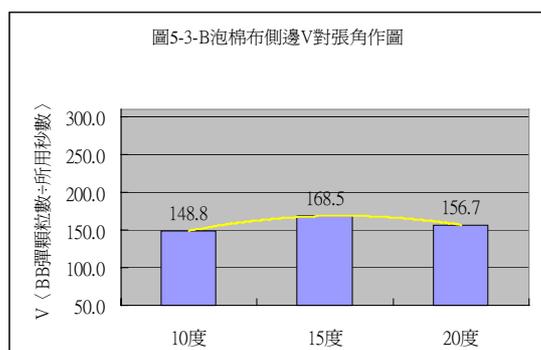
【原始數據】

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3849.3/25.46	3797.5/25.75	3829.4/25.50	3778.7/25.52	3704.5/25.22	3791.9/25.49
15度	5288.6/31.26	5225.5/30.63	5245.3/31.61	5247.3/30.97	5352.1/31.96	5271.831.29
20度	6670.8/42.36	6695.5/43.34	6697.9/42.37	6679.7/42.92	6602.9/41.86	6669.4/42.57

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	151.2	147.5	150.2	148.1	146.9	148.8	±1.6
15度	169.2	170.6	165.9	169.4	167.5	168.5	±1.6
20度	157.5	154.5	158.1	155.6	157.7	156.7	±1.4

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	75.6	73.7	75.1	74.0	73.4	74.4	±0.8
15度	56.4	56.9	55.3	56.5	55.8	56.2	±0.5
20度	39.4	38.6	39.5	38.9	39.4	39.2	±0.3

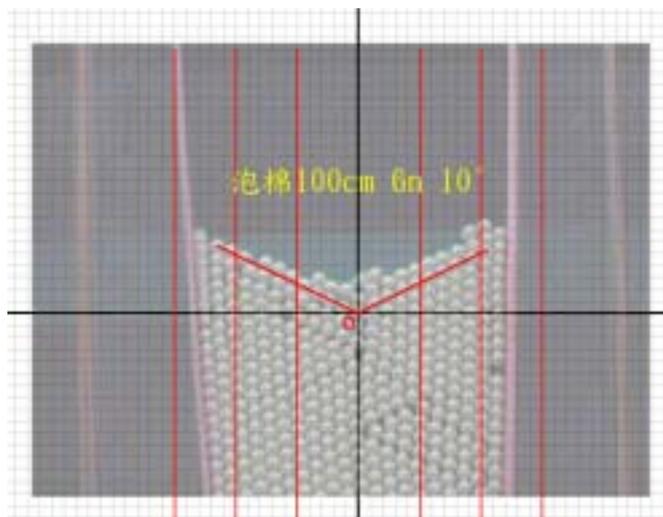
【數據分析】



(V作圖) 在約略 15 度張角時出現了速度的最大值。20 度時的速度略大於 10 度，但差距不大。以此推測其最大值的高峰應落在 15-20 度之間。

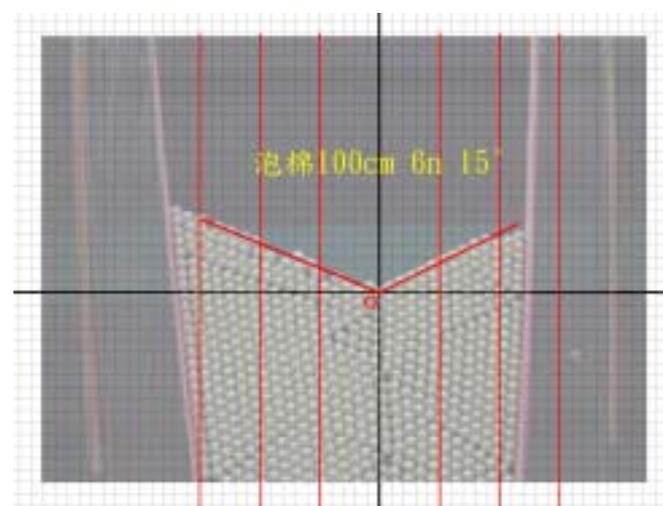
(V'作圖) 明顯地與 (V) 圖的「最大值」趨勢線不同：其為直線變化的的反相關線，下降的幅度較一定。

【彎月形之圖形及分析】



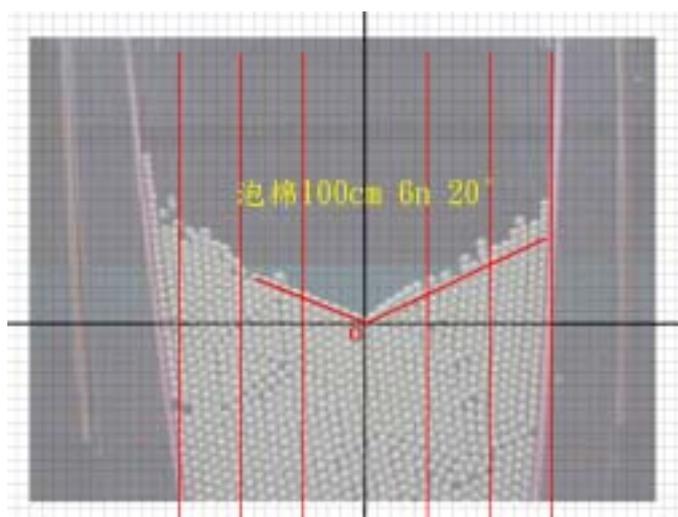
右側斜率：0.50
左側斜率：0.50
修正斜率：0.500

中央最低處有剛落下的 BB 彈聚集，加上右側上端正滾落的 BB 彈均列入不計，排列狀況並不緊密。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.43
修正斜率：0.485

開口略為偏向右邊，排列的緊密狀況較佳，BB 彈聚集的狀況也較上圖為減少。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.43
修正斜率：0.462

在張角增加的因素下，左下方的空隙處有出現「卡住」的狀況發生。這也使得左邊上端的 BB 彈有聚集的現象。

【綜合分析】在張角的增大下，斜率呈現穩定減少的趨勢，去除掉 20 度時因為隨機發生的「卡住」現象，排列的狀況應該隨著張角的增大而逐漸良好。

手揉紙 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

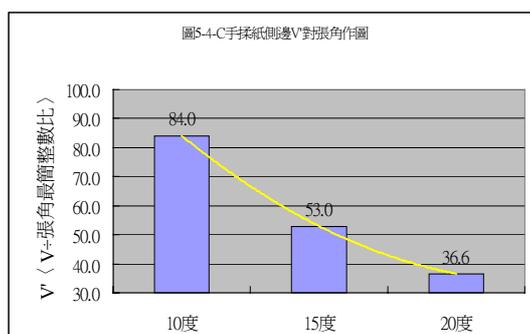
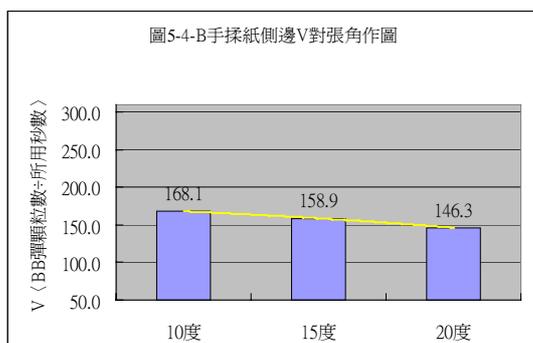
【原始數據】

表5-4-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3663.5/21.69	3673.5/21.91	3564.5/21.06	3643.0/21.60	3648.5/22.00	3638.6/21.65
15度	5100.0/32.50	5028.5/31.67	5037.5/31.41	5033.5/31.66	5007.5/31.41	5041.4/31.73
20度	6385.5/43.57	6315.5/43.72	6326.0/43.21	6347.5/43.08	6462.5/43.99	6367.4/43.51

表5-4-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	168.9	167.7	169.3	168.7	165.8	168.1	±1.2
15度	156.9	158.8	160.4	159.0	159.4	158.9	±1.1
20度	146.6	144.5	146.4	147.3	146.9	146.3	±1.0

表5-4-C	V'〈V÷張角最簡整數比〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	84.5	83.8	84.6	84.3	82.9	84.0	±0.6
15度	52.3	52.9	53.5	53.0	53.1	53.0	±0.4
20度	36.6	36.1	36.6	36.8	36.7	36.6	±0.2

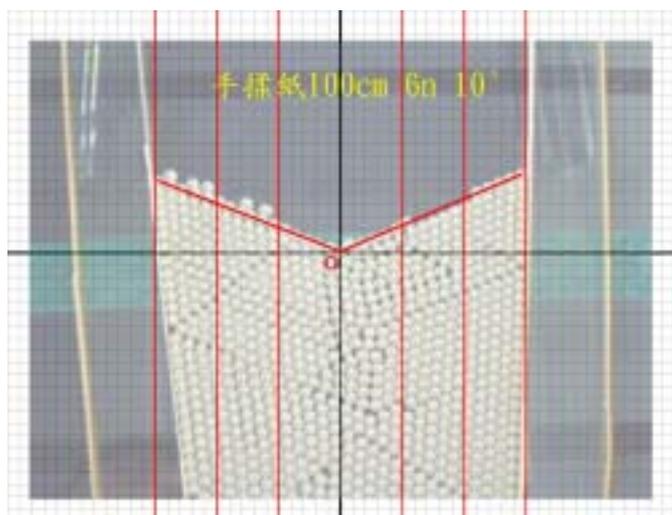
【數據分析】



(V作圖) 速度值向下減少的幅度隨著張角的增加而趨陡，但整體而言類似直線，變化不大。

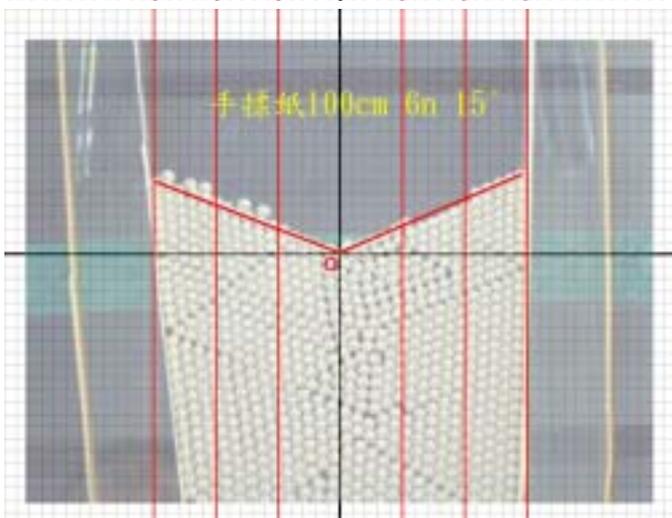
(V'作圖) 除掉了張角因素的影響之後，在尾端 20 度的地方有略為趨緩的走向。

【彎月形之圖形及分析】



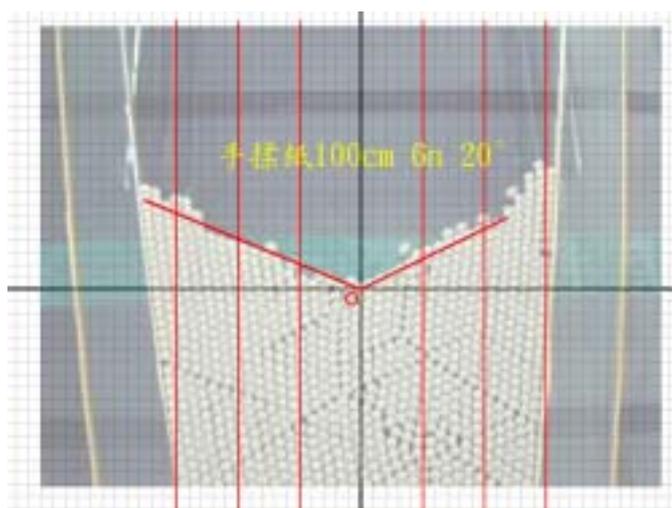
右側斜率：0.44
左側斜率：0.43
修正斜率：0.435

中央最低點下方的BB彈排列並不緊密。左側上方有正在滾落往下的BB彈。



右側斜率：0.45
左側斜率：0.40
修正斜率：0.424

排列較緊密且穩定，中央最低點位置位於中央，幾乎沒有偏差發生。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.42
修正斜率：0.457

流動的過程中有隨機出現的「卡住」現象發生（泡棉時也曾有過），以至於兩側上端的BB彈產生聚集而無滾落下。除此因素之外，下方的排列穩定。

【綜合分析】在20度時因受到隨機因素的影響，使得有些BB彈產生預期之外的堆積。使得在扣除掉聚集的BB彈後，斜率仍較10度、15度來得大。

保麗龍 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

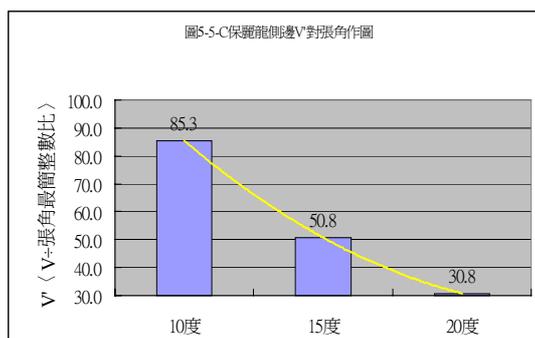
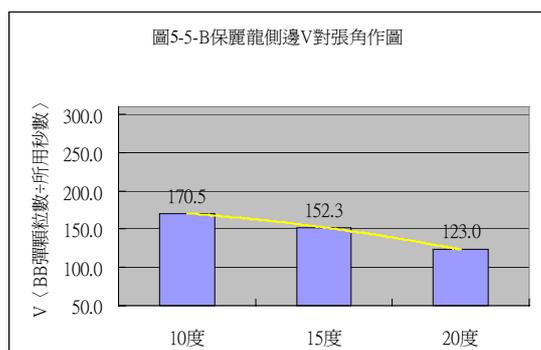
【原始數據】

表5-5-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3957.5/23.31	3892.0/22.88	3890.0/22.77	3911.0/22.94	3932.0/22.93	3916.5/22.97
15度	5401.5/35.47	5411.0/34.83	5167.5/34.59	5219.0/34.54	5249.0/34.23	5289.6/34.73
20度	6604.5/53.95	6427.5/53.07	6520.0/52.90	6489.5/52.28	6527.5/52.54	6513.8/52.95

表5-5-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	169.8	170.1	170.8	170.5	171.5	170.5	±0.6
15度	152.3	155.4	149.4	151.1	153.3	152.3	±2.0
20度	122.4	121.1	123.3	124.1	124.2	123.0	±1.2

表5-5-C	V'〈V÷張角最簡整數比〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	84.9	85.1	85.4	85.2	85.7	85.3	±0.3
15度	50.8	51.8	49.8	50.4	51.1	50.8	±0.7
20度	30.6	30.3	30.8	31.0	31.1	30.8	±0.3

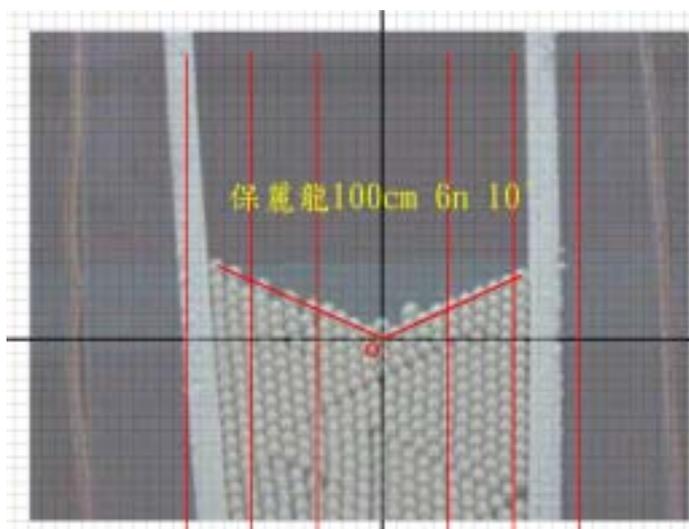
【數據分析】



(V作圖) 趨近於向下發散的走向，但幅度不大，比較之後在 15-20 度之間變化較明顯。

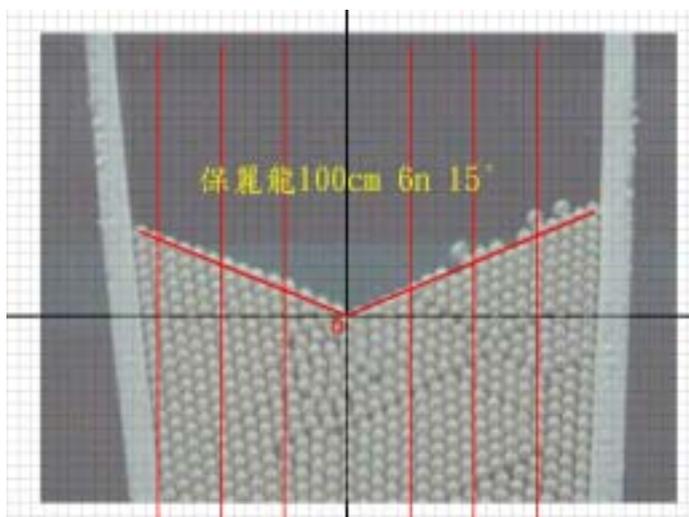
(V'作圖) 20 度時幾乎貼近我們所設定範圍的最低值 (30)。15-20 度之間的趨緩走向較不明顯。

【彎月形之圖形及分析】



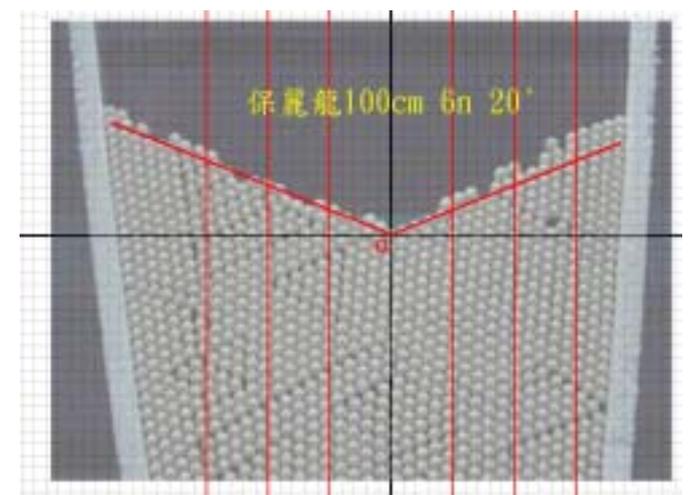
右側斜率：0.46
左側斜率：0.45
修正斜率：0.455

右下角部分有一部分的空隙，其部分流動時較不穩定，但其影響尚未傳送到上端，上端仍然穩定。



右側斜率：0.43
左側斜率：0.42
修正斜率：0.425

排列狀況相較良好，中心位置偏左，兩側高度相同，故可修正之。



右側斜率：0.42
左側斜率：0.43
修正斜率：0.425

張角變大，排列角緊密且穩定。下方的BB彈排列幾乎沒有空隙存在。

【綜合分析】在保麗龍的方面，或許因為材質的關係，使得排列的狀況非常穩定，流動時所產生的隨機不穩定因素減少發生。另外斜率隨著角度的變大而減小。

木材 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

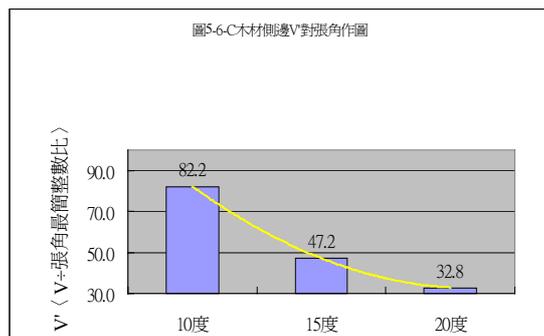
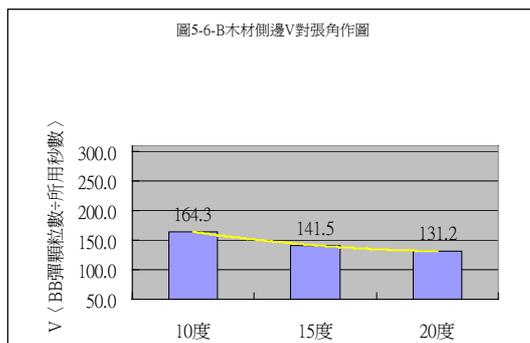
【原始數據】

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3811.0/23.07	3881.5/23.55	3879.5/23.27	3897.0/23.68	3818.0/23.81	3857.4/23.48
15度	5307.5/37.51	5401.5/39.09	5358.5/37.55	5284.0/36.65	5345.5/37.95	5339.4/37.75
20度	6476.5/49.14	6520.0/50.00	6457.0/49.02	6477.5/48.46	6502.5/50.61	6486.7/49.45

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	165.2	164.8	166.7	164.6	160.4	164.3	±2.1
15度	141.5	138.2	142.7	144.2	140.9	141.5	±2.0
20度	131.8	130.4	131.7	133.7	128.5	131.2	±1.7

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	82.6	82.4	83.4	82.3	80.2	82.2	±1.1
15度	47.2	46.1	47.6	48.1	47.0	47.2	±0.7
20度	32.9	32.6	32.9	33.4	32.1	32.8	±0.4

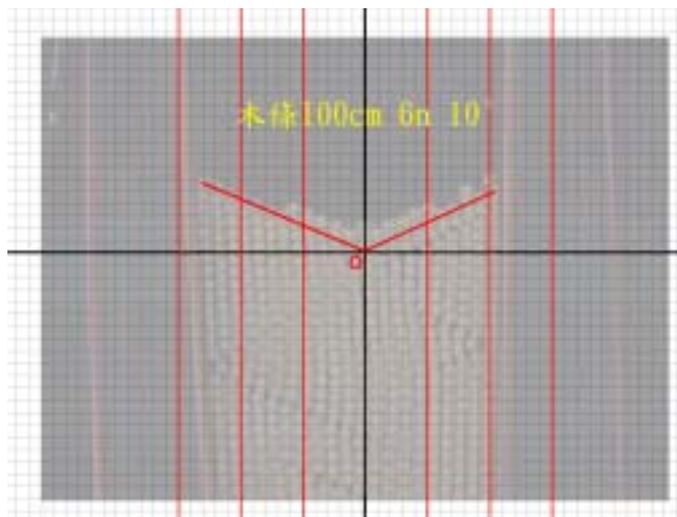
【數據分析】



(V作圖) 三個數據之間變化不大，彈依然可以看出往下遞減，但在尾端趨緩的走向。

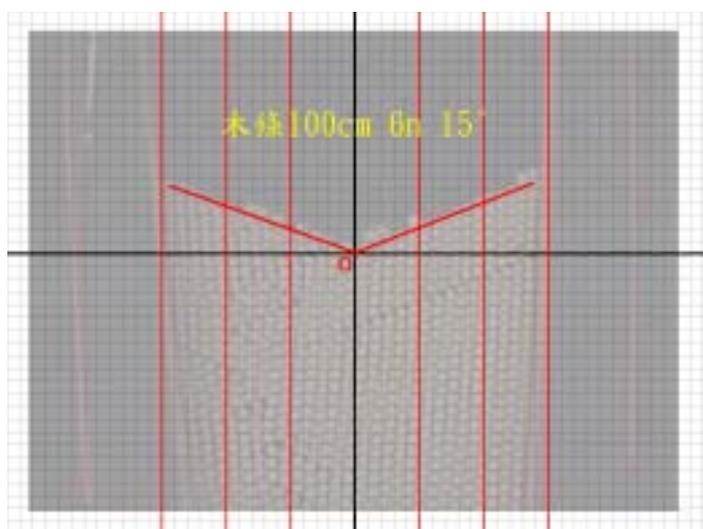
(V'作圖) 10-15度時的變化很大，而在15-20度之間有逐趨趨緩的現象。走向和(V)圖相似，但其變化率相對變大。

【彎月形之圖形及分析】



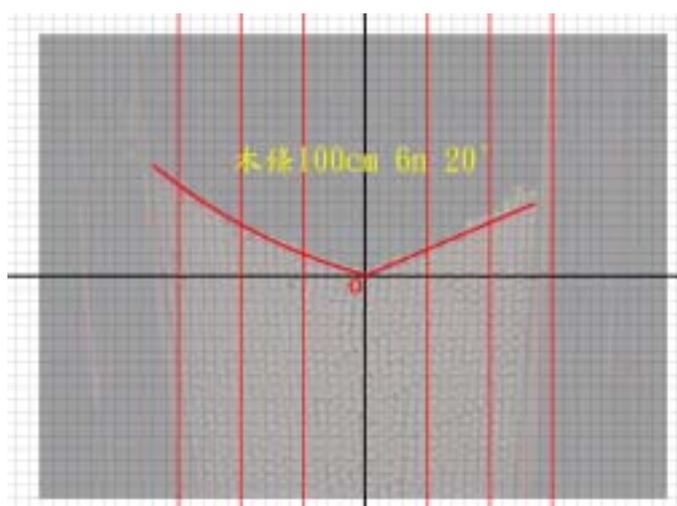
右側斜率：0.50
左側斜率：0.44
修正斜率：0.468

中間部分有甫滾落下而聚集的BB彈，其不納入考慮。右側上方也還有持續滾落下的BB彈。



右側斜率：0.40
左側斜率：0.38
修正斜率：0.390

中央最低點聚集的狀況減小，而其下方整體排列的狀況也呈現較佳的狀況。



右側斜率：0.44
左側斜率：0.50
修正斜率：0.468

左側的彎月面有類似拋物線的排列出現。我們這裡採取的斜率是將最高點和最低點連線，然後再取其斜率而得。

【綜合分析】斜率在15度的部分產生了最小值，且和其他（10度、20度）之間有一段不算小的差距（-0.78）。

塑膠墊 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

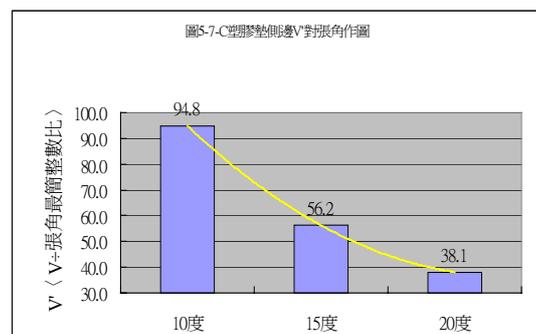
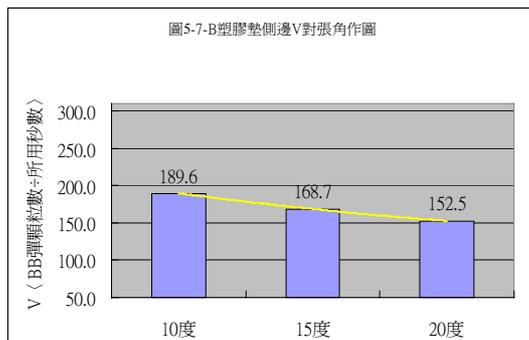
【原始數據】

表5-7-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3620.0/18.99	3581.0/18.82	3634.0/19.42	3591.5/18.79	3565.5/18.90	3598.4/19.00
15度	5107.5/30.55	5073.5/30.41	5157.5/30.55	5146.0/30.11	5102.0/30.08	5117.3/30.34
20度	6720.0/44.05	6724.5/43.23	6692.0/44.09	6721.5/44.68	6674.0/43.87	6706.4/43.98

表5-7-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	190.6	190.3	187.1	191.1	188.7	189.6	±1.5
15度	167.2	166.8	168.8	170.9	169.6	168.7	±1.5
20度	152.6	155.6	151.8	150.4	152.1	152.5	±1.7

表5-7-C	V'〈V÷張角最簡整數比〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	95.3	95.1	93.6	95.6	94.3	94.8	±0.7
15度	55.7	55.6	56.3	57.0	56.5	56.2	±0.5
20度	38.1	38.9	37.9	37.6	38.0	38.1	±0.4

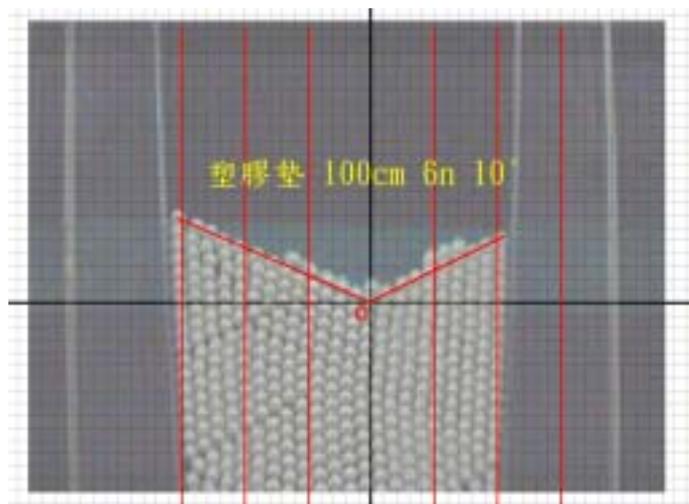
【數據分析】



(V作圖) 同樣也隨著張角的增大而減少其下降的幅度，但整體而言其下降的幅度並不大。

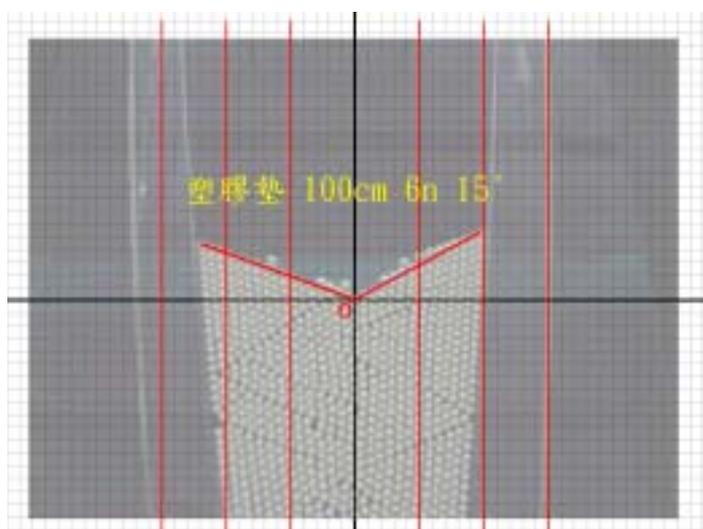
(V'作圖) 在 10-15 之間下降變化大，15-20 度之間也同樣有趨緩的趨勢。

【彎月形之圖形及分析】



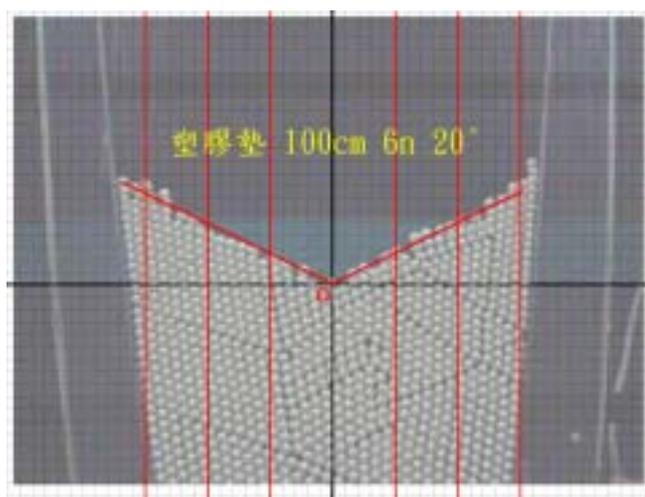
右側斜率：0.5
左側斜率：0.45
修正斜率：0.474

兩側上端皆有正在向下滾落的BB彈，在中央最低點部分有稍微但不明顯的聚集。



右側斜率：0.56
左側斜率：0.38
修正斜率：0.453

一樣有往下滾落的BB彈在上端呈現不穩定狀態。但是中央最低點的聚集減少了。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.50
修正斜率：0.500

兩側上端幾乎沒有正在滾落的BB彈，整體狀況穩定，排列狀況也頗佳。

【綜合分析】隨著張角的增加，BB彈排列的緊密程度也逐漸趨向良好，其彎月面上方BB彈的穩定性也逐漸增加，滾落的BB彈也減少許多。

玻璃 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

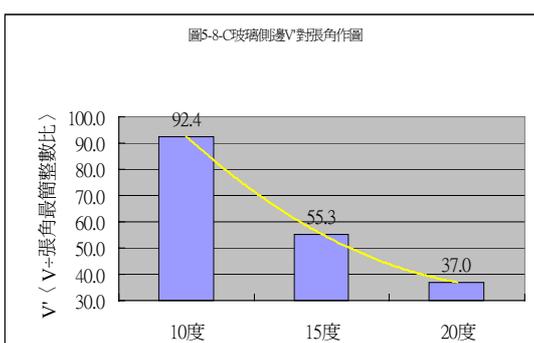
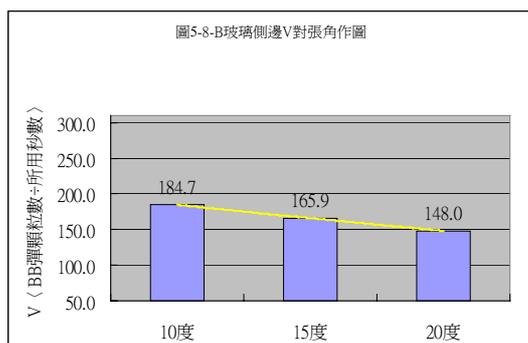
【原始數據】

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3649.5/19.79	3651.5/19.90	3713.5/19.75	3646.0/19.92	3784.0/20.48	3688.9/19.97
15度	5120.0/30.64	5062.0/30.58	5086.5/30.54	5117.5/31.14	5047.0/30.38	5086.6/30.66
20度	6419.0/43.45	6436.0/43.48	6472.0/43.06	6483.0/44.19	6450.0/43.81	6452.0/43.60

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	184.4	183.5	188.0	183.0	184.8	184.7	±1.8
15度	167.1	165.5	166.6	164.3	166.1	165.9	±0.9
20度	147.7	148.0	150.3	146.7	147.2	148.0	±1.2

張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	92.2	91.7	94.0	91.5	92.4	92.4	±0.9
15度	55.7	55.2	55.5	54.8	55.4	55.3	±0.3
20度	36.9	37.0	37.6	36.7	36.8	37.0	±0.3

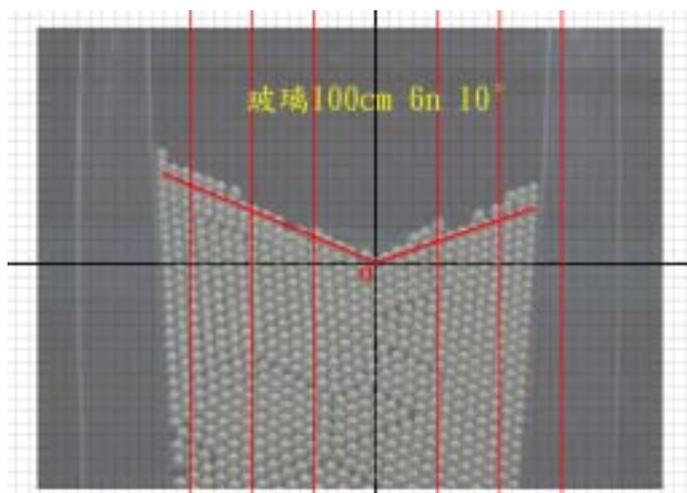
【數據分析】



(V作圖) 在 10-20 度的過程之中，類似直線的趨勢下降，但是幅度並不大。

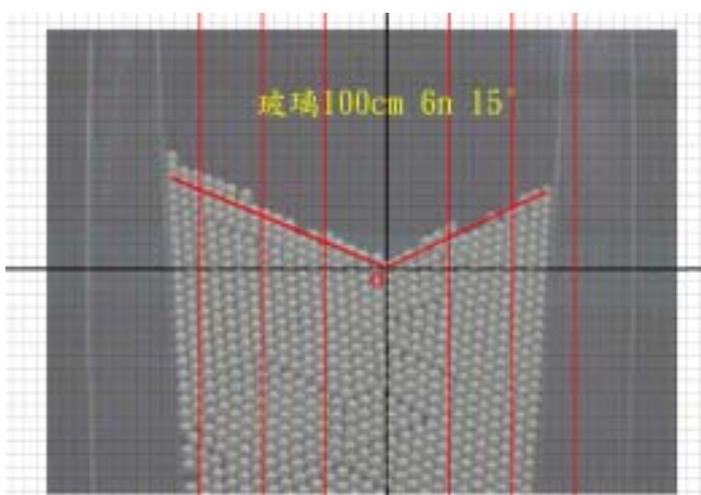
(V'作圖)趨勢線在 15-20 度的過程中具有趨緩的走向存在，其變化幅度較 10-15 度的變化趨勢為小。

【彎月形之圖形及分析】



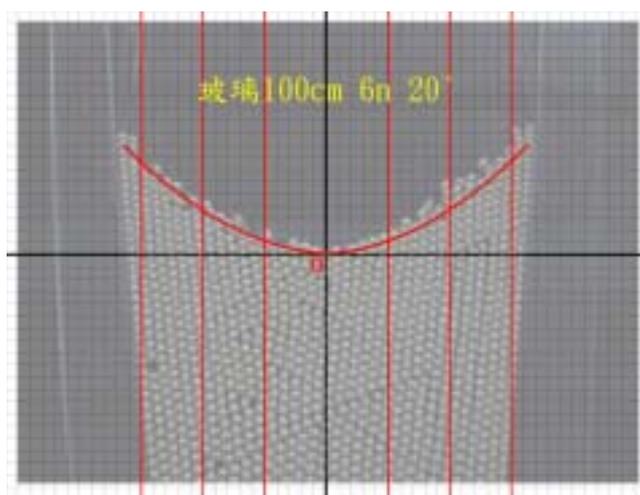
右側斜率：0.38
左側斜率：0.44
修正斜率：0.408

中心點偏向右邊，彎月面上層有一層 BB 彈厚度的不穩定滾落。但中央不為尚未有聚集現象。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.43
修正斜率：0.462

中心點仍然偏右，但 BB 彈排列的狀況與上圖比較起來較佳。



右側斜率：0.53
左側斜率：0.53
修正斜率：0.533

彎月面排列有類似「拋物線」的形狀出現（木條材質也曾經有之）。這裡我們斜率的求法是將兩側最高點和中央最低點連線而得。

【綜合分析】玻璃的部分，其斜率隨著張角的增大而變大（和其他各材質有所異），而類似「拋物線」的出現，也是值得討論的部分之一。

砂紙 開口 6n 仰角 1x 長度 100cm 張角改變作圖

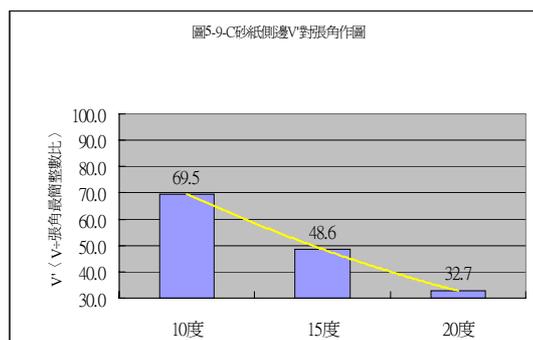
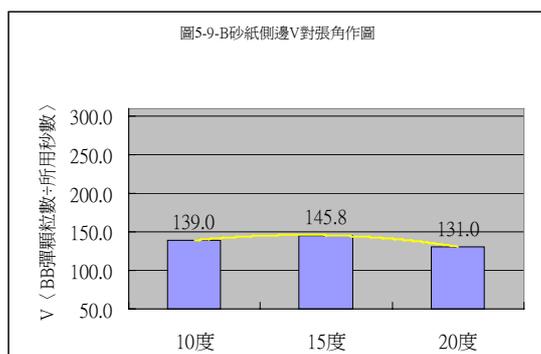
【原始數據】

表5-9-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
10度	3626.5/26.42	3638.0/26.14	3581.0/25.60	3656.5/26.29	3629.5/26.00	3626.3/26.09
15度	5109.5/35.40	4991.0/33.88	4981.0/34.12	5068.5/34.48	5032.5/34.87	5036.5/34.55
20度	6298.5/47.59	6437.5/48.85	6342.5/47.73	6309.5/48.49	6367.5/49.84	6351.1/48.50

表5-9-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	137.3	139.2	139.9	139.1	139.6	139.0	±0.9
15度	144.3	147.3	146.0	147.0	144.3	145.8	±1.3
20度	132.3	131.8	132.9	130.1	127.8	131.0	±1.9

表5-9-C	V'〈V÷張角最簡整數比〉						
張角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
10度	68.6	69.6	69.9	69.5	69.8	69.5	±0.5
15度	48.1	49.1	48.7	49.0	48.1	48.6	±0.4
20度	33.1	32.9	33.2	32.5	31.9	32.7	±0.5

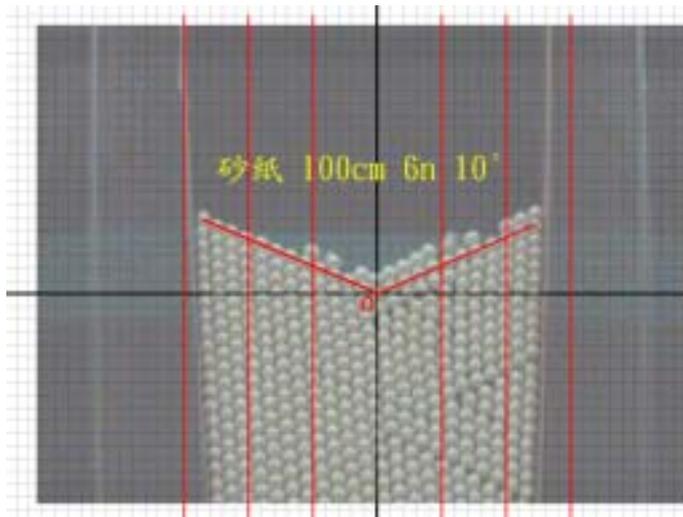
【數據分析】



(V作圖)數據在15度時出現了最大值，而10度時的值為其中之最小，但與20度時相差不大。整體而言變化的幅度變化並不大。

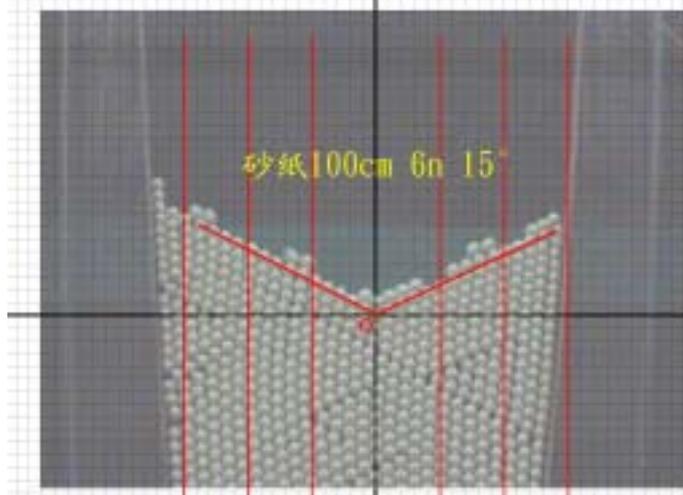
(V'作圖)除掉了因素的變化之後，10度時的數值仍然偏小，但最大值的走勢，在除掉因素之後，也成為向下收斂的趨緩的走向。

【彎月形之圖形及分析】



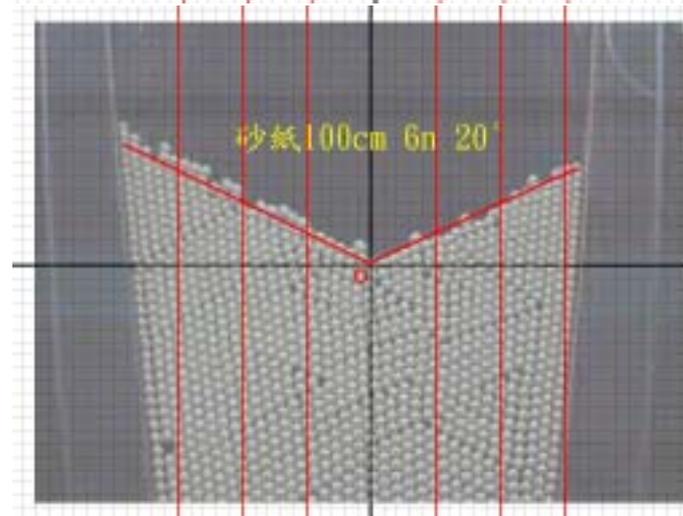
右側斜率：0.44
左側斜率：0.44
修正斜率：0.440

中央最低處有 BB 彈的聚集存在，右下方的 BB 彈排列較為疏鬆不穩定，但並不明顯。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.53
修正斜率：0.515

兩側上端滾落而下的 BB 彈數量減少了，但中央點仍有少量的聚集。除此之外，整體 BB 彈的排列較上圖為佳。



右側斜率：0.50
左側斜率：0.50
修正斜率：0.500

開口略為偏右，中央處以沒有 BB 彈聚集的產生。彎月面上端滾落的 BB 彈數目較上圖更少。

【綜合分析】砂紙的部分，其張角變大對於排列的緊密度影響頗甚，其穩定性也增高許多。另外，10 度時的斜率偏小（與其他材質有異），可能也與砂紙本身的性質有關。

軟木 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

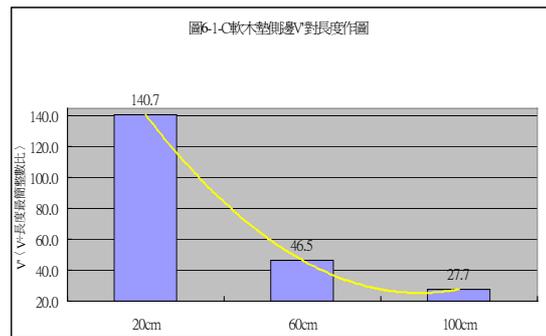
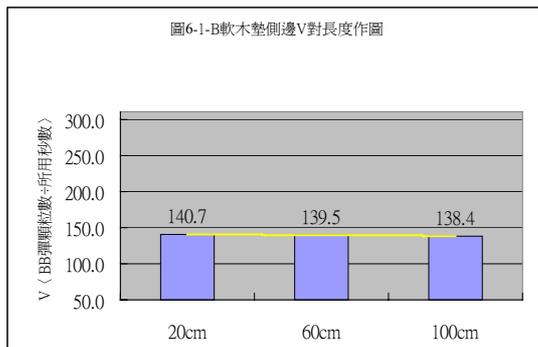
【原始數據】

表6-1-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	443.6/3.16	434.4/3.14	436.0/3.18	438.7/3.08	437.9/3.02	438.1/3.12
60cm	2618.5/19.26	2601.4/18.15	2551.6/18.37	2613.8/18.56	2567.3/18.57	2590.5/18.58
100cm	6523.3/46.24	6461.9/47.01	6474.7/46.31	6562.6/48.31	6550.2/47.54	6514.5/47.08

表6-1-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	140.4	138.3	137.1	142.4	145	140.7	±2.8
60cm	136.0	143.3	138.9	140.8	138.2	139.5	±2.5
100cm	141.1	137.5	139.8	135.8	137.8	138.4	±1.8

表6-1-C	V'〈V÷長度最簡整數比〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	140.4	138.3	137.1	142.4	145.0	140.7	±2.8
60cm	45.3	47.8	46.3	46.9	46.1	46.5	±0.8
100cm	28.2	27.5	28.0	27.2	27.6	27.7	±0.4

【數據分析】



(V作圖) 幾乎無變化！無論在 20、60、100cm 時，其速度幾乎都為一致，所相差的流量大約在 2 顆/秒左右，差距不大。

(V'作圖) 20-60cm 之間其數值相差了有三倍之多，但在 60-100 之間，很明顯地原本變化頗大的曲線在尾端出現收斂的狀況。且幾乎平行於橫軸。

瓦楞板 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

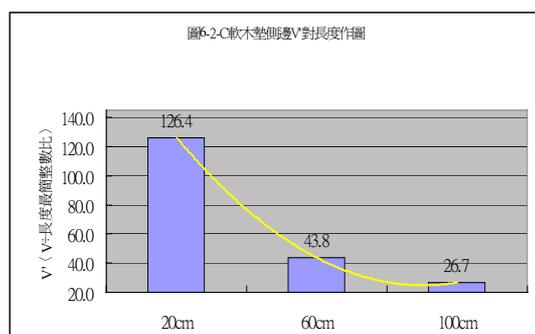
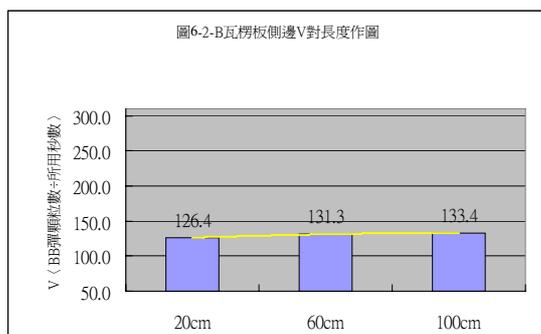
【原始數據】

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	426.4/3.32	437.6/3.48	432.0/3.38	431.8/3.47	433.9/3.46	432.3/3.42
60cm	2747.9/20.47	2688.7/20.47	2747.0/20.81	2706.9/20.51	2738.1/21.61	2725.7/20.77
100cm	6619.8/50.85	6629.9/49.77	6698.5/49.38	6644.5/49.67	6604.0/49.19	6639.3/49.77

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	128.4	125.7	127.8	124.4	125.4	126.4	±1.5
60cm	134.2	131.3	132.0	132.0	126.7	131.3	±2.5
100cm	130.2	133.2	135.7	133.8	134.3	133.4	±1.8

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	128.4	125.7	127.8	124.4	125.4	126.4	±1.5
60cm	44.7	43.8	44.0	44.0	42.2	43.8	±0.8
100cm	26.0	26.6	27.1	26.8	26.9	26.7	±0.4

【數據分析】



(V 作圖) 20-100cm 間類似直線，但有緩慢上升的趨勢，在後端 60-100cm 時有稍微收斂的傾向，但整體而言，其變化的程度都不大。

(V' 作圖) 除過了長度的因素之後，變化的幅度幾乎同於前圖（包括數值的範圍以及曲線的走向）。在最後也出現趨緩的現象。

泡棉布 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

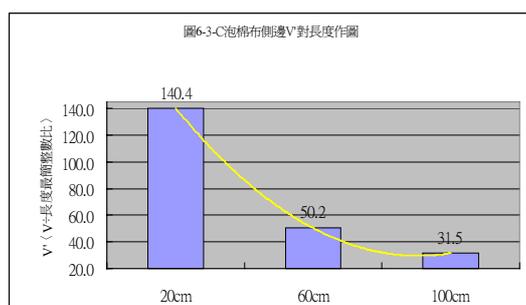
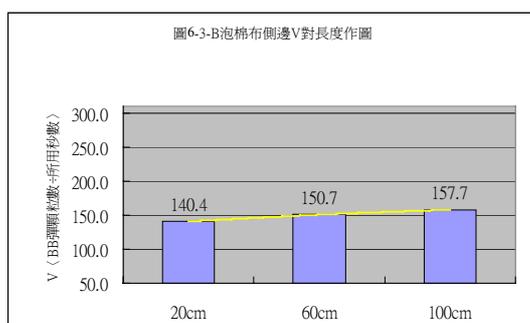
【原始數據】

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	432.0/3.10	423.2/3.05	429.6/3.06	427.1/3.01	429.0/3.03	428.2/3.05
60cm	2664.7/17.58	2607.9/17.52	2686.4/17.90	2687.2/17.58	2623.2/17.50	2653.8/17.62
100cm	6670.8/42.36	6602.9/41.86	6697.9/42.37	6679.7/42.92	6693.1/41.88	6668.7/42.28

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	139.3	138.8	140.4	141.9	141.6	140.4	±1.2
60cm	151.6	148.9	150.1	152.9	149.9	150.7	±1.4
100cm	157.5	157.7	158.1	155.6	159.8	157.7	±1.3

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	139.3	138.8	140.4	141.9	141.6	140.4	±1.2
60cm	50.5	49.6	50.0	51.0	50.0	50.2	±0.5
100cm	31.5	31.5	31.6	31.1	32.0	31.5	±0.3

【數據分析】



(V作圖) 整體而言也類似直線，但在 60-100cm 之間有向上收斂的發生。

(V'作圖) 變化的幅度仍大，但因 100cm 時的數值稍大，使尾端趨緩的程度更加明顯 (平行橫軸)。

手揉紙 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

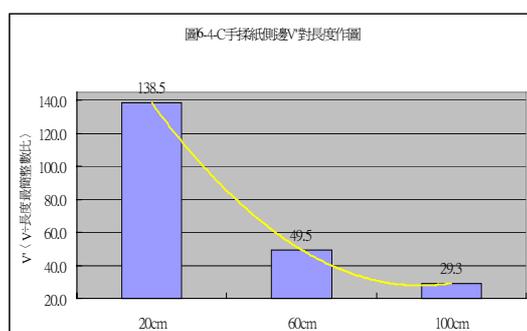
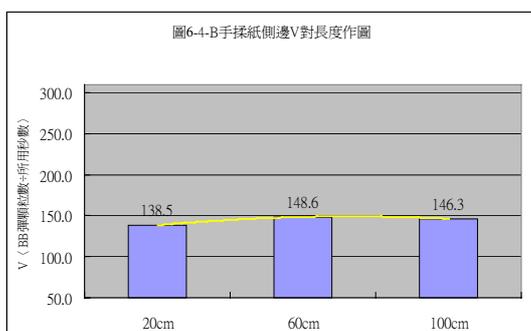
【原始數據】

表6-4-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	417.0/2.96	414.0/2.98	424.5/3.09	426.0/3.10	425.5/3.09	421.4/3.04
60cm	2593.5/17.67	2567.0/17.03	2529.0/17.04	2586.5/17.62	2541.0/16.93	2563.4/17.26
100cm	6385.5/43.57	6315.5/43.72	6326.0/43.21	6347.5/43.08	6462.5/43.99	6367.4/43.51

表6-4-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	140.9	138.9	137.4	137.4	137.7	138.5	±1.3
60cm	146.8	150.7	148.4	146.8	150.1	148.6	±1.6
100cm	146.6	144.5	146.4	147.3	146.9	146.3	±1.0

表6-4-C	V'〈V÷長度最簡整數比〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	140.9	138.9	137.4	137.4	137.7	138.5	±1.3
60cm	48.9	50.2	49.5	48.9	50.0	49.5	±0.5
100cm	29.3	28.9	29.3	29.5	29.4	29.3	±0.2

【數據分析】



(V作圖) 在 60cm 時出現一看似不明顯的最大值，與 20、100cm 時的差距約在 2 顆/秒左右，並不明顯。

(V'作圖) 20-60cm 之間變化的幅度仍大，但由於 60cm 和 100cm 的數值稍大，故其 60-100cm 之間的差距比較起其他各組來稍微大了一些。

保麗龍 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

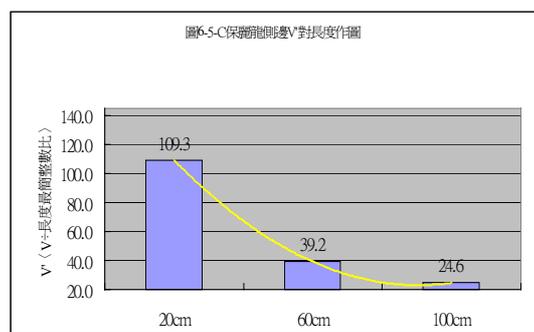
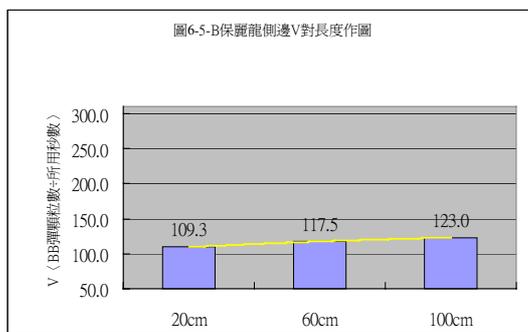
【原始數據】

表6-5-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	426.0/3.95	441.0/3.94	440.0/3.93	446.0/4.20	455.5/4.20	441.7/4.04
60cm	2691.0/22.81	2647.5/22.88	2645.0/22.12	2704.5/23.12	2693.5/22.99	2676.3/22.78
100cm	6604.5/53.95	6427.5/53.07	6520.0/52.90	6489.5/52.28	6527.5/52.54	6513.8/52.95

表6-5-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	107.8	111.9	112.0	106.2	108.5	109.3	±2.3
60cm	118.0	115.7	119.6	117.0	117.2	117.5	±1.3
100cm	122.4	121.1	123.3	124.1	124.2	123.0	±1.2

表6-5-C	V'〈V÷長度最簡整數比〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	107.8	111.9	112.0	106.2	108.5	109.3	±2.3
60cm	39.3	38.6	39.9	39.0	39.1	39.2	±0.4
100cm	24.5	24.2	24.7	24.8	24.8	24.6	±0.2

【數據分析】



(V作圖) 變化趨勢為類似直線的變化，但因整體數值偏低，使其變化的幅度並不大。

(V'作圖) 100cm 時的數值接近所設定的最低值範圍，而整體的數值在除過了因素之後，其值偏低。

木材 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

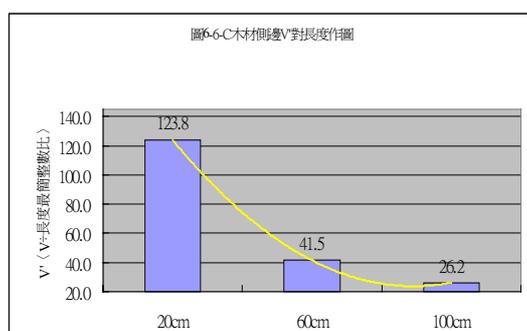
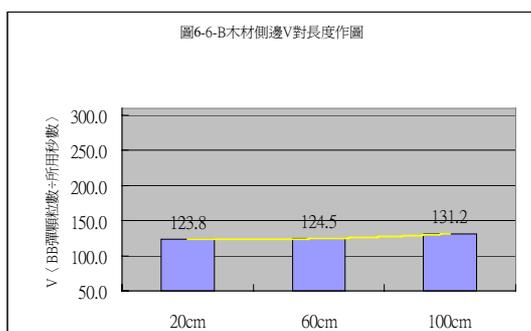
【原始數據】

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	434.5/3.55	414.0/3.36	425.0/3.41	420.5/3.38	428.0/3.44	424.4/3.43
60cm	2616.5/21.04	2627.0/20.95	2629.5/21.50	2665.5/21.52	2641.0/20.88	2635.9/21.18
100cm	6476.5/49.14	6520.0/50.00	6457.0/49.02	6477.5/48.46	6502.5/50.61	6486.7/49.45

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	122.4	123.2	124.6	124.4	124.4	123.8	±0.9
60cm	124.4	125.4	122.3	123.9	126.5	124.5	±1.4
100cm	131.8	130.4	131.7	133.7	128.5	131.2	±1.7

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	122.4	123.2	124.6	124.4	124.4	123.8	±0.9
60cm	41.5	41.8	40.8	41.3	42.2	41.5	±0.5
100cm	26.4	26.1	26.3	26.7	25.7	26.2	±0.3

【數據分析】



(V作圖) 雖類似於直線，但在 60-100cm 處有向上發散的走向。

(V'作圖) 與其他材質比起來沒有特殊的變化，仍然為尾端向下收斂的趨勢線。

塑膠墊 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

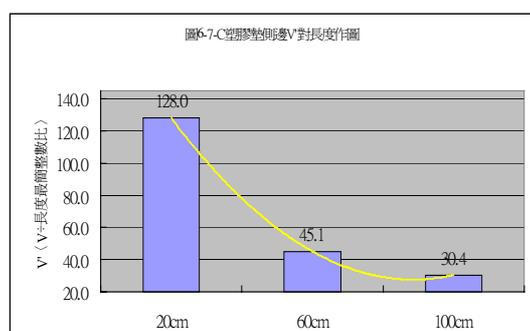
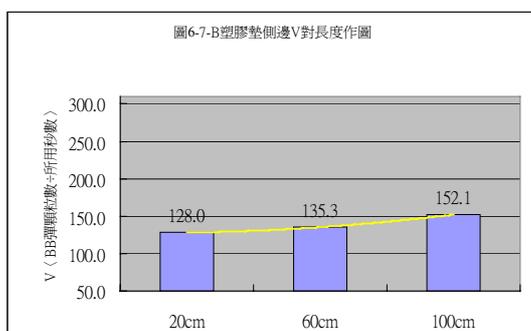
【原始數據】

表6-7-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	429.0/3.38	414.0/3.22	431.0/3.33	417.5/3.28	422.5/3.30	422.8/3.30
60cm	2647.5/19.55	2572.5/19.25	2610.0/19.10	2597.0/19.22	2579.5/19.03	2601.3/19.23
100cm	6720.0/44.05	6724.5/43.23	6692.0/44.69	6721.5/44.68	6674.0/43.87	6706.4/44.10

表6-7-B	V〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	126.9	128.6	129.4	127.3	128.0	128.0	±0.9
60cm	135.4	133.6	136.6	135.1	135.5	135.3	±1.0
100cm	152.6	155.6	149.7	150.4	152.1	152.1	±2.0

表6-7-C	V'〈V÷長度最簡整數比〉						
長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	126.9	128.6	129.4	127.3	128.0	128.0	±0.9
60cm	45.1	44.5	45.5	45.0	45.2	45.1	±0.3
100cm	30.5	31.1	29.9	30.1	30.4	30.4	±0.4

【數據分析】



(V作圖) 60-100cm 之間的數值變化較顯著，比較起 20-60cm 起來，明顯有向上發散的趨向（但實際上程度不大）。

(V'作圖) 100cm 時的數值稍大，使其相較於 20-60cm 比較，60-100cm 之間的變化明顯趨緩許多。

玻璃 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

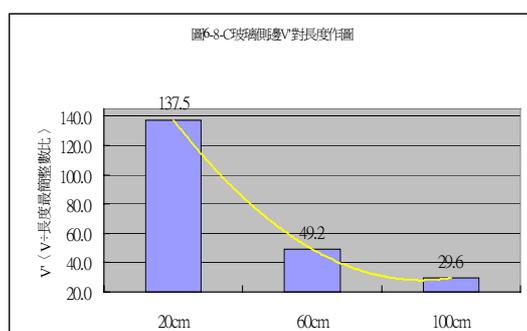
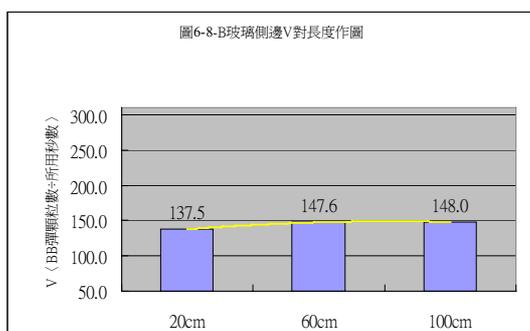
【原始數據】

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	422.0/3.11	429.5/3.08	429.0/3.11	428.0/3.12	414.0/3.02	424.5/3.09
60cm	2575.0/17.13	2520.0/17.19	2552.0/17.40	2486.0/16.96	2555.5/17.28	2537.7/17.19
100cm	6419.0/43.45	6436.0/43.48	6472.0/43.06	6483.0/44.19	6450.0/43.81	6452.0/43.60

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	135.7	139.4	137.9	137.2	137.1	137.5	±1.2
60cm	150.3	146.6	146.7	146.6	147.9	147.6	±1.4
100cm	147.7	148.0	150.3	146.7	147.2	148.0	±1.2

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	135.7	139.4	137.9	137.2	137.1	137.5	±1.2
60cm	50.1	48.9	48.9	48.9	49.3	49.2	±0.5
100cm	29.5	29.6	30.1	29.3	29.4	29.6	±0.2

【數據分析】



(V作圖) 60-100cm之間雖然持續緩慢上升，但有尾端收斂的走向發生，60cm和100cm之間的差距約0.4顆/秒，幾乎可視為相同的流量。

(V'作圖) 整體的數值偏高(可能與其界面材質有關)，變化的程度與先前幾組類似，同為尾端收斂的趨勢線。

砂紙 開口 6n 仰角 1x 張角 20 度 長度改變作圖

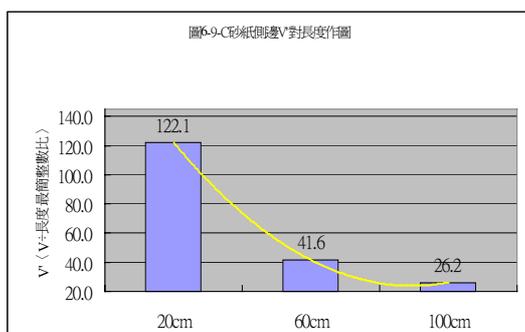
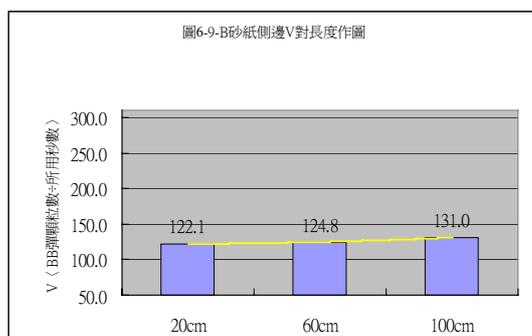
【原始數據】

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
20cm	408.0/3.28	411.0/3.43	409.0/3.31	401.5/3.33	413.5/3.38	408.6/3.35
60cm	2510.0/20.16	2513.0/19.92	2480.0/19.86	2493.5/19.91	2510.0/20.38	2501.3/20.05
100cm	6298.5/47.59	6437.5/48.85	6342.5/47.73	6309.5/48.49	6367.5/49.84	6351.1/18.50

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	124.4	119.8	123.6	120.6	122.3	122.1	±1.7
60cm	124.5	126.2	124.9	125.2	123.2	124.8	±1.0
100cm	132.3	131.8	132.9	130.1	127.8	131.0	±1.9

長度\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
20cm	124.4	119.8	123.6	120.6	122.3	122.1	±1.7
60cm	41.5	42.1	41.6	41.7	41.1	41.6	±0.3
100cm	26.5	26.4	26.6	26.0	25.6	26.2	±0.4

【數據分析】



(V 作圖) 20-60cm 之間的上升幅度不大，而在 60-100cm 之間有了相較明顯的發散現象。整體而言變化並不大。

(V' 作圖) 類似於先前幾組的變化趨向，尾端也有收斂趨緩的發生。

軟木 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

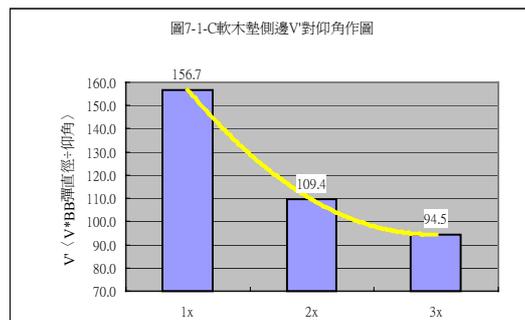
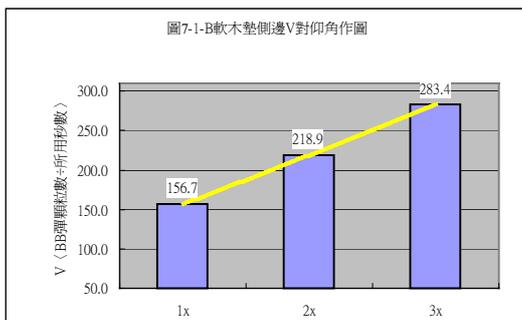
【原始數據】

表7-1-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1352.2/8.40	1344.7/8.49	1344.3/8.74	1342.0/8.41	1369.2/9.08	1350.5/8.62
2x	1350.7/6.20	1349.3/6.24	1356.2/6.28	1363.2/6.24	1354.7/6.00	1354.8/6.19
3x	1334.5/4.71	1331.6/4.68	1323.5/4.74	1351.7/4.76	1330.4/4.65	1334.3/4.71

表7-1-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	161.0	158.4	153.8	159.6	150.8	156.7	±3.8
2x	217.9	216.2	216.0	218.5	225.8	218.9	±3.6
3x	283.3	284.5	279.2	284.0	286.1	283.4	±2.3

表7-1-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	161.0	158.4	153.8	159.6	150.8	156.7	±3.8
2x	108.9	108.1	108.0	109.2	112.9	109.4	±1.8
3x	94.4	94.8	93.1	94.7	95.4	94.5	±0.8

【數據分析】



(V作圖)斜直線呈現穩定上升的趨勢，沒有明顯的發散或者收斂發生。

(V'作圖)有趨緩的跡象，1-2x之間的變化程度較2-3x之間的程度為大。且最後趨緩的程度明顯。

瓦楞板 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

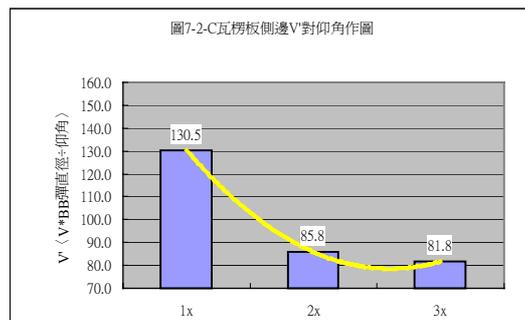
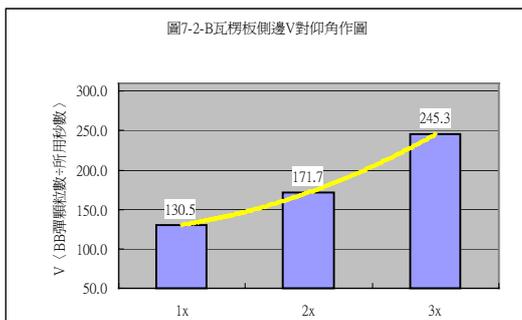
【原始數據】

表7-2-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1301.5/9.99	1321.9/10.06	1319.0/10.02	1313.2/10.14	1321.1/10.20	1315.3/10.08
2x	1319.4/7.60	1304.8/7.72	1293.5/7.46	1323.7/7.75	1324.4/7.72	1313.2/7.65
3x	1355.0/5.48	1327.3/5.39	1347.6/5.44	1351.5/5.53	1337.3/5.55	1343.7/5.48

表7-2-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	130.3	131.4	131.6	129.5	129.5	130.5	±0.9
2x	173.6	169.0	173.4	170.8	171.6	171.7	±1.7
3x	247.3	246.3	247.7	244.4	241.0	245.3	±2.5

表7-2-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	130.3	131.4	131.6	129.5	129.5	130.5	±0.9
2x	86.8	84.5	86.7	85.4	85.8	85.8	±0.9
3x	82.4	82.1	82.6	81.5	80.3	81.8	±0.8

【數據分析】



(V作圖) 在 2-3x 之間有向上發散的狀況出現，數值增加的幅度較 1-2x 之間大了許多。

(V'作圖) 2-3x 之間趨緩的程度更甚，相差的程度只在 4 顆/秒左右，與 1-2x 之間相差甚多。

泡棉布 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

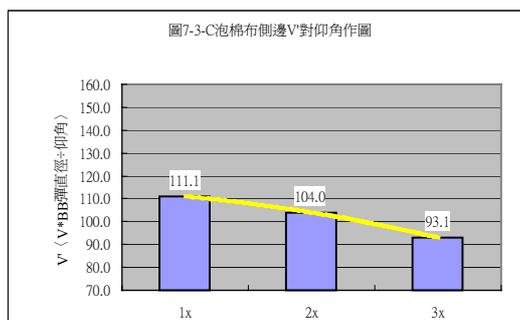
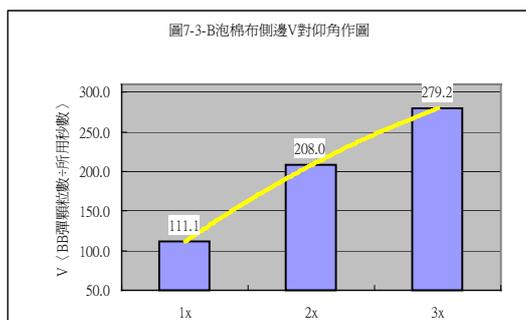
【原始數據】

表7-3-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1230.9/11.10	1248.9/11.15	1249.0/11.34	1262.8/11.33	1263.3/11.39	1251.0/11.26
2x	1350.8/6.48	1278.7/6.08	1318.4/6.36	1337.0/6.47	1288.1/6.21	1314.6/6.32
3x	1353.3/4.88	1361.7/5.00	1364.3/4.88	1377.4/4.90	1339.2/4.69	1359.2/4.87

表7-3-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	110.9	112.0	110.1	111.5	110.9	111.1	±0.6
2x	208.5	210.3	207.3	206.6	207.4	208.0	±1.3
3x	277.3	272.3	279.6	281.1	285.5	279.2	±4.3

表7-3-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	110.9	112.0	110.1	111.5	110.9	111.1	±0.6
2x	104.2	105.2	103.6	103.3	103.7	104.0	±0.6
3x	92.4	90.8	93.2	93.7	95.2	93.1	±1.4

【數據分析】



(V作圖)相較於先前幾張直線、發散的圖形，在泡棉裡觀察到了收斂的走向。但收斂的程度並不大。

(V'作圖)在除過了因素後，轉變成為向下發散的趨勢線，且在2-3x之間的變化幅度較明顯。

手揉紙 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

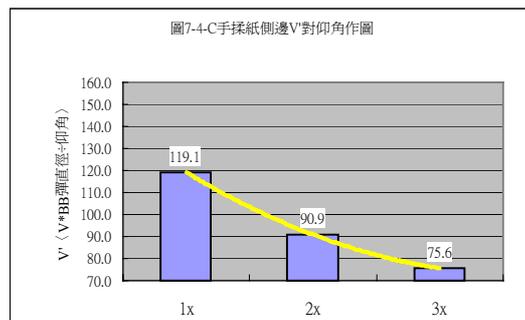
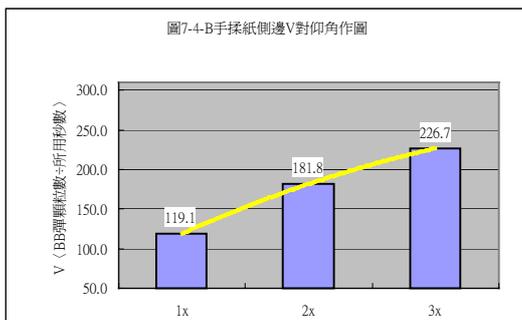
【原始數據】

表7-4-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1266.5/10.88	1262.0/10.49	1257.5/10.54	1267.5/10.62	1250.0/10.39	1260.7/10.58
2x	1237.0/6.68	1258.5/7.03	1277.5/7.06	1278.0/6.97	1253.5/6.95	1260.9/6.94
3x	1253.0/5.58	1238.0/5.45	1274.5/5.54	1256.0/5.56	1234.0/5.47	1251.1/5.52

表7-4-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	116.4	120.3	119.3	119.4	120.3	119.1	±1.4
2x	185.2	179.0	180.9	183.4	180.4	181.8	±2.2
3x	224.6	227.2	230.1	225.9	225.6	226.7	±1.9

表7-4-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	116.4	120.3	119.3	119.4	120.3	119.1	±1.4
2x	92.6	89.5	90.5	91.7	90.2	90.9	±1.1
3x	74.9	75.7	76.7	75.3	75.2	75.6	±0.6

【數據分析】



(V作圖) 收斂的趨勢存在但不明顯，相較於「泡棉布」的收斂程度更加小了許多。

(V'作圖) V'圖向上收斂的不明顯，在經過因素的消除之後，在這裡變成了向下收斂的趨勢線，在2-3x之間趨緩。

保麗龍 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

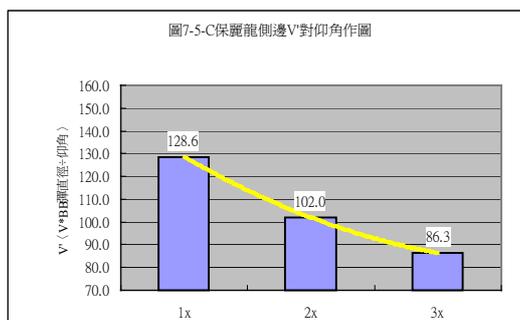
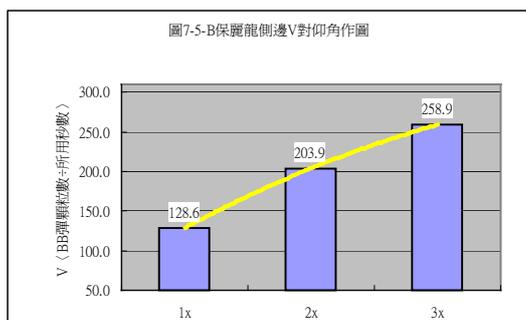
【原始數據】

表7-5-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1332.5/10.26	1319.5/10.31	1317.5/10.36	1312.0/10.02	1312.0/10.33	1318.7/10.26
2x	1298.0/6.28	1294.0/6.35	1312.5/6.43	1291.5/6.36	1284.5/6.36	1296.1/6.36
3x	1342.5/5.13	1338.0/5.22	1313.0/5.03	1298.0/5.06	1241.1/4.79	1306.5/5.05

表7-5-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	129.9	128.0	127.2	130.9	127.0	128.6	±1.6
2x	206.7	203.8	204.1	203.1	202.0	203.9	±1.6
3x	261.7	256.3	261.0	256.5	259.1	258.9	±2.2

表7-5-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	129.9	128.0	127.2	130.9	127.0	128.6	±1.6
2x	103.3	101.9	102.1	101.5	101.0	102.0	±0.8
3x	87.2	85.4	87.0	85.5	86.4	86.3	±0.7

【數據分析】



(V作圖)也具有向上收斂的程度存在，且收斂的分佈頗為平均，沒有特定趨緩的範圍存在。

(V'作圖)稍微有向下收斂的走向，但整體而言其減少的幅度趨近於直線。

木材 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

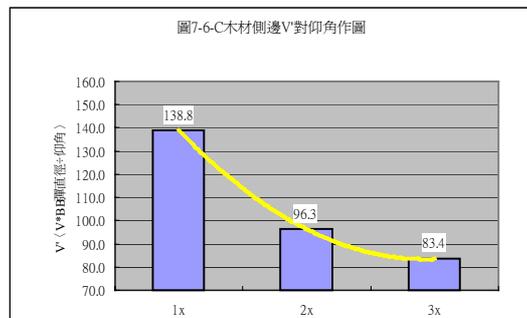
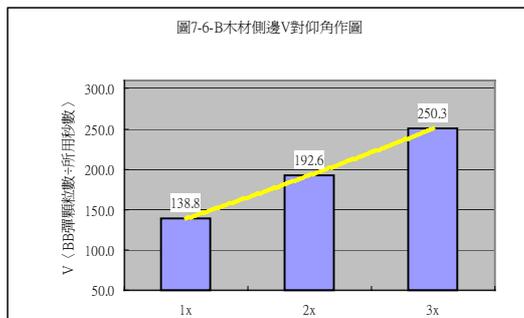
【原始數據】

表7-6-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1329.5/9.36	1313.0/9.51	1309.5/9.54	1338.5/9.67	1336.5/9.66	1325.4/9.55
2x	1305.0/6.70	1261.0/6.58	1278.0/6.66	1290.5/6.68	1310.5/6.85	1289.0/6.69
3x	1310.0/5.28	1312.0/5.20	1333.5/5.28	1293.5/5.20	1323.5/5.30	1314.5/5.25

表7-6-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	142.0	138.1	137.3	138.4	138.4	138.8	±1.7
2x	194.8	191.6	191.9	193.2	191.3	192.6	±1.3
3x	248.1	252.3	252.6	248.8	249.7	250.3	±1.8

表7-6-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	142.0	138.1	137.3	138.4	138.4	138.8	±1.7
2x	97.4	95.8	95.9	96.6	95.7	96.3	±0.6
3x	82.7	84.1	84.2	82.9	83.2	83.4	±0.6

【數據分析】



(V 作圖)類似直線的上升，數值增加的幅度一定，沒有明顯收斂或發散的現象。
 (V'作圖)經過因素的消除後，在 2-3x 之間呈現趨緩的走向，相較於 1-2x 的數值變化，其變化頗小。

塑膠墊 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

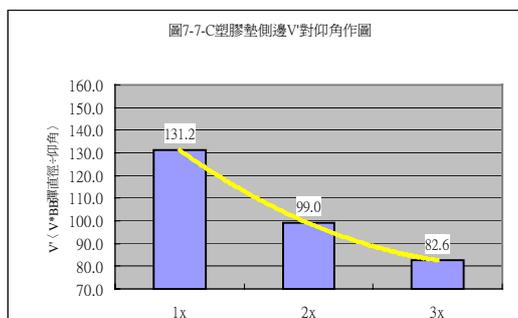
【原始數據】

表7-7-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1292.5/9.87	1257.0/9.57	1270.5/9.70	1252.5/9.39	1265.5/9.78	1267.5/9.66
2x	1293.5/6.62	1292.0/6.44	1307.5/6.58	1291.0/6.50	1297.0/6.60	1296.2/6.55
3x	1327.5/5.33	1347.0/5.40	1336.5/5.41	1344.5/5.47	1340.5/5.41	1339.2/5.40

表7-7-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	131.0	131.3	131.0	133.4	129.4	131.2	±1.3
2x	195.4	200.6	198.7	198.6	196.5	198.0	±1.8
3x	249.1	249.4	247.0	245.8	247.8	247.8	±1.3

表7-7-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	131.0	131.3	131.0	133.4	129.4	131.2	±1.3
2x	97.7	100.3	99.4	99.3	98.3	99.0	±0.9
3x	83.0	83.1	82.3	81.9	82.6	82.6	±0.4

【數據分析】



(V作圖) 稍微向上收斂，收斂的範圍平均分佈，沒有特定趨緩的部分存在。

(V'作圖) 向下收斂，但其幅度不大，在1-2x之間類似為一條直線。

玻璃 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

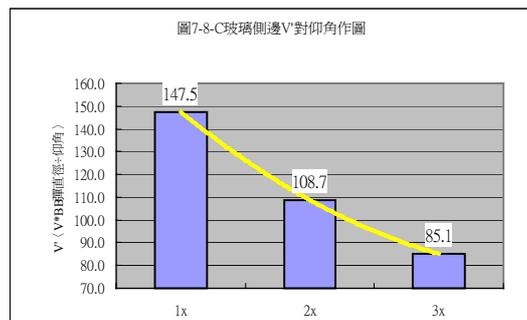
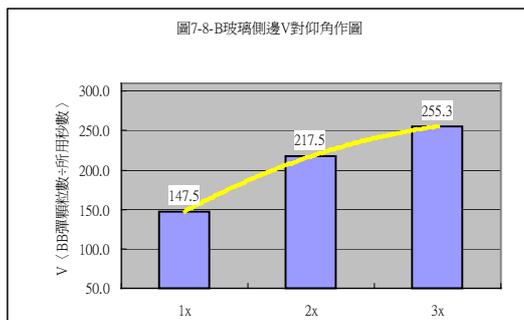
【原始數據】

仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1277.5/8.51	1266.0/8.54	1251.5/8.58	1266.0/8.53	1282.5/8.84	1268.7/8.60
2x	1298.0/5.91	1275.5/5.82	1263.0/5.87	1272.5/5.91	1309.0/6.00	1283.6/5.90
3x	1290.0/5.08	1271.0/4.96	1272.5/5.00	1272.5/4.94	1284.5/5.05	1278.1/5.01

仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	150.1	148.2	145.9	148.4	145.1	147.5	±1.8
2x	219.6	219.2	215.2	215.3	218.2	217.5	±1.9
3x	253.9	256.3	254.5	257.6	254.4	255.3	±1.4

仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	150.1	148.2	145.9	148.4	145.1	147.5	±1.8
2x	109.8	109.6	107.6	107.7	109.1	108.7	±0.9
3x	84.6	85.4	84.8	85.9	84.8	85.1	±0.5

【數據分析】



(V作圖) 有稍微向上收斂的走勢，且收斂的範圍稍微偏向 2-3x 之間，有趨緩的現象。

(V'作圖) 類似為直線，向下收斂的趨勢不明顯，數值減少的程度幾乎相同。

砂紙 開口 6n 張角 20 度 長度 40cm 仰角改變作圖

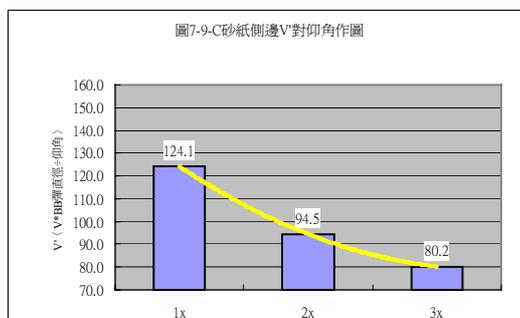
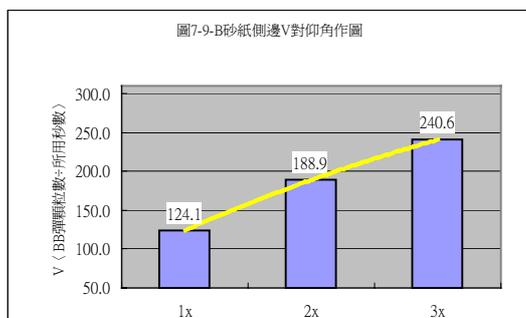
【原始數據】

表7-9-A	原始數據〈BB彈顆粒數〉/〈所用秒數〉					
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值
1x	1253.5/10.02	1261.5/10.15	1239.5/9.88	1249.0/10.22	1248.5/10.10	1250.4/10.07
2x	1273.0/6.64	1303.0/6.99	1297.0/6.96	1273.0/6.69	1299.5/6.84	1289.1/6.82
3x	1273.5/5.31	1282.0/5.30	1289.5/5.30	1279.5/5.36	1289.5/5.39	1282.8/5.33

表7-9-B	V 〈BB彈顆粒數÷所用秒數〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	125.1	124.3	125.5	122.2	123.6	124.1	±1.2
2x	191.7	186.4	186.4	190.3	190.0	188.9	±2.2
3x	239.8	241.9	243.3	238.7	239.2	240.6	±1.7

表7-9-C	V' 〈V÷仰角最簡整數比〉						
仰角\次數	1st	2nd	3rd	4th	5th	平均值	標準差
1x	125.1	124.3	125.5	122.2	123.6	124.1	±1.2
2x	95.9	93.2	93.2	95.1	95.0	94.5	±1.1
3x	79.9	80.6	81.1	79.6	79.7	80.2	±0.6

【數據分析】



(V作圖) 在 2-3x 之間有收斂的趨勢，但趨緩的程度並不明顯。

(V'作圖) 整體數值偏小，雖有向下收斂的趨勢，但其幅度並不大。在 2-3x 仰角之間有趨緩比較明顯的發生。

結果分析三：「多體」與「單體」實驗數據及結果分析

前提：在這裡我們定義下列表格的分類作圖依據

- 總路程

其定為（51+「多體」實驗 BB 彈排放的長度）。

- 1st、2nd、3rd、平均

此為固定 BB 彈數量時，流完全部路程所需的秒數。

- a

「單體」流動時的斜面上加速度。

- a'

「多體」流動時的斜面上加速度。

- a''

定義為「阻力加速度」，由（a-a'）得到。

註 1：路程長之所以要加 51 是因為 BB 彈流過玻璃板上的 50cm 以及
玻璃板與光電計時器間隔的 1cm

註 2：我們加速度的求法採用 $S = \frac{at^2}{2}$ ，即 $a = \frac{2S}{t^2}$ 。即可求出其平均加
速度。

開口改變 (4n、6n、8n)

固定：張角 20°、仰角 1x、玻璃材質

【原始數據】

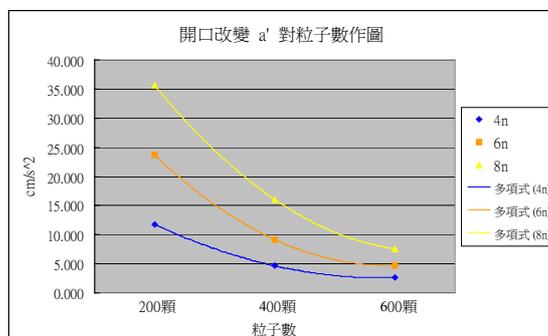
單體						
開口 4n	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	平均	a(cm/s ²)
200 顆/3.3cm	54.3	1.352	1.354	1.352	1.353	59.354
400 顆/5.9cm	56.9	1.390	1.385	1.392	1.389	58.984
600 顆/8.9cm	59.9	1.424	1.424	1.427	1.425	58.997
單體						
開口 6n	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	平均	a(cm/s ²)
200 顆/2.8cm	53.8	1.350	1.347	1.349	1.349	59.157
400 顆/5.4cm	56.4	1.380	1.384	1.384	1.383	59.526
600 顆/8.0cm	59.0	1.420	1.425	1.421	1.422	58.356
單體						
開口 8n	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	平均	a(cm/s ²)
200 顆/2.7cm	53.7	1.345	1.351	1.348	1.348	59.325
400 顆/5.3cm	56.3	1.381	1.384	1.380	1.382	58.984
600 顆/7.9cm	58.9	1.417	1.413	1.412	1.414	58.918

多體								
開口 4n	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均	a'(cm/s ²)
200 顆/3.3cm	54.3	3.001	3.024	3.086	3.051	3.009	3.034	11.796
400 顆/5.9cm	56.9	4.956	4.923	5.003	4.911	4.941	4.947	4.650
600 顆/8.9cm	59.9	6.794	6.750	6.720	6.714	6.767	6.749	2.630
多體								
開口 6n	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均	a'(cm/s ²)
200 顆/2.8cm	53.8	2.155	2.113	2.137	2.096	2.165	2.133	23.646
400 顆/5.4cm	56.9	3.494	3.538	3.506	3.569	3.531	3.528	9.145
600 顆/8.0cm	59.0	4.982	4.945	5.041	4.954	4.920	4.968	4.780
多體								
開口 8n	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均	a'(cm/s ²)
200 顆/2.7cm	53.9	1.778	1.750	1.753	1.704	1.712	1.739	35.630
400 顆/5.3cm	56.3	2.673	2.656	2.618	2.640	2.666	2.651	16.027
600 顆/7.9cm	58.9	3.938	3.977	3.924	3.940	3.924	3.941	7.586

【阻力加速度】

阻力加速度 a''			
開口 4n	a (cm/s ²)	a' (cm/s ²)	$a'' (=a - a')$
200 顆/3.3cm	59.354	11.796	47.558
400 顆/5.9cm	58.984	4.650	54.334
600 顆/8.9cm	58.997	2.630	56.366
開口 6n	a (cm/s ²)	a' (cm/s ²)	$a'' (=a - a')$
200 顆/2.8cm	59.157	23.646	35.511
400 顆/5.4cm	59.526	9.145	50.381
600 顆/8.0cm	58.356	4.780	53.575
開口 8n	a (cm/s ²)	a' (cm/s ²)	$a'' (=a - a')$
200 顆/2.7cm	59.325	35.630	23.695
400 顆/5.3cm	58.984	16.027	42.957
600 顆/7.9cm	58.918	7.586	51.332

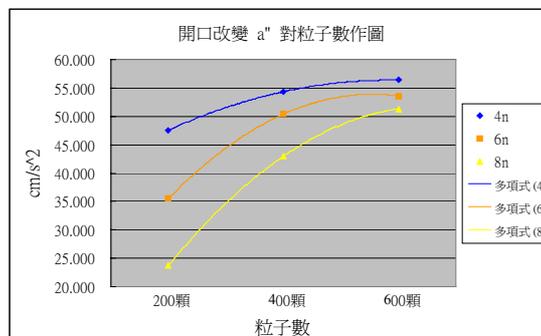
【數據分析】



【 a' 】

在先前的實驗，以及這裡的數據都告訴我們：開口越大，其流量、加速度也越大。

另一方面，這裡的曲線走向都隨著粒子數的增加而有加速度遞減的趨勢，但其變化幅度也同時隨著粒子增加而趨緩，整體而言呈現一向下收斂的曲線。



【 a'' 】

因為 a (單體加速度) 本身趨近於定值，又因為 a'' 其定義為 $a - a'$ ，也就是 $a' + a''$ 幾乎為定值。故對照於左方的圖， a' 值越大的，在此 a'' 就越小。左右兩個圖呈現上下對稱的關係。

角度改變 (10°、15°、20°)

固定：開口 4n、仰角 1x、玻璃材質

【原始數據】

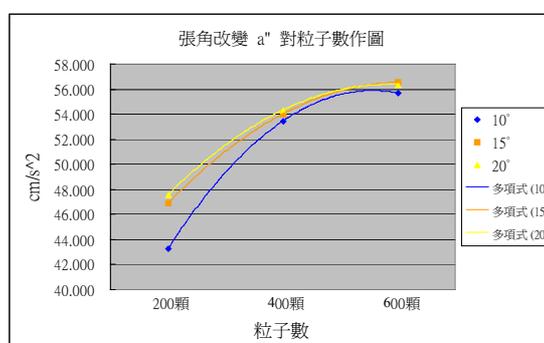
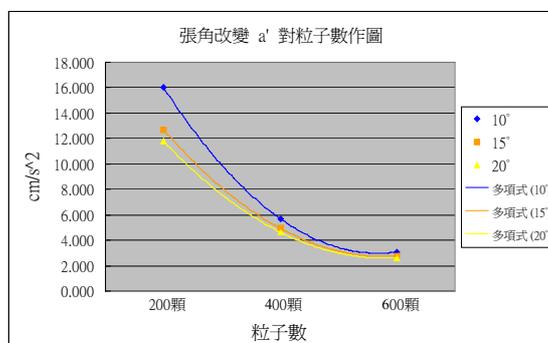
單體						
張角 10°	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	平均	a(cm/s ²)
200 顆/5.8cm	56.8	1.378	1.386	1.389	1.384	59.278
400 顆/10.3cm	61.3	1.440	1.438	1.441	1.440	59.152
600 顆/14.9cm	65.9	1.501	1.497	1.494	1.497	58.787
張角 15°	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	平均	a(cm/s ²)
200 顆/4.5cm	55.5	1.367	1.361	1.366	1.365	59.603
400 顆/7.8cm	58.8	1.411	1.411	1.415	1.412	58.957
600 顆/10.9cm	61.9	1.448	1.442	1.443	1.444	59.345
張角 20°	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	平均	a(cm/s ²)
200 顆/3.3cm	54.3	1.352	1.354	1.352	1.353	59.354
400 顆/5.9cm	56.9	1.390	1.385	1.392	1.389	58.984
600 顆/8.9cm	59.9	1.424	1.424	1.427	1.425	58.997

多體								
張角 10°	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均	a'(cm/s ²)
200 顆/5.8cm	56.8	2.672	2.666	2.678	2.651	2.650	2.663	16.014
400 顆/10.3cm	61.3	4.675	4.650	4.604	4.654	4.609	4.638	5.698
600 顆/14.9cm	65.9	6.500	6.537	6.525	6.584	6.501	6.529	3.091
張角 15°	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均	a'(cm/s ²)
200 顆/4.5cm	55.5	2.936	2.958	2.896	2.976	3.010	2.955	12.710
400 顆/7.8cm	58.8	4.869	4.890	4.833	4.907	4.905	4.881	4.937
600 顆/10.9cm	61.9	6.693	6.658	6.670	6.663	6.609	6.659	2.792
張角 20°	總路程(cm)	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均	a'(cm/s ²)
200 顆/3.3cm	54.3	3.001	3.024	3.086	3.051	3.009	3.034	11.796
400 顆/5.9cm	56.9	4.956	4.923	5.003	4.911	4.941	4.947	4.650
600 顆/8.9cm	59.9	6.794	6.750	6.720	6.714	6.767	6.749	2.630

【阻力加速度】

阻力加速度			
張角 10°	a (cm/s ²)	a' (cm/s ²)	a''(=a-a')
200 顆/5.8cm	59.278	16.014	43.264
400 顆/10.3cm	59.152	5.698	53.453
600 顆/14.9cm	58.787	3.091	55.695
張角 15°	a (cm/s ²)	a' (cm/s ²)	a''(=a-a')
200 顆/4.5cm	59.603	12.710	46.893
400 顆/7.8cm	58.957	4.937	54.020
600 顆/10.9cm	59.345	2.792	56.553
張角 20°	a (cm/s ²)	a' (cm/s ²)	a''(=a-a')
200 顆/3.3cm	59.354	11.796	47.558
400 顆/5.9cm	58.984	4.650	54.334
600 顆/8.9cm	58.997	2.630	56.366

【數據分析】



【a'】

和「開口」的圖類似，同樣也呈現負相關的趨勢走向，同樣也都有收斂的趨勢，但可以看出：收斂的集中度較大，200 顆-400 顆的斜率和 400 顆-600 顆斜率比較起來差距甚多。

另外，各角度之間所相距的差值不大，唯有在 200 顆時 10° 的加速度與其他兩者有一段明顯的差距。

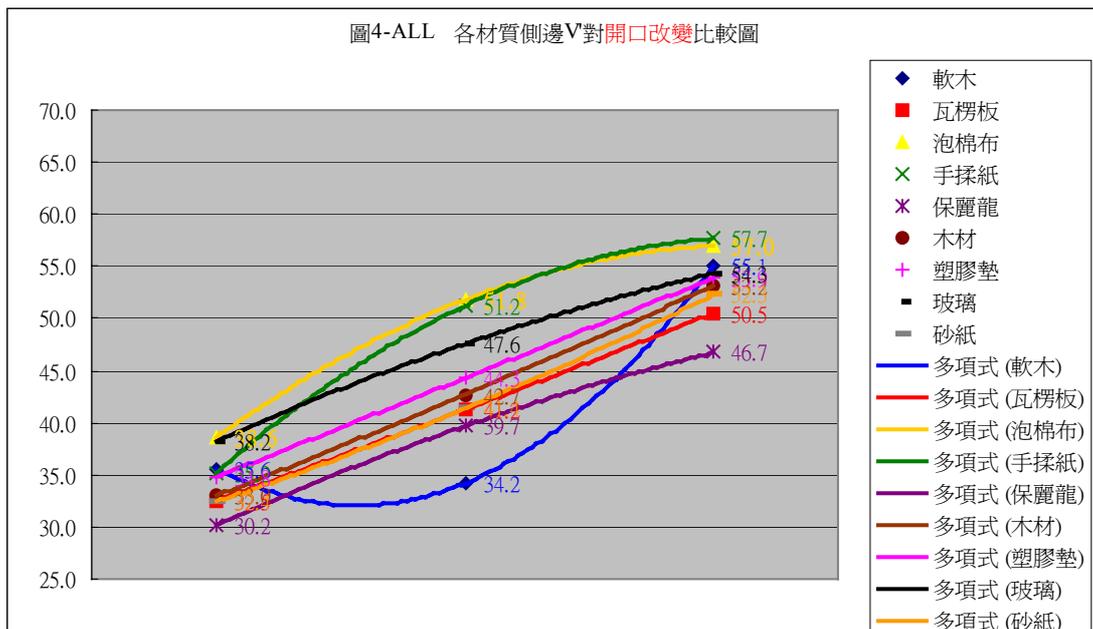
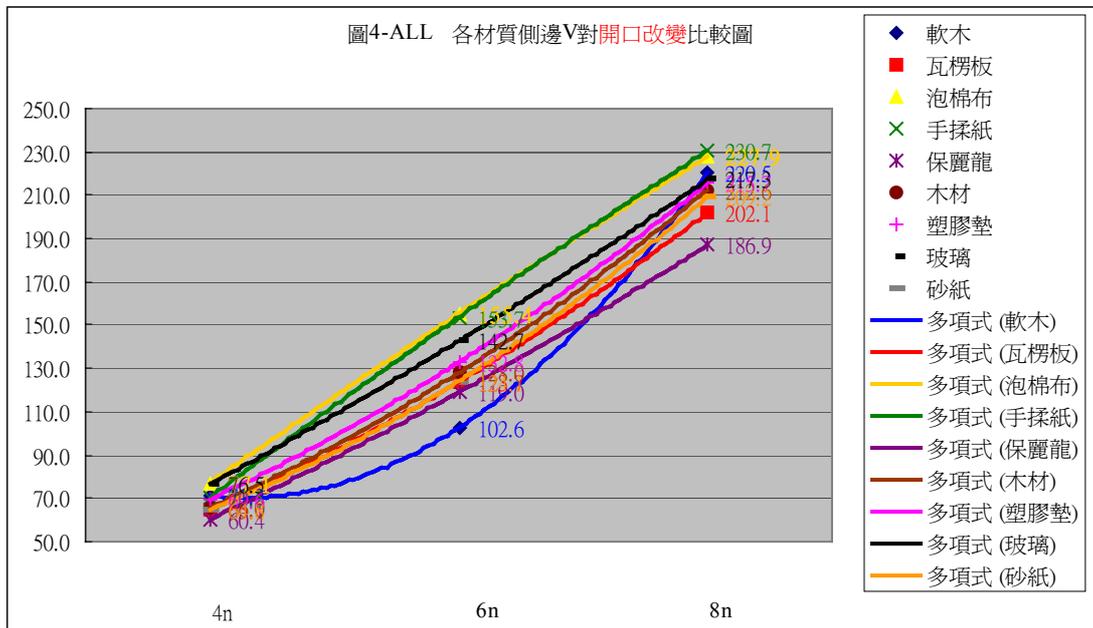
【a''】

和先前「開口」所提到的相同，同樣也和 a' 之間呈現上下對稱的圖形。兩者之間具有互補的關係。

各曲線的差距不大，相對於左圖，在這裡也有向上收斂的情況發生。

六、實驗結果討論

討論一：改變開口大小所影響的流量關係



由總圖中我們可以看到：除了「軟木」材質呈現一向上發散的走向外（在討論五中將對其材質作分析探討），其餘無論何種材質，在開口改變的情況之下，都呈現了隨著「開口增大而流量加快」的現象。這是最直觀的主體趨勢觀察。

在其數值上升的增加比例方面，我們若將 BB 彈視為如同水一般的流體，其開口截面積大小將會與其流速成正比。但我們發覺——在我們的實驗之中，BB 彈流量並未隨著開口比例的增大而等比例上升。

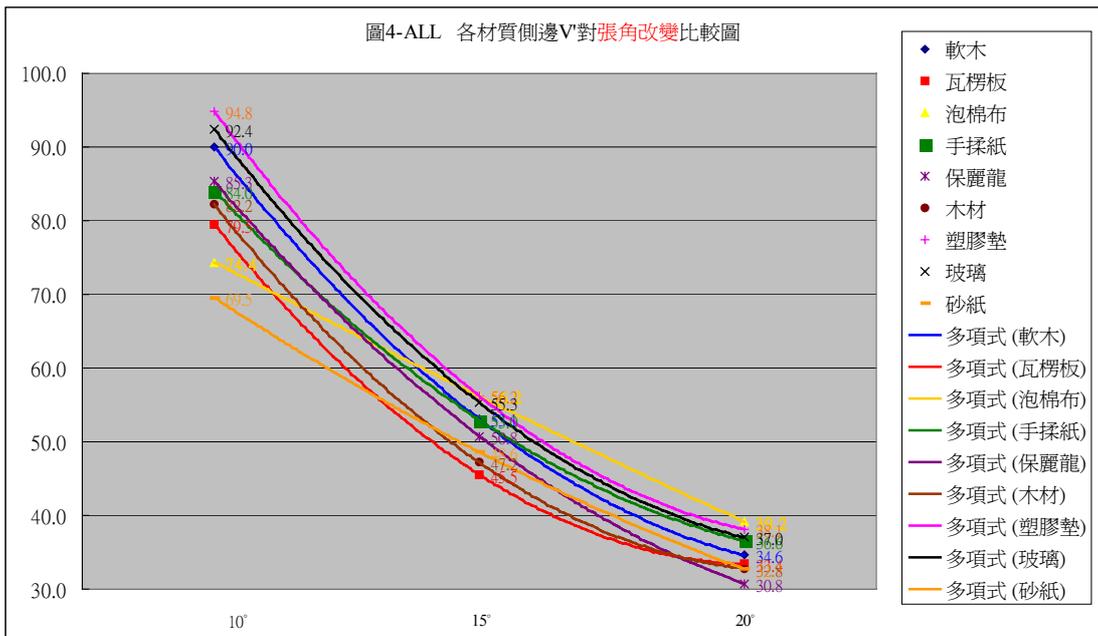
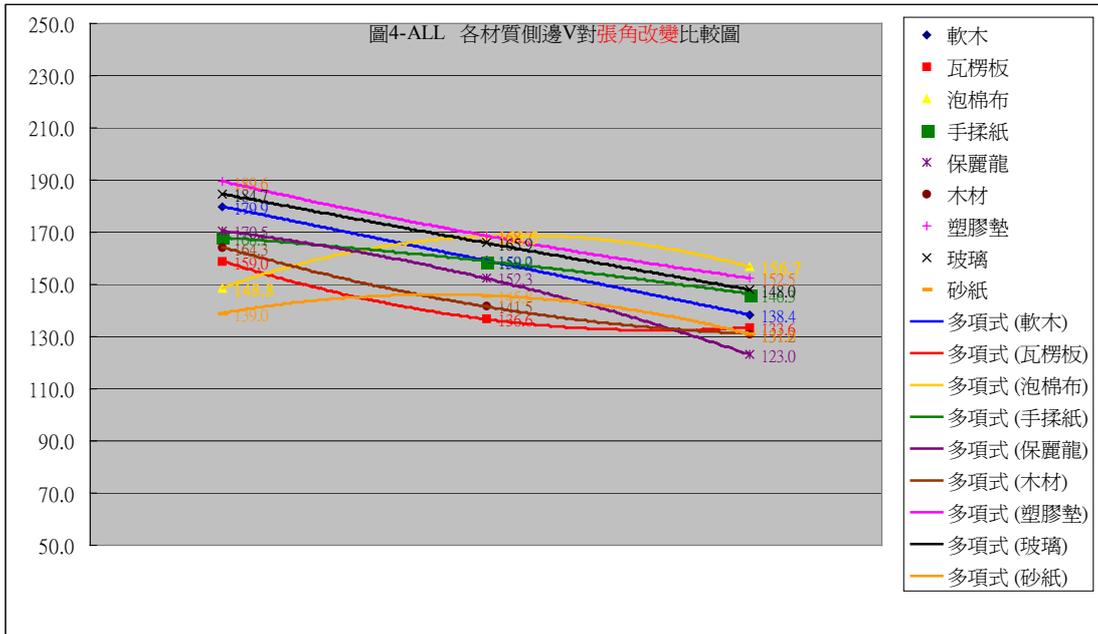
開口	軟木		瓦楞板		手揉紙		泡棉布		保麗龍		木材		塑膠墊		玻璃		砂紙	
	流量	倍																
4n	71.2	1.0	65.1	1.0	77.1	1.0	70.5	1.0	60.4	1.0	66.0	1.0	69.6	1.0	76.5	1.0	64.8	1.0
6n	102.6	1.4	123.7	1.9	155.4	2.0	153.7	2.2	119.0	2.0	128.0	1.9	132.8	1.9	142.7	1.9	124.1	1.9
8n	220.5	3.1	202.1	3.1	227.9	3.0	230.7	3.3	186.9	3.1	212.6	3.2	215.7	3.1	217.3	2.8	209.2	3.2

如上表，無論為何種材質，開口 6n 的流量大都為 4n 時的 1.9-2.2 倍之間（軟木差距太大不列入計算），而開口 8n 的流量也都在 2.8-3.3 倍之間，這與我們所知一般流體的性質：「開口截面積大小將會與其流速成正比」是相當不同的（此理論所得之倍數應為：6n 時 1.5 倍，8n 時 2 倍）。

另外我們也觀察到一個現象：在 V^2 圖中，其趨勢線在 6n-8n 之間有趨緩的趨勢。

我們因而也推想，我們所採用來「模擬」流體的 BB 彈，和實際上的流體之間，或許還是存在著相當的差距。例如在粒子大小的差距（水分子小而 BB 彈大）、粒子之間的相互作用力（BB 彈間碰撞可能損耗能量）……等，都存在著許多的不同，使我們無法將其視為一般的流體處理之。

討論二：改變張角大小所影響的流量關係

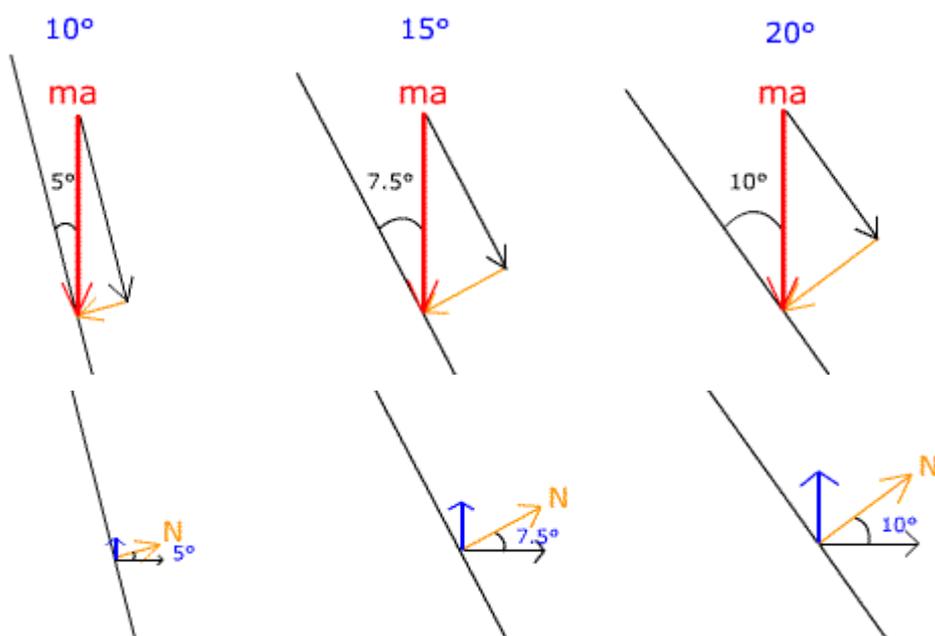


在張角的部分我們先排除掉兩個例外——泡棉布和砂紙(將在討論五的材質部分作討論)，在 V 圖中，大部分的材質走向為向下遞減的直線(此二材質出現最大值的曲線)；而在 V' 圖中，大部分的材質為向下收斂的趨緩線(此二材質則為直線)。出現例外的結果，故我們將此二材質從張角討論之中抽離。

張角的主要趨勢走向為：隨著張角的增大，流量隨之變小。

我們推導了在不同張角時，其 BB 彈流量之間的比例變化：

$$\begin{aligned}
 \text{流量}_{10^\circ} : \text{流量}_{15^\circ} : \text{流量}_{20^\circ} &\propto \bar{V}_{10^\circ} : \bar{V}_{15^\circ} : \bar{V}_{20^\circ} \\
 &= \frac{V_{10^\circ\text{初}} + V_{10^\circ\text{末}}}{2} : \frac{V_{15^\circ\text{初}} + V_{15^\circ\text{末}}}{2} : \frac{V_{20^\circ\text{初}} + V_{20^\circ\text{末}}}{2} \\
 &= \frac{0 + \sqrt{2a_{10^\circ}S_{\text{全}}}}{2} : \frac{0 + \sqrt{2a_{15^\circ}S_{\text{全}}}}{2} : \frac{0 + \sqrt{2a_{20^\circ}S_{\text{全}}}}{2} \\
 &= \sqrt{\frac{a_{10^\circ}S_{\text{全}}}{2}} : \sqrt{\frac{a_{15^\circ}S_{\text{全}}}{2}} : \sqrt{\frac{a_{20^\circ}S_{\text{全}}}{2}} \\
 &\propto \sqrt{a_{10^\circ}} : \sqrt{a_{15^\circ}} : \sqrt{a_{20^\circ}}
 \end{aligned}$$



由此我們可以見得：流量的多寡和其斜面上所供給的加速度開方 \sqrt{a} 有關。若以物體在斜面上自由落下的情況討論，則理論上其加速度應該保持 $g\sin\theta$ 不變，故其 \sqrt{a} 也應該保持定值不變。但在我們的實驗中，明顯地可以看出在不同角度時的流量會有所不同。我們推測：這個供給 BB 彈作功的向下加速度會被來自側邊的正向力所影

響。在相同的 ma 【見上圖紅色箭頭 ma 】之下，正向力隨著張角的變大而增加（下壓分力增加）【見上圖橙色箭頭 N 】；另外，其正向力所產生的垂直分力（作負功）【見上圖藍色箭頭】也隨著角度的變大而變大。在此我們將其大小比例關係推導如下：

$$\begin{aligned} N_{10^\circ\text{垂分}} : N_{15^\circ\text{垂分}} : N_{20^\circ\text{垂分}} &= N_{10^\circ} \times \sin \frac{10^\circ}{2} : N_{10^\circ} \times \sin \frac{15^\circ}{2} : N_{10^\circ} \times \sin \frac{20^\circ}{2} \\ &= ma \times \sin^2 \frac{10^\circ}{2} : ma \times \sin^2 \frac{15^\circ}{2} : ma \times \sin^2 \frac{20^\circ}{2} \\ &= ma \times \sin^2 5^\circ : ma \times \sin^2 7.5^\circ : ma \times \sin^2 10^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{10^\circ} : F_{15^\circ} : F_{20^\circ} &= ma - ma \times \sin^2 5^\circ : ma - ma \times \sin^2 7.5^\circ : ma - ma \times \sin^2 10^\circ \\ &= ma \times (1 - \sin^2 5^\circ) : ma \times (1 - \sin^2 7.5^\circ) : ma \times (1 - \sin^2 10^\circ) \\ &= ma \times \cos^2 5^\circ : ma \times \cos^2 7.5^\circ : ma \times \cos^2 10^\circ \\ &\propto \cos^2 5^\circ : \cos^2 7.5^\circ : \cos^2 10^\circ \\ &= 0.9924 : 0.9830 : 0.9698 \end{aligned}$$

而由於此正向力部分分力方向與正加速度相反（作負功），故會對原為定值的加速度造成其值減小的影響，進而影響到整體 BB 彈的速度變慢。整體路程流完所需的時間也隨之而拉長（見下表）。

張角	軟木	瓦楞板	手揉紙	泡棉布	保麗龍	木材	塑膠墊	玻璃	砂紙
	時間								
10	20.80	25.22	25.49	21.65	22.97	23.48	19.00	19.97	26.09
15	30.85	38.87	31.29	31.73	34.73	37.75	30.34	30.66	34.55
20	47.08	49.77	42.57	43.51	52.95	49.45	43.98	43.60	48.50

10° 時的平均時間（扣除特例的砂紙和泡棉布）為 22.42

15° 時的平均時間（扣除特例的砂紙和泡棉布）為 33.50

20° 時的平均時間（扣除特例的砂紙和泡棉布）為 47.06

另一方面，我們可以推得我們的理論比例：

張角	軟木		瓦楞板		手揉紙		泡棉布		保麗龍		木材		塑膠墊		玻璃		砂紙	
	流量	倍																
10	179.9	1.0	159.0	1.0	168.1	1.0	148.8	1.0	170.5	1.0	164.3	1.0	189.6	1.0	184.7	1.0	139.0	1.0
15	159.2	0.9	136.6	0.9	158.9	0.9	168.5	1.1	152.3	0.9	141.5	0.9	168.7	0.9	165.9	0.9	145.8	1.1
20	138.4	0.8	133.6	0.8	146.3	0.9	156.7	1.1	123.0	0.7	131.2	0.8	152.5	0.8	148.0	0.8	131.0	0.9

上表顯示我們實際所得的數據，將其之間作比例的比較。我們發現流量實驗比例變化（約 1.0 : 0.9 : 0.8）和理論比例變化（約 1.000 : 0.990 : 0.977）都有隨著張角的增大而減少的趨勢。理論所推出的變化率甚小，似乎像是「張角」對流量而言沒有太大的影響。但在實際的實驗比例中可以推知：其遞減的程度較理論為大。

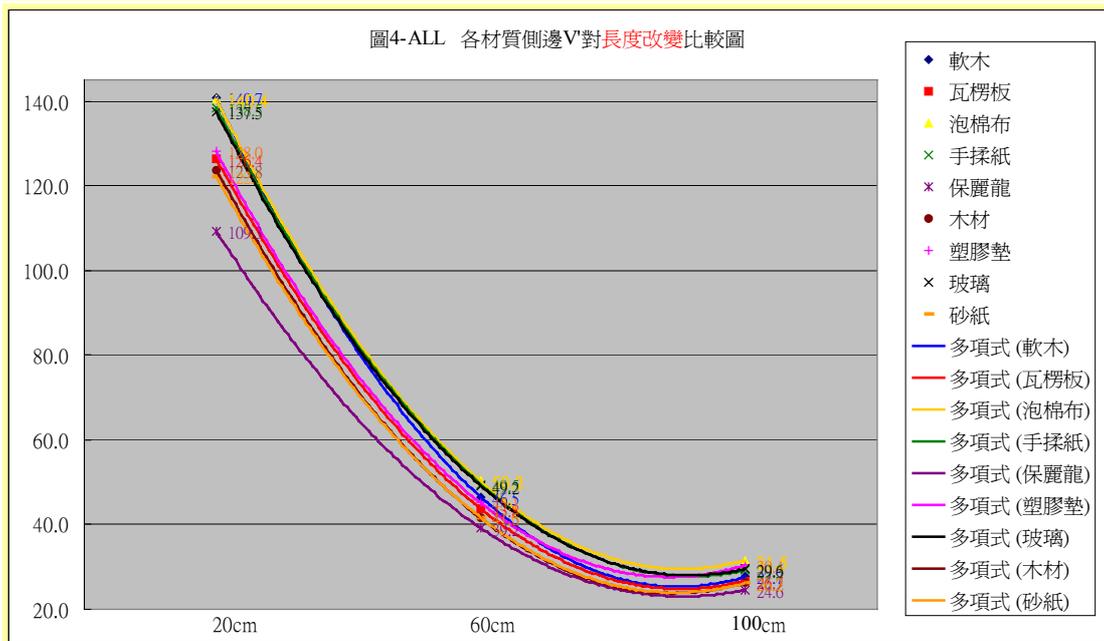
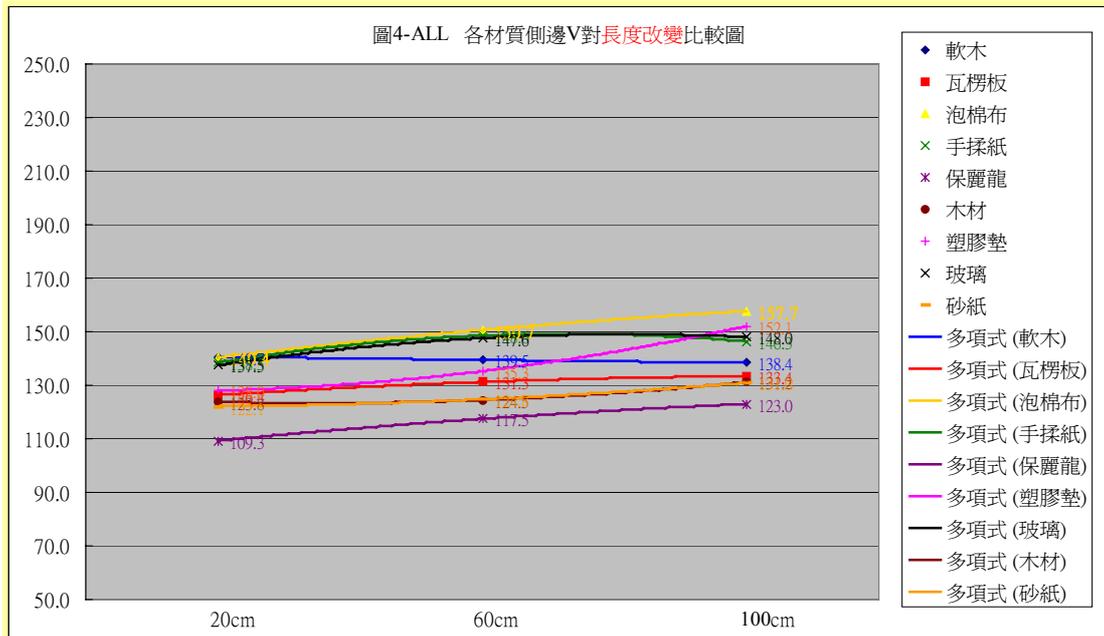
我們知道：除了向下的重力以及側邊的正向力之外，BB 彈本身在流動的過程之中也會有彼此影響的作用力存在，這讓我們不能以一般簡單的理想流體觀念來計算其量。例如：壓向下的質量 m 並不會等於接觸點以上的所有 BB 彈重，球狀的點接觸面並不能將上方的質量完整均勻地傳遞向下（會有分力存在），可能也會造成流量差距擴大的結果（關於阻力的大小及因素將在其後討論之）。

故排除掉過於複雜不可量化的因素後，我們只能對：「張角越大，則其單位時間流量越小」的相對大小關係做比較，對於其實驗值和理論值的偏差，其控制的因素，或許尚非我們所能討論的。

註：在計算推演的過程中，我們最後以 $\cos^2 \theta$ 的比較得其比例關係，而將 mg 的量視為相同而約分。事實上在張角變大的時候所堆積的 BB 彈數量的確會變多。在這裡約分是為了互相之間比較的方便

性，實際上其增加的 BB 彈數量還是會造成一定微量的影響，但到底是正面的壓力效應或者是負面的阻力效應，在【阻力加速度】實驗終將有細部的探討（見 P.88）。

討論三：改變長度大小所影響的流量關係

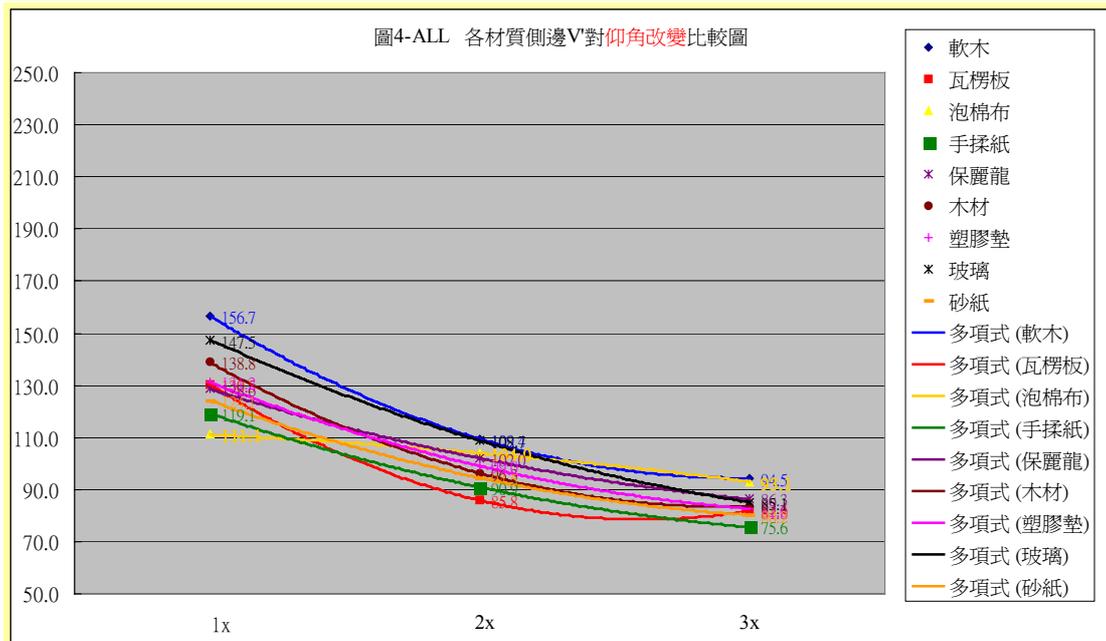
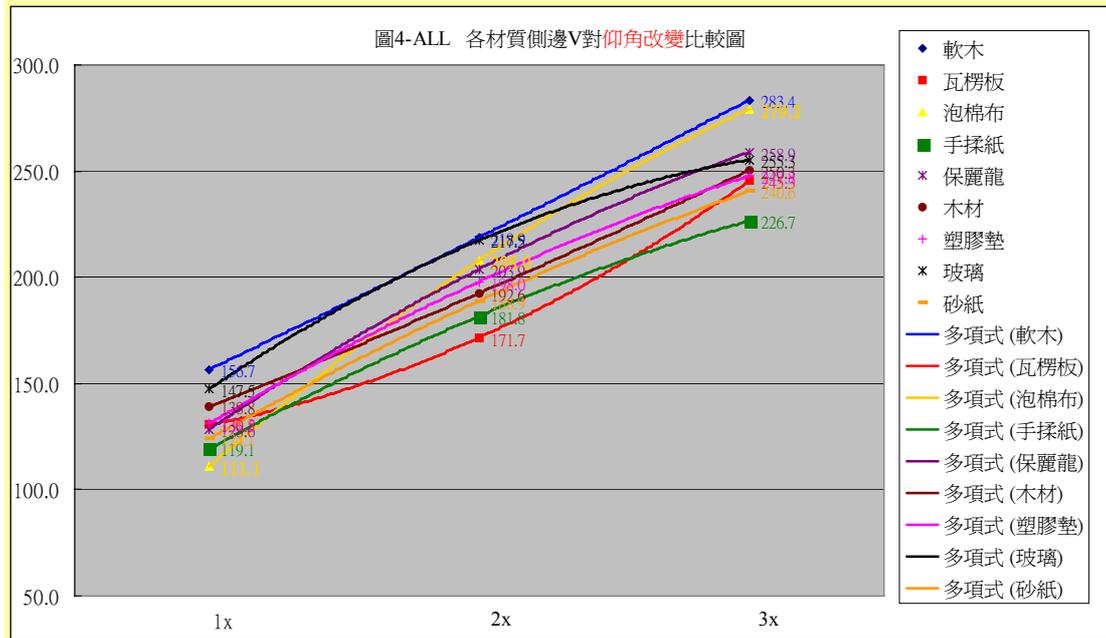


在上圖之中，無論是在 V 圖或 V' 圖之中，各材質所呈現的走向都相當一致。除了有幾種材質，或許因為本身材質的不可改變因素，而使得在速度的快慢部分有所不同（保麗龍為最慢，軟木和手揉紙為快）。在 V 圖的方面，長度改變的影響幾乎不對其速度造成影響（僅具有微幅上升）。我們推想：在 BB 彈堆積越多的時候，雖然

正向的壓力增加，但因 BB 彈的數目增加，使得互相之間交互的作用力也隨之增加（例如碰撞時的摩擦損耗、力的向量反向互相抵銷），使得所增加的壓力在種種的因素抵銷之後，終究對 BB 彈的速度不造成太大的影響，僅有在 20cm-100cm 間有斜率極小的微幅上升。

註：此部份在後來【阻力】的實驗中有進一步的解釋（見 P.87）。

討論四：改變仰角大小所影響的流量關係



在仰角改變的 V 圖部分，我們觀察到：無論何種材質，從剛開始 1x 仰角時數據範圍的分散，到最後 3x 仰角時的趨近定值，我們或許可以推論，因為仰角越大，其 BB 彈越趨近於自由落體時無交互作用力的狀況，邊界對於所造成的影響也相對縮小許多。

另一方面，我們也假設：斜面重力加速度 $g \sin \theta$ 隨著仰角不同而

改變，或許也是影響 BB 彈速度的因素之一。

在這裡我們可以推導得出不同仰角時影響流量的因素：

$$\begin{aligned}
 \text{流量}_{1X} : \text{流量}_{2X} : \text{流量}_{3X} &\propto \bar{V}_{1X} : \bar{V}_{2X} : \bar{V}_{3X} \\
 &= \frac{V_{1X\text{初}} + V_{1X\text{末}}}{2} : \frac{V_{2X\text{初}} + V_{2X\text{末}}}{2} : \frac{V_{3X\text{初}} + V_{3X\text{末}}}{2} \\
 &= \frac{0 + \sqrt{2a_{1X}S_{\text{全}}}}{2} : \frac{0 + \sqrt{2a_{2X}S_{\text{全}}}}{2} : \frac{0 + \sqrt{2a_{3X}S_{\text{全}}}}{2} \\
 &= \sqrt{\frac{a_{1X}S_{\text{全}}}{2}} : \sqrt{\frac{a_{2X}S_{\text{全}}}{2}} : \sqrt{\frac{a_{3X}S_{\text{全}}}{2}} \\
 &\propto \sqrt{a_{1X}} : \sqrt{a_{2X}} : \sqrt{a_{3X}}
 \end{aligned}$$

而此加速度 a 是斜面上的加速度 $g\sin\theta$ ，故會隨著仰角大小 θ 的改變

而使得加速度產生改變，進而影響其流量比。經由上式的比例關係，

可以得出理想比例值：

我們得出各角度之間 $\sin\theta$ 的比例關係：

$$\text{令 } x = \tan^{-1}0.0965 \doteq 5.54^\circ (1x) \text{、}$$

$$\sin(1x) = 0.09605$$

$$\sin(2x) = 0.19121$$

$$\sin(3x) = 0.28462$$

其比例關係值：

$$\sin(1x) : \sin(2x) : \sin(3x) = 0.09605 : 0.19121 : 0.28462$$

$$\sqrt{a_{1X}} : \sqrt{a_{2X}} : \sqrt{a_{3X}} = \sqrt{g \sin(1x)} : \sqrt{g \sin(2x)} : \sqrt{g \sin(3x)}$$

$$= \sqrt{0.09605} : \sqrt{0.19121} : \sqrt{0.28462}$$

$$= 0.3099 : 0.4373 : 0.5335$$

$$= 1 : 1.41 : 1.72$$

$$= \sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3}$$

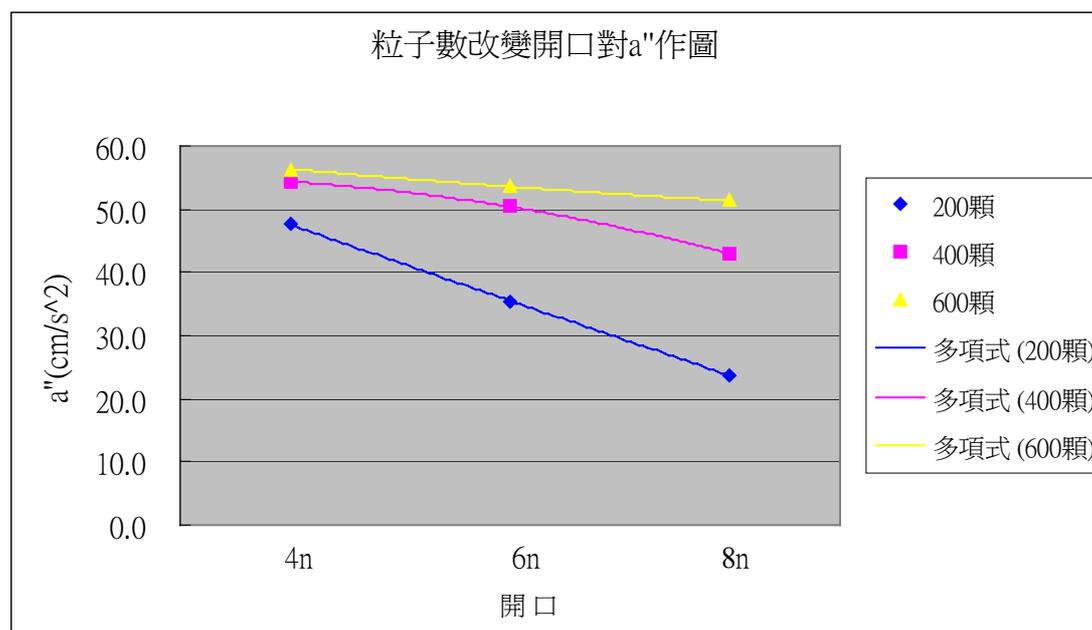
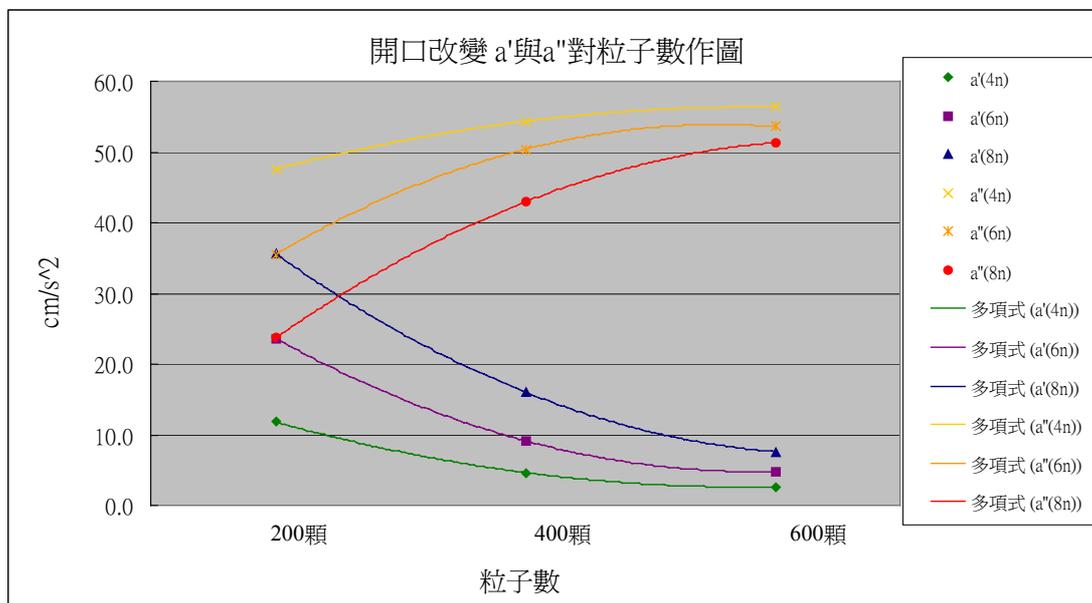
我們的實驗比例關係：

仰角	軟木		瓦楞板		手揉紙		泡棉布		保麗龍		木材		塑膠墊		玻璃		砂紙	
	流量	倍																
1x	156.7	1.0	130.5	1.0	111.1	1.0	119.1	1.0	128.6	1.0	138.8	1.0	131.2	1.0	147.5	1.0	124.1	1.0
2x	218.9	1.4	171.7	1.3	208.0	1.9	181.8	1.5	203.9	1.6	192.6	1.4	198.0	1.5	217.5	1.5	188.9	1.5
3x	283.4	1.8	245.3	1.9	279.2	2.5	226.7	1.9	258.9	2.0	250.3	1.8	247.8	1.9	255.3	1.7	240.6	1.9

從我們的實驗當中，去除掉與主要趨勢差距過大的材質（手揉紙 1.0 倍-1.9 倍-2.5 倍），其餘的實驗比例與理想比例如下：理想比例變化（約 1 : 1.4 : 1.7），實驗比例（約 1 : 1.4 : 1.8）。在比例增長的方面，我們將實驗的比例理想地做出了推論，並符合數據。這可以顯示：在仰角改變的部分，只有在 $g\sin\theta$ 的改變部分才會使得 BB 彈的流量產生影響，在其他因素皆不動的狀況之下改變仰角，流量比等同於其仰角正弦值之比。

討論五：開口、張角改變對於阻力加速度變化討論

【開口討論】



在【開口改變 a'與 a''對粒子數作圖】可以很明顯地看到：在「多體」加速度 a' 的方面，其值隨著開口的變大而增加，此趨勢也和我們前面【開口】實驗中所得出的結果相同。

我們可以觀察到在 a' 的部分，其加速度隨著粒子數的增加而遞

減，換言之，也就是「阻力加速度」 a'' 隨著粒子數的增加而變大。此現象若以最直觀的觀點論之是可以理解的：因為 BB 彈的數量增加，彼此之間碰撞的機會也增加許多，相互碰撞造成合力向量的抵銷，以及彼此之間或多或少存在的摩擦損耗，使其整體向下做功運動的力量變小，時間拉長的結果，加速度變慢（相對而言阻力加速度變大）。

但卻不能忽略一個現象：隨著 BB 彈數量的增加，此阻力加速度的變大有逐漸趨緩收斂的趨勢。而不同開口間原本存在的差距（ $4n$ 的 a'' 最大， $8n$ 的 a'' 最小）也在 BB 彈數量的增多之後，逐漸拉近其差距。從這個趨近於定值的走向，我們可以知道：阻力加速度的大小在 BB 彈數量少的時候敏感性較大，只要些許的數量增加，就會造成阻力加速度變大許多。但在 BB 彈數量漸增，在 500 顆-600 顆之後的數量增加，對阻力加速度的增加不構成太大的影響。

另一方面，我們猜想，BB 彈阻力加速度的關係，和開口是否也存在著關係。故我們又作了【粒子數改變對 a'' 作圖】（此處暫不探討 a' ）來觀察是否有趨勢存在。結果我們發現，雖然隨著開口的增大阻力加速度有變小的趨勢，但這個趨勢在不同的 BB 彈數時卻具有不同的變化幅度。在少量的 200 顆組中，隨著開口的增大，其阻力加速度減少的比例甚大，而隨著其餘兩組 BB 彈數量的增加，各開口組的阻力加速度的確變大（見 Y 軸），但其隨著開口遞減的比例卻降低了許多。

根據這個現象，我們可以推知：開口大小會影響阻力加速度的大

小（開口大阻力 a”小，開口小 a”大），但這個因素僅在 BB 彈數量少
的時候明顯出現。當 BB 彈數量變多的時候，「開口」其所對阻力加
速度影響的程度就不慎明顯了。

從這兩個圖中，最基本地我們可以知道，「開口小」和「數量多」
都是造成阻力加速度上升的因素。但在開口小的狀況下，BB 彈的多
寡不會對其造成太大影響；相對地，在 BB 彈數量甚多的時候，開口
的大小對其影響的程度也不大，兩者關係並不能累加。我們只能根據
操作時的條件，而得知在這種條件下，影響阻力的因素主要是「開口」
或者是「數量」，進而了解到造成阻力的因素。

<前述實驗——開口、長度、討論>

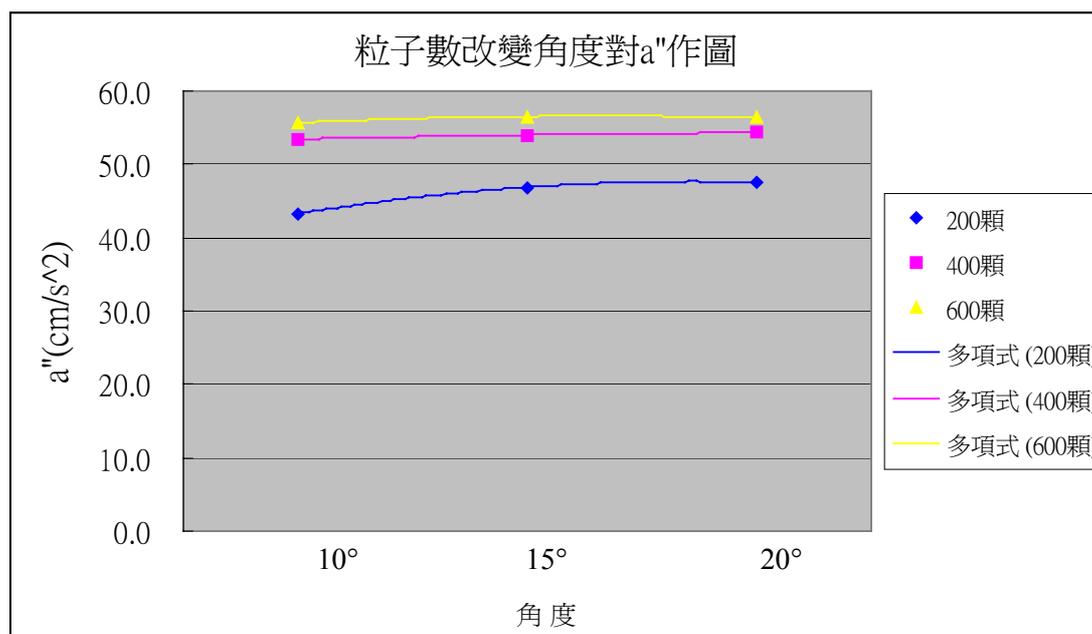
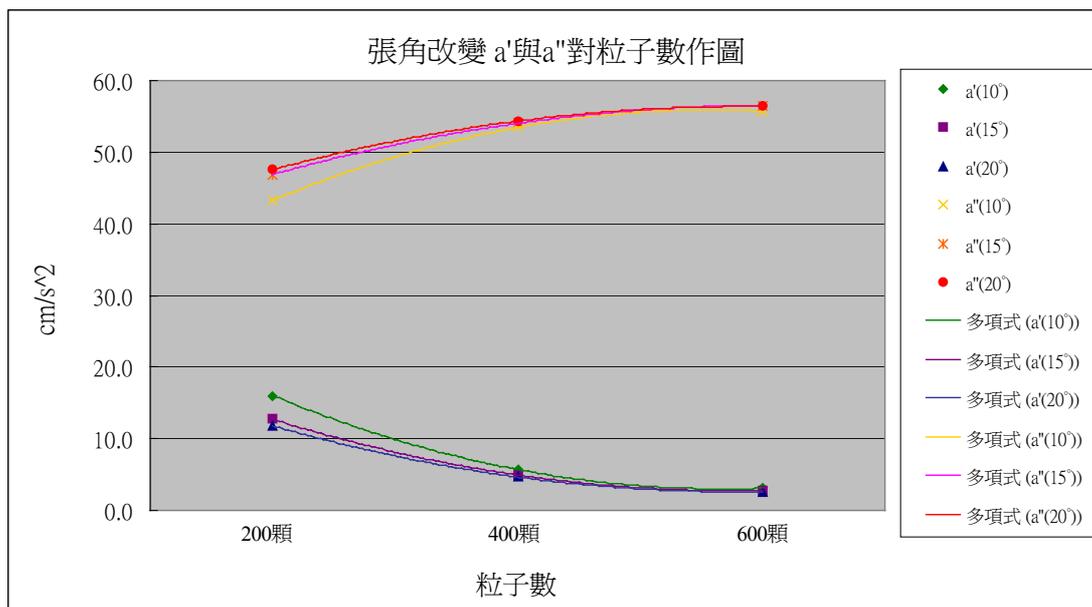
在先前的實驗【開口】中，我們得出其理論比例為 1：1.5：2（假
設其流量與開口截面積成正比），但實際我們所得出的實際比例為 1：
2：3，較理論的比例大了許多。故我們推論，影響 BB 彈流量的不只
是開口，隨開口所增加的 BB 彈數量也是因素其中之一。而前述中我
們知道：BB 彈的數量越多，其阻力加速度也越大，但這個事實在 BB
彈數量甚多的時後，收斂的走勢使得阻力加速度趨近一個定值，也就
是開口越大，其所增加的 BB 彈數量並不會帶來更多的阻力。而我們
又推想，可能是因為數量增加帶來正面效益的壓力，這些增加的壓力
不為阻力所抵銷，造成其向下作正功，進而，造成其實驗流量比例較
理論為大的事實。

這個解釋同樣也可以推廣到實驗【長度】上。

前述討論當中我們提到：「在 BB 彈堆積越多的時候，雖然正向的壓力增加，但因 BB 彈的數目增加，使得互相之間交互的作用力也隨之增加（例如碰撞時的摩擦損耗、力的向量反向互相抵銷），使得所增加的壓力在種種的因素抵銷之後，終究對 BB 彈的速度不造成太大的影響，僅有在 20cm-100cm 間有斜率極小的微幅上升。」

增加的壓力的確會被 BB 彈之間的作用力抵銷，但同樣地，因為 BB 彈數量極多時，其作用力造成的阻力加速度趨近一定值。但 BB 但增加所帶來的壓力正面效益卻依然隨著數量的增加而上升，在扣除阻力加速度的影響之後，仍然有一些量會帶來作正功的效益，這或許九視為什麼【長度】實驗中，隨著長度的增長，BB 彈的速度有些微上升的趨勢。

【張角討論】



改變角度方面，從【張角改變 a' 與 a'' 對粒子數作圖】中可以看出：隨著粒子數的增加，阻力加速度 a'' 也有變大的趨勢（這與我們前面的推論相同）。其變大的趨勢隨著 BB 彈的數量增加而趨緩，整體而言也呈現向上收斂的趨勢。顯示在具有「角度」的變因之下，BB 彈數量越多，其對於阻力加速度 a'' 的增加也同樣不造成太大影響。

但在第二個作圖【粒子數改變 角度對 a'' 作圖】中，原本預期的：張角越大，其阻力加速度越大，此現象的確有發生，但變化的幅度甚小，整體而言，幾乎可以將其視為水平的無變化趨勢。這告訴我們，雖然角度變化，但阻力加速度主要的影響因素還是在於 BB 彈的數量，跟張角的變化不具有太大的關係。

< 前述實驗——張角討論 >

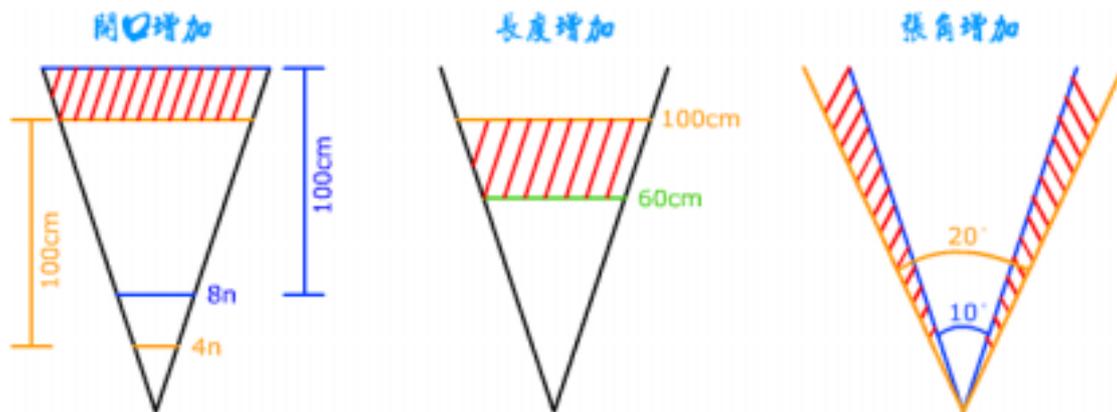
這或許也解釋了先前實驗中【張角】中，其理論比例變化（約 1.000 : 0.990 : 0.977）甚小的原因。或許是我們先前所定的改變角度太小，以至於 $\sin \theta$ 值之間變化比例不大，造成理論比例變化以及我們實際作圖所得出的變化趨勢也沒有明顯改變。故在整個實驗之中，主要使得實驗比例變化（約 1.0 : 0.9 : 0.8）較理論比例變化為大的（這顯示在張角變大時，較大張角遭遇到的阻力比理論值大），可能是隨張角變大而增加的 BB 彈數量造成的。

< 實驗合併討論 >

在前述的推論，【開口】以及【長度】的實驗皆因為 BB 彈數量的增加而造成正面效益，但為何在這裡造成負面的效益？

我們歸結出：在這裡有一個重要的不同因素——「張角變化」。

我們把【開口】【長度】【張角】三個實驗放在一起看（見下圖）：



開口和長度所增加的 BB 彈量，主要都平均分佈於整個 BB 彈堆積的上方，因而前面所說到的：增加的壓力得以造成正面影響；而在張角方面，其所增加的 BB 彈量都不均勻地分佈在玻璃條的內側，其所增加的壓力，極容易為側邊的正向力所抵銷(可參見【張角】推論)，本來就已經增加不多的 BB 彈量，又被分解為許多分力，故最後幾乎不能對整個 BB 彈的流動產生正向效益，其阻力的增加反而可能勝過此，因而在角度增大之時，反而有流量趨緩的情形發生。

經由這個阻力的實驗，我們可以發現，前述的幾個實驗，與理論推想值的正、負偏差，幾乎都在於「多出的 BB 彈量」所造成的壓力（正面）、阻力（負面）效益上。這也讓我們體認到：BB 彈與真實流體確切的不同在於：粒子之間作用力影響的程度。故在討論此類非真實流體時，必須把 BB 彈之間的作用力也考慮進去，而不能單純以普通流體視之。

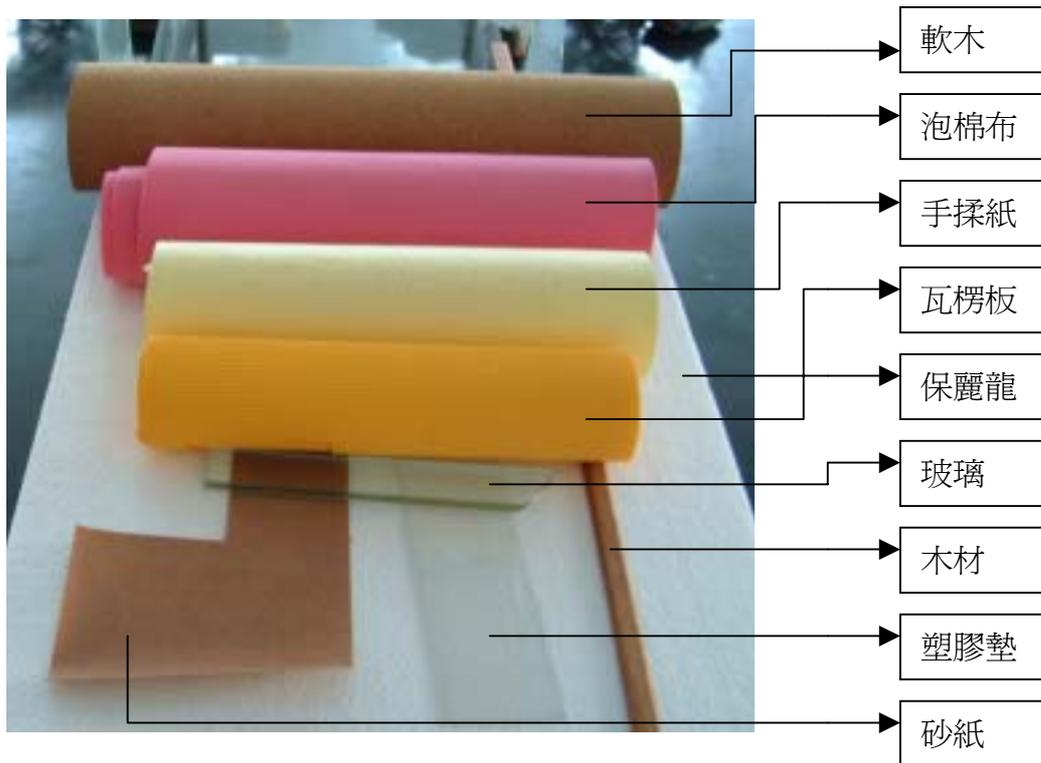
註：我們之所以可以把流量與阻力加速度的關係作比較，是因為：供給流體流動的加速度為「多體加速度 a' 」，而 a' 是來自於理想中

的「單體加速度 a 」扣除作負功的「阻力加速度 a'' 」向量合成而得。在這裡我們可以推得流量與 a' 之間的關係：

$$\text{流量} \propto \bar{V} = \frac{V_{\text{初}} + V_{\text{末}}}{2} = \frac{0 + \sqrt{2a'S_{\text{全}}}}{2} = \sqrt{\frac{a'S_{\text{全}}}{2}} \propto \sqrt{a'}$$

故當阻力加速度 a'' 大時，便會使多體加速度 a' 變小，最會便使得流量也減小。

討論六：材質特性以及改變材質所影響的流量關係



【軟木】非剛體

表面並不光滑，但整體而言尚稱平坦，沒有不規則凸起或凹下的缺陷。但材質表面有許多本身具有的細小花紋。軟硬程度在非剛體中不算太柔軟，但受到力的擠壓，仍會產生不明顯的凹陷。

【泡棉布】非剛體

表面平滑，較軟木而言缺少了本身具有的紋路。堅硬度在非剛體之中以算是「很柔軟」的程度，受到擠壓會凹陷明顯，但具彈力，擠壓後可回復原狀。

【手揉紙】非剛體

由於本身具有凹凸不平的皺紋，且其凸起並不堅硬，受到輕微的壓力就可能壓平其紋路，故我們將其歸類為非剛體。不具彈性，被擠壓形變後不會回復原狀。

【保麗龍】非剛體

材質本身容易產生小缺口般的凹陷，容易卡住 BB 彈的流動。堅硬程度並不高，被擠壓後會變形，但具彈性會回復原位。

【瓦楞板】剛體（考慮到 BB 彈的擠壓力量尚未能使其產生形變）

瓦楞板上的凸出雖然可將其壓平，但在實驗的過程中，並未發現到 BB 彈的堆積力量有作用至產生如此的現象。故我們將其歸類為剛體。

【木材】剛體

表面具有材質本身即具有的花紋，粗糙度稍大，對濕氣的敏感度不大（除非材質本體沾泡過水）。屬於堅硬的剛體。

【塑膠墊】剛體

對濕氣以及灰塵的敏感度大，但表面的粗糙程度很小，幾乎全為光滑的表面。在剛體之中堅硬度稍低，但因所取的塑膠墊厚度小，並貼於玻璃條上，故難以加以壓縮變形。

【玻璃】剛體

實驗的最基本材質，經過平均地磨平光滑。光滑程度大，且不易受到磨損以及剝蝕的傷害。維持狀況良好。因為我們預設的實驗材質。

【砂紙】剛體

為最易損傷 BB 彈的材質（我們將其放在整套實驗的最後才做）。雖然摩擦係數偏大，但整體的平坦程度還算完整。沒有特別的凹凸。

綜合而言，我們之所以將材質分為剛體以及非剛體，是因為我們

觀察到的一些特殊現象都發生在材質為「非剛體」時。如下說明：

【開口總圖】

手揉紙和泡棉布在 V' 圖中為全部數據中的最高值，而且別於其他剛體所呈現的直線走向，其二者皆為向上收斂的趨勢線。

【張角總圖】

泡棉布和砂紙在 V 圖中，表現出了於 15° 時的最大值。在 V' 圖中，也為斜率稍小的遞減直線。

【長度總圖】

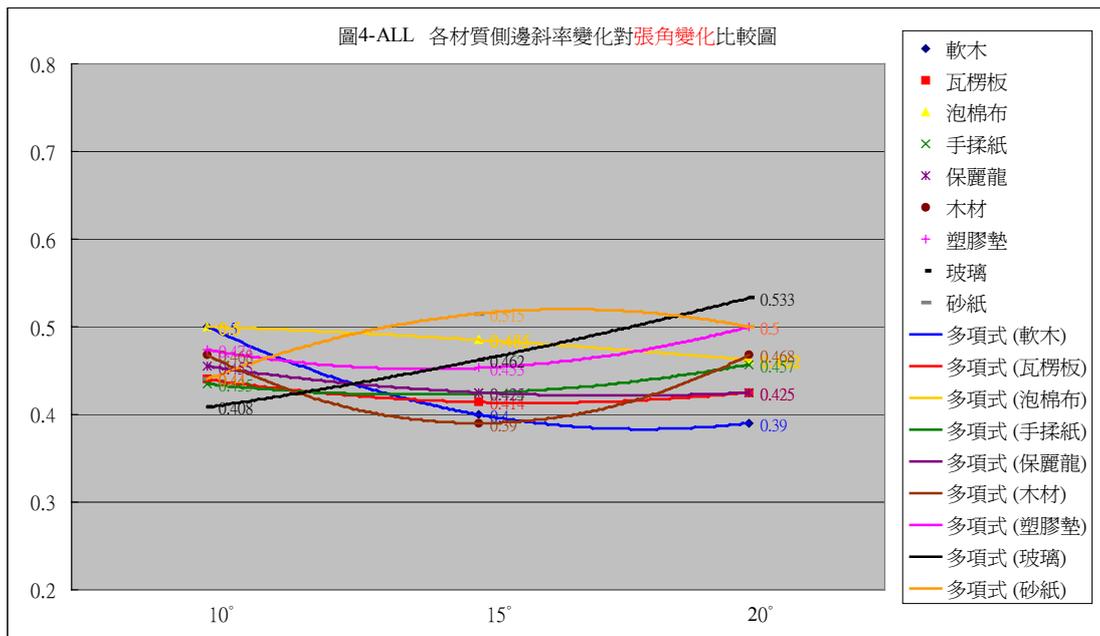
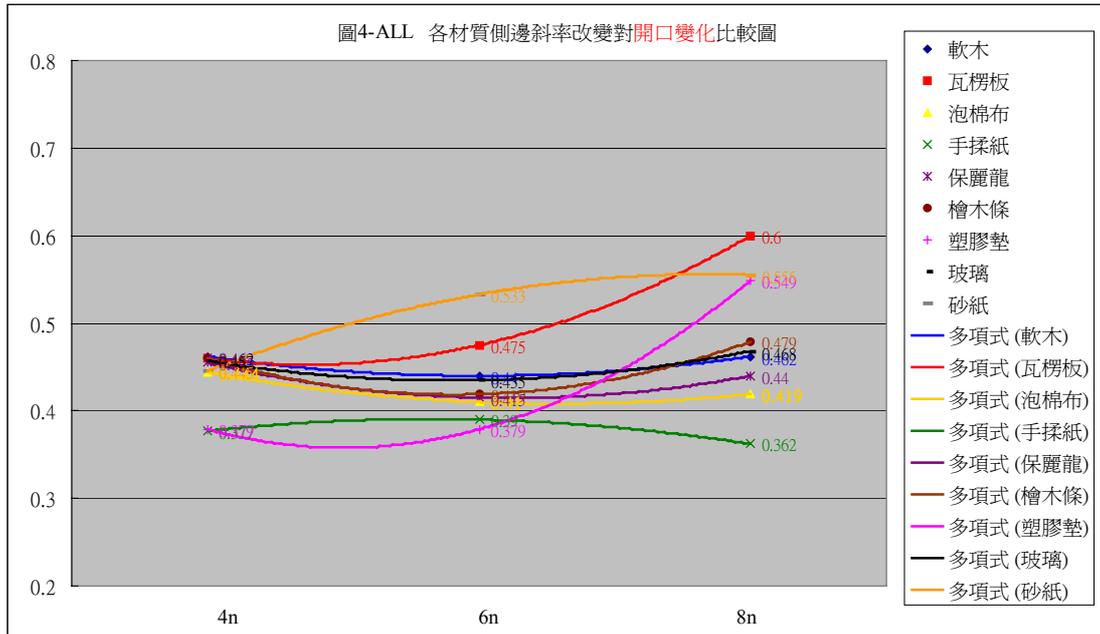
保麗龍的速度明顯緩慢，而上方有一群軟木、手揉紙、和泡棉布的材質聚集，和剛體的另外一群聚集有分開的趨向。

【仰角總圖】

泡棉布在 V' 中為斜率最小且獨立走向的直線。

歸結出來，上述發生趨勢外現象的材質皆為非剛體的材質（砂紙除外）。我們推想：因為非剛體的材質在受到 BB 彈排列的壓力之後，容易產生向內凹陷的現象，而所產生欲恢復原形的彈力，會隨著壓縮程度、施力方向的不同而有所改變。這種改變因為過於複雜，並不在我們詳細的討論範圍之內。故我們只能推知：非剛體對 BB 彈流動的影響，並不只是表面摩擦係數的因素，還必須包括其受到彈性形變的壓縮以及恢復力。

討論七：界面摩擦與彎月面兩側斜率之關係



【開口改變】

這方面我們觀察到：其大部分為上升的變化趨勢。摩擦係數的變動範圍較大，尤其在 8n 的部分上下所差距的範圍更顯著。

我們可以知道：彎月面的產生是由於中央部分的流速大於兩旁的

流速所產生，且兩者的差距越大，彎月形的兩側斜率也越大。

理想中，開口若為 $4n$ ，則同時可以有 4 顆 BB 彈通過，在這四顆之中，會有 2 顆受到邊界的摩擦力，則剩餘的 2 顆則不受其影響而流速較快。同樣地， $6n$ 時則會有 4 顆、 $8n$ 時會有 6 顆不受到邊界摩擦的影響。則其所產生的流速差距也越大（中央流速最快）。我們所觀察到的情況： $8n$ 時的兩側斜率最大，或許也可以用這樣的解釋說明。

註：圖中唯一明顯向下走向的材質為「手揉紙」，推測可能與其「非剛體」的性質有關。另外幾種非剛體材質，呈現上升幅度不大（幾乎為平行橫軸的直線）的情形，可能也與此性質有關。

【張角改變】

我們將其分為兩個趨勢：斜率漸增、斜率漸減（包括整體向上或整體向下）。其中斜率漸減的部分幾乎均為「非剛體」——軟木、泡棉布、手揉紙、保麗龍。

我們可以推論：張角越大，其施於壁上的正向力越大，相對的兩側 BB 彈向下的垂直分力也變小。在這之間，BB 彈的數量、向下壓力同時隨著張角的增大而增加。此二種因素之間的抗衡，決定了其斜率變化趨勢增大或減小。

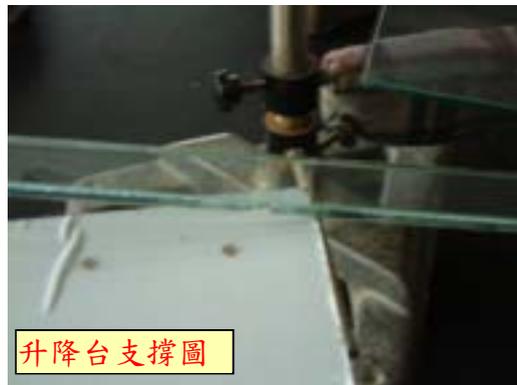
我們推想：非剛體的部分，因為無論在何種角度，其材質本身（如形變）都會對 BB 彈的流動產生影響。但隨著張角的增加，其材質本身被壓縮的程度並不會增加太多。邊界對其影響的程度小，相對 BB 彈數量增加，壓力所產生的正面效益就會變大。斜率因此也隨著角度

的增加而減小。反之，在剛體部分，其壓力影響的程度小於邊界影響，則其斜率變大。

討論八：實驗裝置之人為誤差因素改進

1. 由於玻璃板單用支架在一側撐住，久了以後，中間部分難免稍微凹陷，如再加上 BB 彈的重量，影響將更大，故我們再加升降台於其下中央部份以避免此現象產生。

2. 由於張角變大時，玻璃條處在玻璃板外的部分較多，易產生向外翻轉的力矩使玻璃板上的玻璃條側向翻轉。其所產生的空隙無法使 BB 彈在限定的範圍之內流動，故我們以一升降台支撐之。



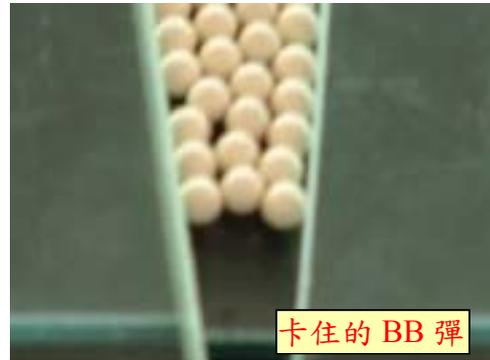
3. 置於張角的角度乃由實際測量所得（以直角三角形取 $\tan \theta$ 的值作其角度）。
4. 採用投影紙乃是利用其透明輕薄及易塗繪、易黏取的特性，進而使控制玻璃條夾角變得容易。
5. 在實驗中我們利用甲生自己控制實驗時間起始點和終點，有助於準確測出時間（反應時間為同一人的神經傳導）。
6. 由於每顆 BB 彈重量皆 0.2gw，故藉由電子天秤可精確測知 BB 彈流下顆數。
7. 有鑑於不同時間時，氣候因素對於實驗裝置的本質改變（如溫

度、溼度)，又我們無法將如此大的裝置在現有的環境中作恆定的操作。故我們在進行同一組實驗，甚或同一變因時，盡量控制在連續且集中的時段內完成，使氣候因素的影響不至於太大。

討論九：變因改變時的人為操作改進

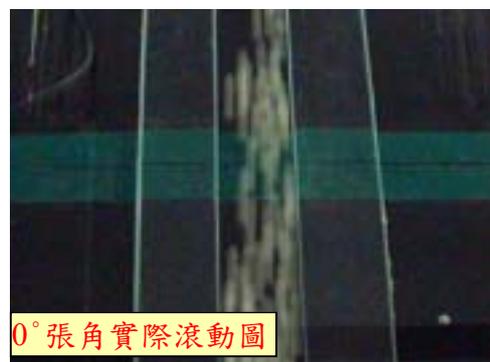
1. 在改變開口大小的操作中，我們先控制玻璃條角度固定不變，然後將兩根玻璃條做上下移動而不影響張角，用以保證在開口改變的過程中，其張角不會受到影響。
2. 在材質改變的部分，為避免材質本身厚度對於排放面積及數量的影響，在黏貼角度板時，其夾邊與材質最外緣部分上下對齊，而固定的開口大小也依最外緣部分量測之。

3. 由於玻璃板寬度的限制，在【開口改變】的(8x)部分若取 100cm 為堆疊長度，玻璃板的寬度將不足排放，因此我們改取統一的 80cm 為開口部分的堆疊長度。另



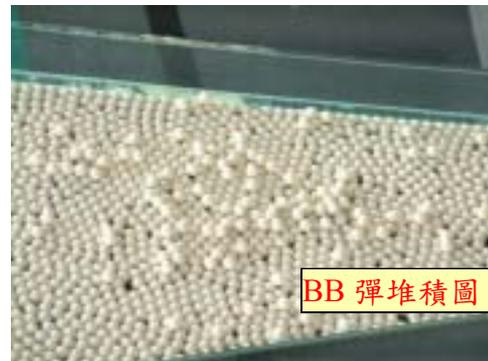
外，取 $4n$ 為最小開口的理由是讓 BB 彈能夠順暢地流過。太小的開口會讓 BB 彈在開口的地方產生「卡住」的現象，而使整個過程無法順利地進行。

4. 在【張角改變】的部分，我們之所以沒有取 0° 的角度是因在 0°



時，BB 彈的滾落和介面之間幾乎沒有互相的作用力產生，故無從以邊界的影響加以討論之。

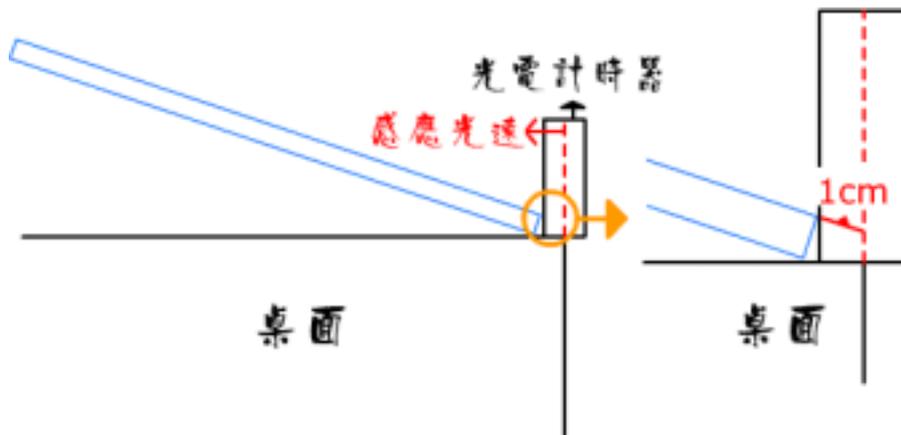
5. 【仰角改變】的部分，由於隨著仰角增大，垂直方向的重力分力逐增，使得 BB 彈之間容易產生上下堆積的現象，也易導致流速的測量數值不準確，因此我們改取



不易產生堆積且 BB 彈數目足夠的 40cm 為仰角部分的堆疊長度。

討論十：測量阻力大小時人為操作之改進

1. 由於 BB 彈的數量少，且流完所需的時間也甚少，故我們在這裡使用光電計時器來避免人為計時的誤差過大。
2. 同上原因，考慮到其 BB 彈排放時狀況對其流動時的影響，我們排放 BB 彈時盡量以「最密堆積」為主，以避免 BB 彈之間互相作用力的不均勻。
3. 之所以將玻璃板往桌緣內側平推 1cm 是為了有足夠的空間讓 II 檢測端能感應到 BB 彈的通過，如此在路徑的最後 1cm 處即沒有玻璃底板和側邊玻璃條的作用存在（見下圖）。我們將此 1cm 的路程對 BB 彈流動的速度及流完的時間之影響略去不計，也就是把各 BB 彈當作起點於開口處的「自由平拋體」。而因為其所經的路程甚短（1cm），故我們可以將其運動方向視為一切線，此切線平行於底座的玻璃板。



4. I 檢測端的高度必須恰於木條的高度之上些許，若太低則未啟動即為木條所阻，若太高則可能因上下距離太大而發生 BB 彈已開始流下，而木條尚未啟動 I 檢測端的情形。
5. 木條的升起必須迅速且垂直向上，避免水平移動而造成 BB 彈流動時的干擾（如向上推擠會使 BB 彈先稍微受力而往上，其後才流向下。路徑變長，相對地時間也會拉長）。
6. 【多體】實驗步驟 5. 中，量取 BB 彈排放最後端的落點在於：「完整排放」的最末一排最上端。然後在【單體】中 BB 彈的最上端即對準此落點，以保證同組中單體、多體所流經路程相同。

討論十一：摩擦係數測定以及影像擷取時之要點

1. 我們在流體實驗中所討論的是「連滾帶滑的摩擦」，但在這裡因為技術上的問題，我們測量的係數只能為「滑動摩擦」。與實際上實驗所得的現象可能有些不同。因此這裡的摩擦係數，我們並沒有實際測量出其精確的數值，只取其間的數值大小關係來作為實驗的參考。
2. 砂紙因為摩擦係數太大，我們所使用的器材在測量最大靜摩擦係

數時，角度會過大而使待測物滾落下來。因此我們並沒有得到砂紙的摩擦係數（我們將砂紙的摩擦係數設為最大）。

3. 我們觀察到 BB 彈在流動時，通常是在流了 25cm 以上才較有明顯的彎月形產生，故我們在流體在位於路程 $1/2S$ 的路程點時擷取影像，以得到圖形明顯並且能加以分析的彎月形。
4. 數位相機放置的角度要與玻璃斜面傾斜的角度平行（因為注意到視差的問題，可能會在立體轉換為平面圖像時造成人為的誤差）。
5. 取定格靜態畫面的範圍為：彎月形最低點在 $1/2S \pm 2\text{cm}$ 的範圍內（膠帶標示）。在此範圍內的影像，我們可擷取並以座標分析之。

七、總結

【開口】

開口增大而其流量加快，但 BB 彈流量並未隨著開口比例的增大而等比例上升，推測可能為其粒子與類水流體之間根本的不同所致。

【張角】

由於張角的主要趨勢走向為：隨著張角的增大，流量隨之變小。我們可以知道——下滑力的確有受到側邊的影響。隨著張角的增大，作負功的側邊正向力也逐漸增大，合力的結果使得 BB 彈的流量減小。

【長度】

長度改變的影響幾乎不對其速度造成影響。在 BB 彈堆積越多的時候，雖然正向的壓力增加，但也使得互相之間交互的作用力也隨之增加。種種的因素抵銷之後，終究對 BB 彈的速度不造成太大的影響。但仍有微幅上升

【仰角】

仰角越大，其 BB 彈越趨近於自由落體時無交互作用力的狀況，邊界對於所造成的影響也相對縮小許多。解釋了其 BB 彈流量變化隨仰角上升而增加的趨勢。

【阻力加速度】

「開口小」和「數量多」都是造成阻力加速度上升的因素。在開口小的狀況下，BB 彈的多寡不會對其造成太大影響；BB 彈數量甚多

的時候，開口的大小對其影響的程度也不大，兩者關係並不能累加。

阻力加速度主要的影響因素還是在於 BB 彈的數量，跟張角的變化不具有太大的關係。

【實驗併合】

開口和長度所增加的 BB 彈量，主要都平均分佈於整個 BB 彈堆積的上方，因而前面所說到的：增加的壓力得以造成正面影響；而在張角方面，其所增加的 BB 彈量都不均勻地分佈在玻璃條的內側，其所增加的壓力，極容易為側邊的正向力所抵銷。實驗與理論推想值的正、負偏差，幾乎都在於「多出的 BB 彈量」所造成的壓力（正面）、阻力（負面）效益上。

【材質】

非剛體對 BB 彈流動的影響，並不只是表面摩擦係數的因素，還必須包括其受到彈性形變的壓縮以及恢復力。這樣的作用力過於複雜且不可測，故非剛體的部分時常發生難以預測的情形。

【彎月面與斜率】

彎月面的產生是由於中央部分的流速大於兩旁的流速所產生，且兩者的差距越大，彎月形的兩側斜率也越大。其彎月面斜率隨開口增加而變大；張角增加時，剛體的彎月面斜率變大，非剛體則變小。

【整體觀念】

我們體認到：BB 彈與真實流體確切的不同在於：粒子之間作用力影響的程度。故在討論此類非真實流體時，必須把 BB 彈之間的作

用力也考慮進去，而不能單純以普通流體視之。

八、參考資料

- ◇ Kiwing To, Pik-Yin Lai, and H.K. Pak (2001 Jan.)
<*Jamming of Granular Flow in a Two-Dimensional Hopper*>
- ◇ Richard H.F. Pao (1984 Nov.) 林崇民 李文彬 譯
<流體動力學> 曉園出版社

九、附錄

在分析數據過程當中，我們曾嘗試以幾個操縱變因的變化（如粒子數、張角、單體加速度……）來推導阻力加速度與其間的關係。我們隨手將 Excel 裡的數種函數代入數值運算，以及加入操縱變因中的隨機變數，試圖讓我們的討論能有更多的發展空間。在這個嘗試的過程中，我們竟發現其中具有著函數關係的存在。進一步加入一些修正的常數以及調整比例關係後，我們得出下列的式子：

$$\begin{aligned} \text{阻力加速度 } a'' &= \text{單體加速度 } a - \text{多體加速度 } a' \quad (\text{單位 : } \text{cm/s}^2) \\ &= 59 - \frac{2 \times S_{\text{全}}}{t^2} \\ &= 59 - \frac{2 \times S_{\text{全}}}{\left[(0.0875 \times \text{acosh}^2 \theta) + \left(\frac{\text{粒子數}}{200} \times 1.89 \times \frac{\text{開口公分}}{2.4} \times k \right) \right]^2} \end{aligned}$$

註 1：阻力加速度其 $a''=a-a'$ 的定義在先前已經提過。

註 2：單體加速度在先前的測量為定值，大約為 59cm/s^2 。

註 3：多體加速度為時間值得到之後，帶入運動學公式得到。

註 4： $\text{acosh} \theta$ 為反雙曲線餘弦函數。

註 5：粒子數除 200 是因為我們討論時以 200 顆為基準。

註 6： k 值為預留的開口改變影響變數。我們預設在 2.4cm 時 $k=1$ （見說明）。

推出這個關係式後，我們考慮到因為我們所取的數量值在 200 顆-600 顆間，為了解其準確度，我們試以 500 顆試驗內插準確度、1000 顆試驗外插準確度，結果得到以下實驗結果：

註：在這裡，我們之所以用「秒數」來驗證，是因為「單體加速度=59」已確定，而 $S_{\text{全}}$ 是經由實際測量而代入公式，其值一定。故我們只需比較「秒數」方面的準確度，即可得知公式的預測精準度。

【公式驗證實驗】		多體（固定開口 4n 仰角 1x）							
張角 10°	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均秒數	公式秒數		
500 顆	5.487	5.537	5.593	5.549	5.537	5.541	5.509		
1000 顆	10.301	10.277	10.201	10.337	10.289	10.281	10.234		
張角 15°	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均秒數	公式秒數		
500 顆	5.788	5.803	5.686	5.722	5.766	5.753	5.737		
1000 顆	10.359	10.357	10.499	10.339	10.428	10.396	10.462		
張角 20°	1st	2nd	3rd	4st	5st	平均秒數	公式秒數		
500 顆	5.932	5.839	5.898	5.908	5.915	5.898	5.915		
1000 顆	10.705	10.686	10.574	10.544	10.624	10.627	10.640		

實驗的結果，我們發現公式秒數和實驗秒數差距幾乎都不超過±0.1 秒，經過在計算後，發現這個差值大概會對阻力加速度產生±0.5cm/s² 的偏差，但比較起其整體的變化量，此值可算甚小。

我們對此結果雖感振奮，但我們考慮到：或許礙於時間的限制，使得我們取得佐證數據的廣度尚稱不足，只能就一個內插值及一個外插值輔證之。另外，公式的解釋部分也有待闡釋，例如其函數是否有幾何或物理上的意義？

再者，我們所解釋的部分主要在於張角部分，開口部分因為尚未了解清楚，故再以一變數 k 當作其他開口時改變的變數。由於我們在角度推導時是以 2.4cm 為基準，故當開口為 2.4cm 時設 k=1，開口暫不影響其值。

由於我們尚不能以有限的理論基礎解釋其公式，故我們也不能武斷地稱其適用於所有的狀況，故我們將此推論放在「附錄」中而未採用為正文。我們也希望若有機會，能朝著這個未定的推論，繼續深入探討（例如：對開口 k 變數的適用、函數的意義、佐證數據的擴展），希望能更進一步找出其量化的關係，加以確切地討論及分析。