

中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

高中-物理科

科 別：物 理 科

組 別：高 中 組

作品名稱：水柱會打結

關 鍵 詞：表面張力、白努力原理

編 號：040105

學校名稱：

國立高雄師範大學附屬高級中學

作者姓名：

黃聖雯、徐悅倫、林瑞婷、李峻豪

指導老師：

魯台營



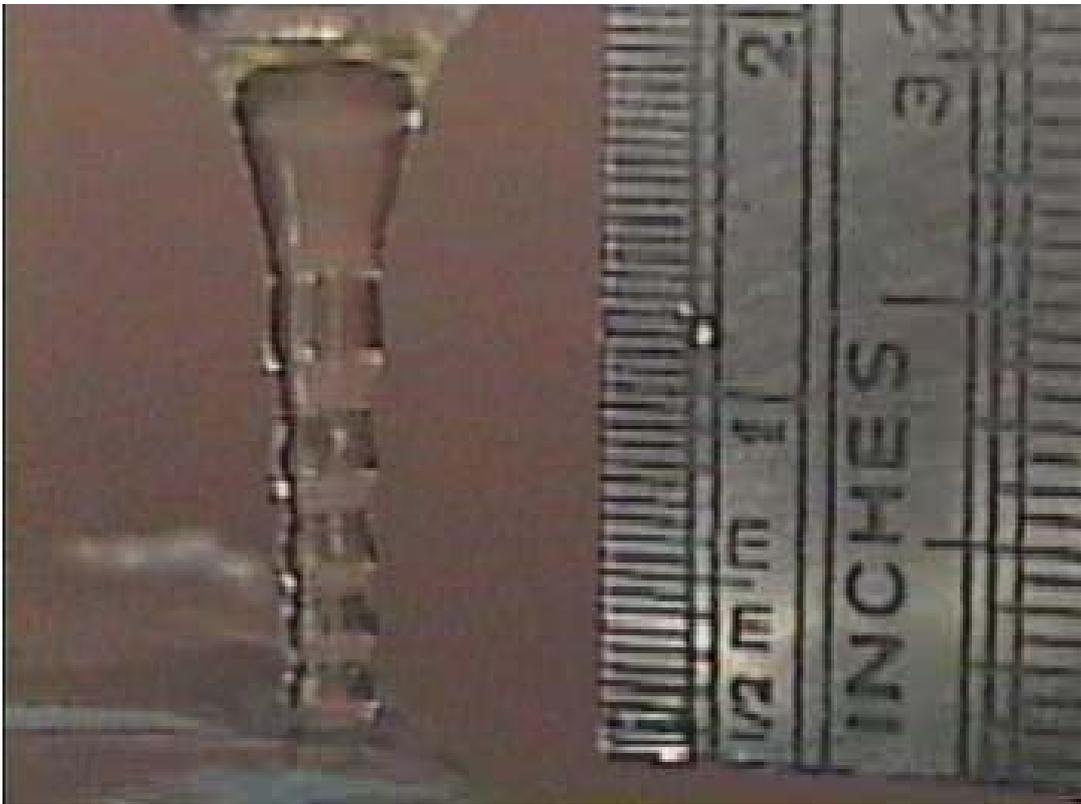
摘要：

在池塘邊的水中，時常掀起一陣陣的漣漪；而我們在洗碗時，水柱撞擊碗盤上，水柱上竟也起了層層的波紋，它們一樣的嗎？我們利用 V8 結合影像擷取卡，代替相機取得數據，以 Excel 製圖協助數據分析，探討水柱節產生的條件、形狀及對其影響之變因。

當光滑的水柱以慢的速度撞擊任何接觸面時，水柱就會產生節，節愈接近下方者，愈接近球形或橢球形，上方者並不是上下對稱的。

節產生的起源可能是駐波嗎？假如是駐波，除了節點外所有的介質都會振動，在水柱形成的節上面根本看不出振動的現象。應是來自於水柱下方與物體碰撞而引起的，沒有碰撞，水柱上就沒有節。碰撞會引起水流動速率減緩，同量的水一樣要流下，只得往外擴散，使水柱變粗，而水速減緩，水往下的流速減緩，水柱側方的壓力會增加(白努力定律)，增加到水柱形成突出的表面，表面的表面張力與增加的水壓恰達成平衡，而引起此週而復始的現象。

本實驗涉及高二物理的流體力學(表面張力、白努力定律)、功與能，在少數書籍也有說明節產生的原因，但全認定為駐波，此說法實有爭議！



名稱：水柱會打結

一、研究動機：

在池塘邊的水中,時常掀起一陣陣的漣漪;而我們在洗碗時,水柱撞擊碗盤上,水柱上竟也起了層層的波紋,它們一樣嗎?怎麼產生的呢?剛好在課本也學到了表面張力、功與能、白努力原理,兩者相關嗎?於是利用電腦課學的一些方法,加以觀察、測量,這是極省時省力的途徑。

二、研究目的：

- (一)水柱產生節的條件是什麼?
- (二)觀察節的形狀
- (三)有哪些變因會影響節的形狀
- (四)探討節產生節的原因

三、研究設備儀器器材：



實驗裝置說明：

- A：出口連以橡皮管，尾端連以玻璃管（B）
- B：玻璃管 1 6 號，口徑大小不同
- C：玻璃片，用來阻擋水柱以產生節
- D：鐵架，用以固定玻璃管以及尺
- E：水龍頭，控制水流量的大小
- F：擋光板，使水柱更易於觀察
- G：攝影機，記錄所有實驗過程，轉錄成 VCD，之後利用 POWER DVD 軟體，抓出各個實驗（水柱在各種變因下）的情形所需的圖片，以便於分析。

四、研究過程或方式

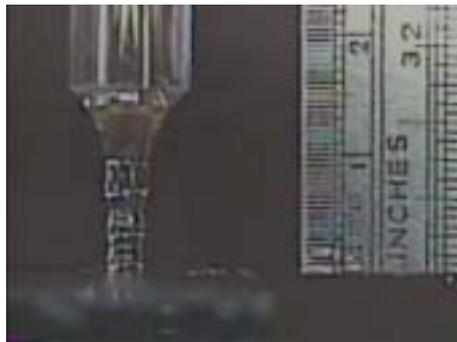
【實驗一】 水柱產生節的條件是什麼？

步驟：

1. 改變水龍頭水流量由大而小，觀察水柱打在玻璃板上時，是否會產生節。
2. 改變出水口口徑的大小，觀察水柱打在玻璃板上時，是否會產生節。
3. 在離出水口不同的距離處，觀察水柱打在玻璃板上時，是否會產生節。
4. 水柱打在不同的物體上，都會產生節嗎？
5. 以 V8 攝影，以影像擷取技術，取得單一畫面分析。

結果：

1. 當水從出口流出時，水柱表面光滑，但往下方流動一段距離後，表面的光滑即受到破壞，最後水柱分散成滴狀落下。
2. 當水從管口流出的速度愈快，表面光滑水柱的長度愈短。
3. 玻璃板或其他物體在光滑的水柱處與水柱碰撞，不論管口口徑、水流量、碰撞物體的不同，即會產生節。但撞出的節會因此而有不同。
4. 如下圖例：



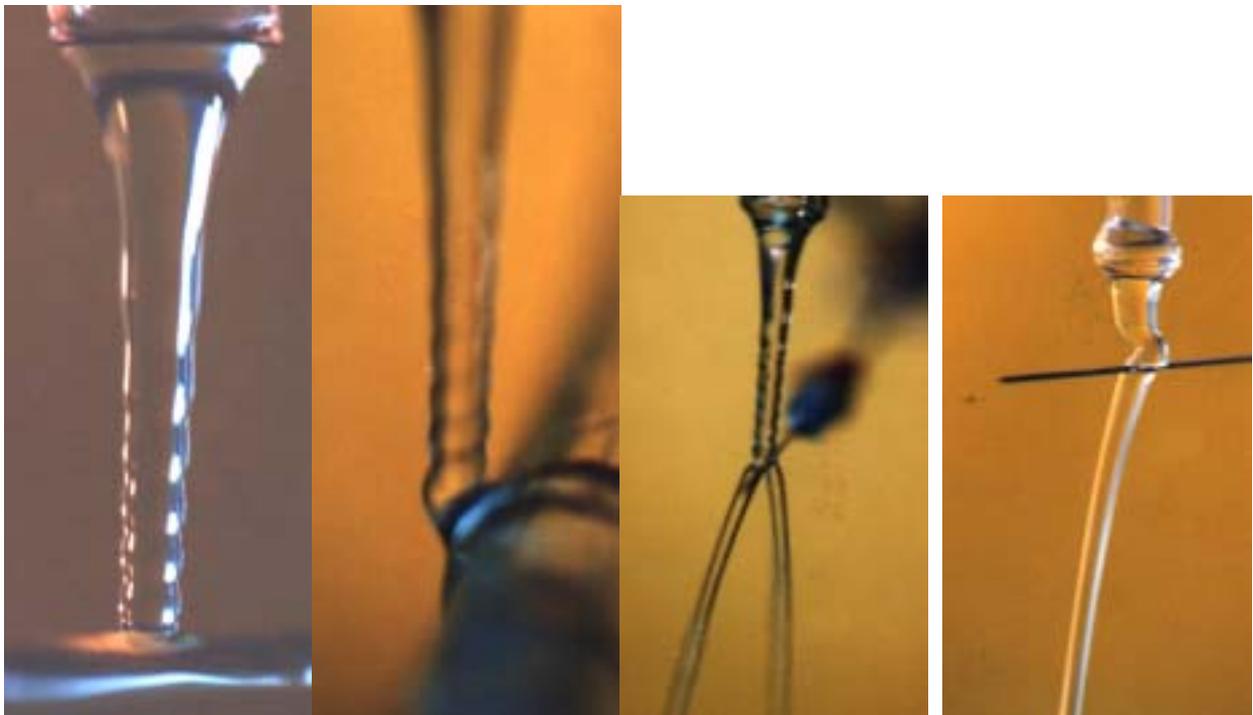
【實驗二】：觀察水柱節的形狀

步驟：

1. 光滑水柱以不同的角度打在玻璃板上。
2. 光滑水柱打在玻璃棒的不同的位置(正中央或邊緣)。
3. 光滑水柱打在注射尖針的不同的位置(正中央或邊緣)。

結果：

1. 水柱正向打在玻璃板，產生的節，形狀是對稱的且呈水平，斜向打在玻璃板的節呈傾斜。幾乎與玻璃面平行。如圖(a)所示。
2. 水柱正向打在玻璃棒時，節成水平，斜向打在玻璃棒時，且水柱偏向玻璃棒節的方向傾斜，但與接觸面平行，如圖(b)所示。
3. 水柱正向打在細針，斜向打在細針的節形狀。如圖(c、d)所示。



圖(a)水柱正向碰撞 圖(b)水柱斜向碰撞 圖(c)水柱正向碰針尖 圖(d)水柱斜向碰針尖

【實驗三】水柱長度如何影響水柱的節的形成

同一水柱，在不同的位置以載玻片攔截水柱，觀察形成的節有何不同

步驟：

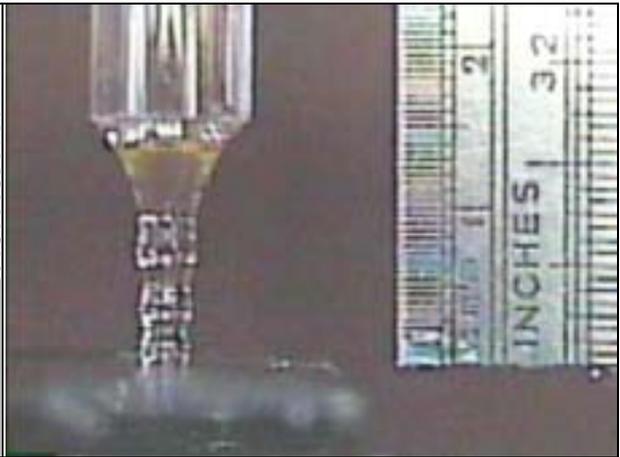
1. 使用同一個玻璃管，測量水流出速率。
2. 固定水流量，每秒 $5/3$ 立方公分。
3. 改變撞擊面離管口的距離(1、1.5、2、2.5、3公分)。
4. 以 V8 攝影，擷取單一畫面，加以分析。

數據與分析：

照片：



距撞擊面 1cm



距撞擊面 1.5cm



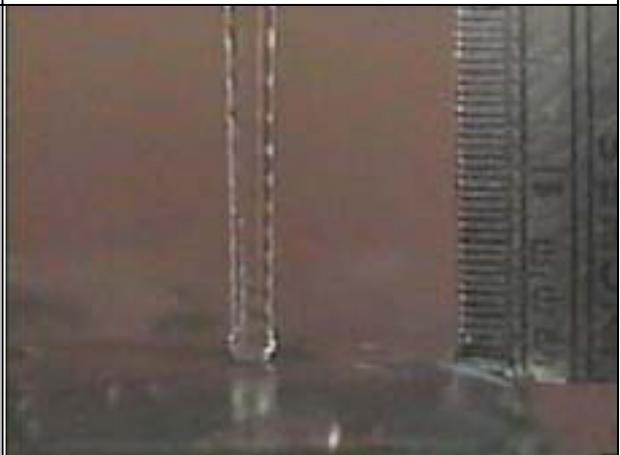
距撞擊面 2cm



距撞擊面 2.5cm



距撞擊面 2.5cm



距撞擊面 3cm

數據：

口徑 (公分)	一號管	二號管	三號管	四號管
	0.8	0.6	0.55	0.45

位置 (cm)	1號管 (節數)	2號管 (節數)	3號管 (節數)	4號管 (節數)
1	1	1	1	1
1.5	3	3	3	3
2	5	6	5	5
2.5	10	10	8	8
3	16	15	13	10

結果：

1. 當管口口徑固定時，離撞擊面越遠，水柱越長，平均每一節的長度越短。(節越密集)
2. 撞擊面離管口越近，節間隔越長。
3. 當撞擊面離管口超過三公分时，節間十分小，節數模糊難數。

討論：

$$1. \text{水流量} = \frac{A \cdot \Delta s}{\Delta t} = A \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = A \cdot v$$

A 為水柱截面積，v 為水流動速率，水流量單位為 cm^3/s 。

同一水柱，水流量應該一樣，亦即 A 與 v 乘積為一個定值， $A_1 v_1 = A_2 v_2$ 。

2. 由上式知道，水柱愈長，截面積愈小，水的流速愈快，節的分布愈密集，節密集的因素是截面積因素造成的？還是水的流動速度造成的。
3. 因此在設計下一個實驗，探討水柱截面積是否會影響水柱的節的分布。

【實驗四】水柱截面積如何影響水柱的節的形成

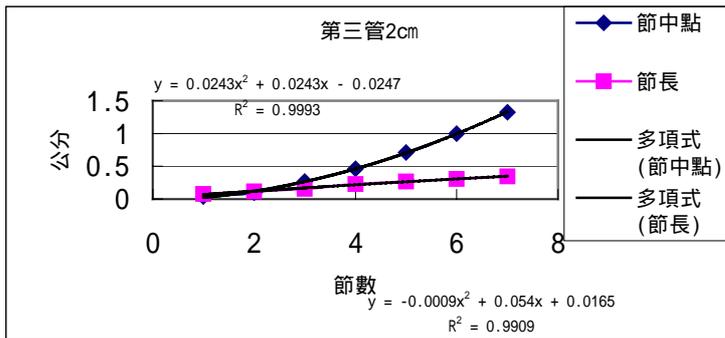
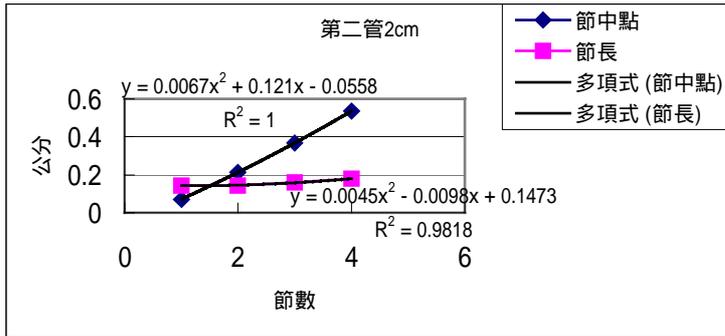
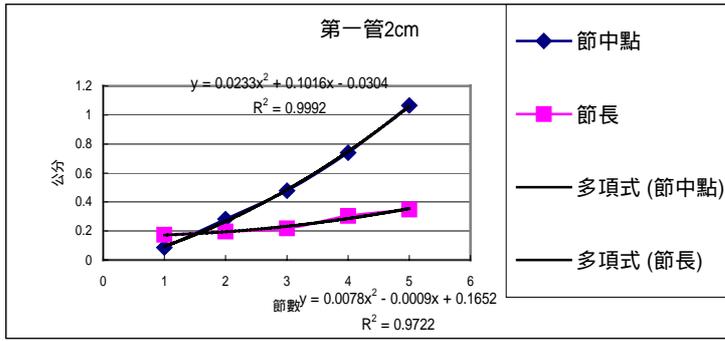
水管口徑不同，但流出管口速度相同，水柱長度相同，觀察水管口徑對節的影響

步驟：

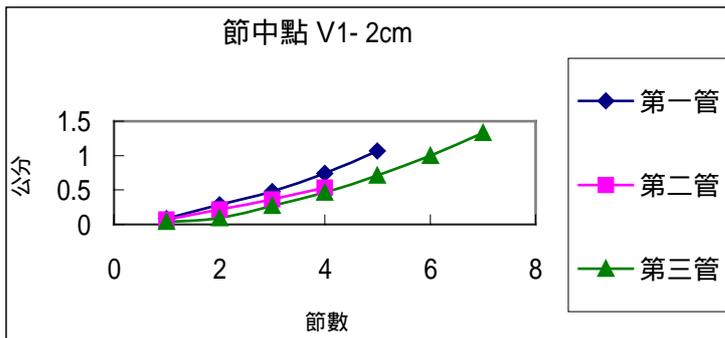
1. 選定三管口徑大小不同的玻璃管，編號 1 3。
2. 固定流出管口的速度。
3. 固定撞擊面離管口的距離為 2cm、2.5cm。
4. 以 V8 攝影，擷取單一畫面，加以分析。

數據及分析：

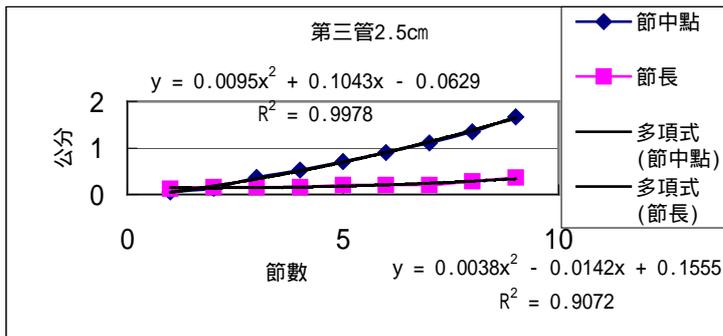
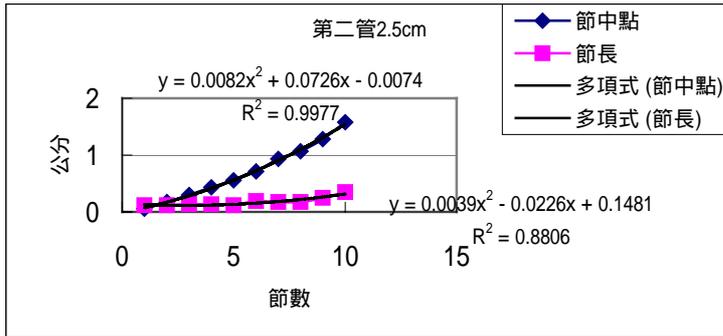
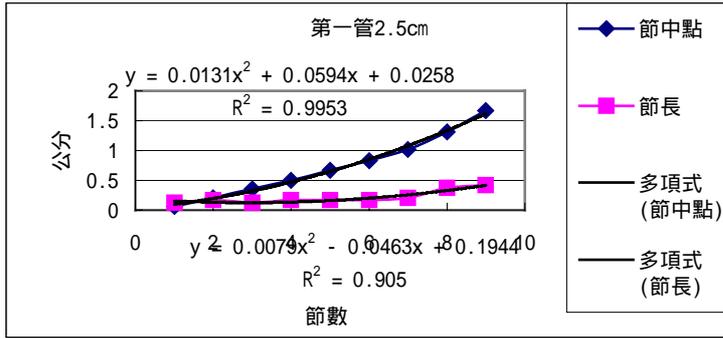
1. 三管取 2cm 水柱長，相同流出速度，水柱產生的節的位置分布。



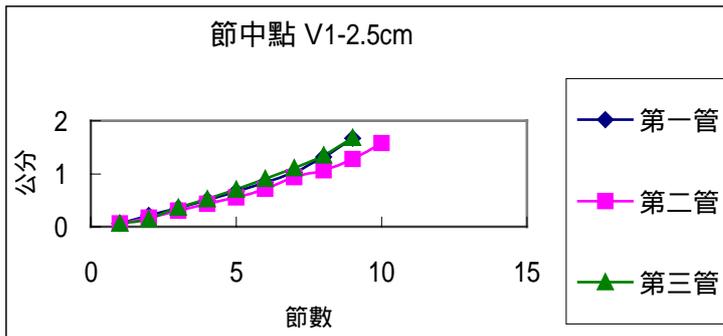
2. 三管取 2cm 水柱長，相同流出速度，水柱產生的節的位置比較。



3. 三管取 2.5cm 水柱長，相同流出速度，水柱產生的節的位置分布。



4. 三管取 2.5cm 水柱長，相同流出速度，水柱產生的節的位置比較。



結果：

1. 由上述實驗數據可知，水柱取 2cm 長、2.5cm 長，節中心點位置與節的關係圖幾乎重合，代表節的分布與水管徑無關。
2. 影響水柱節位置的分布只與水柱流動速率有關，但原因是什麼呢？再設計實驗更仔細的觀察水柱的節表面狀，分析之。

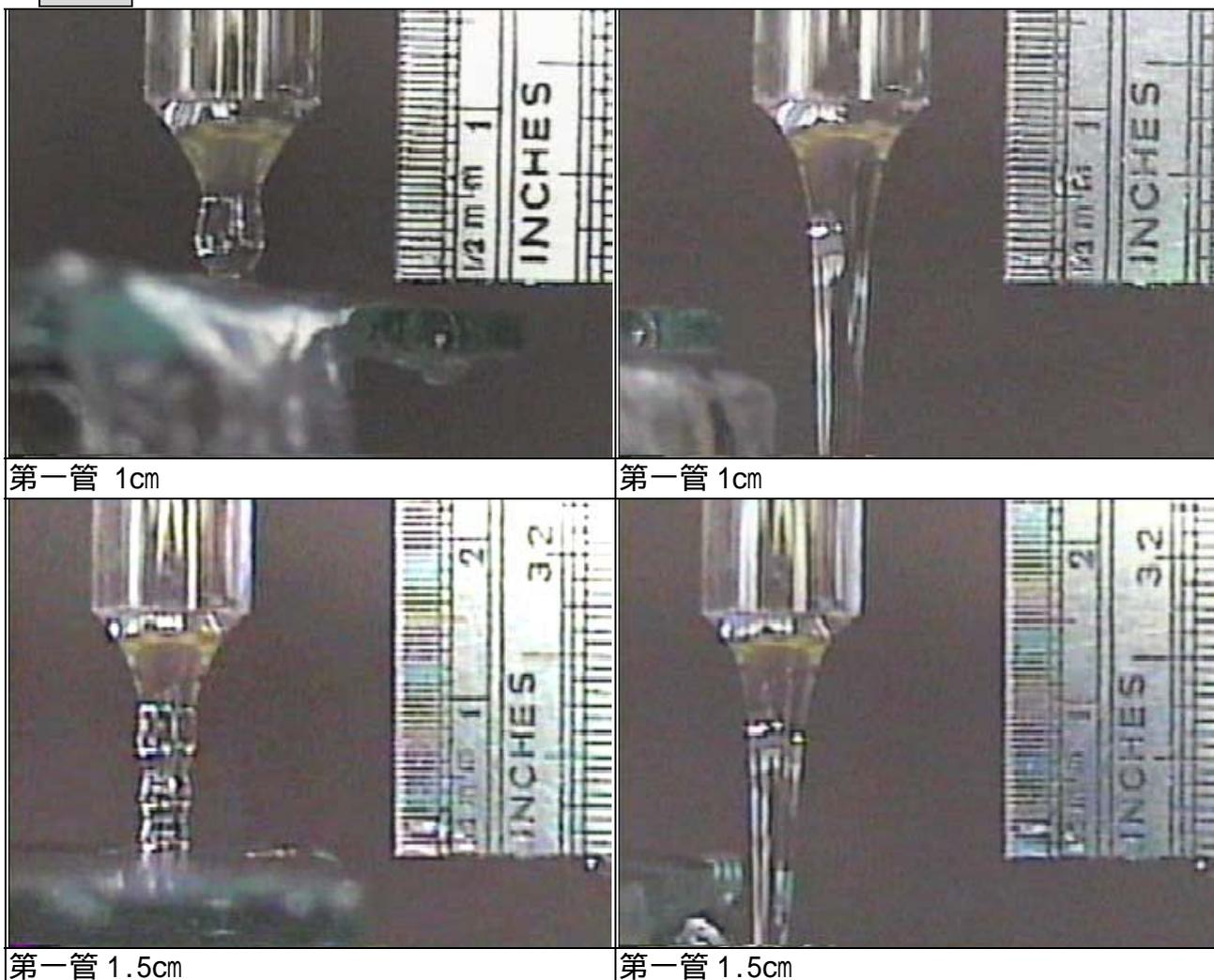
【實驗五】產生的節是因為水柱撞擊而往內凹陷？或因撞擊而往外鼓脹？

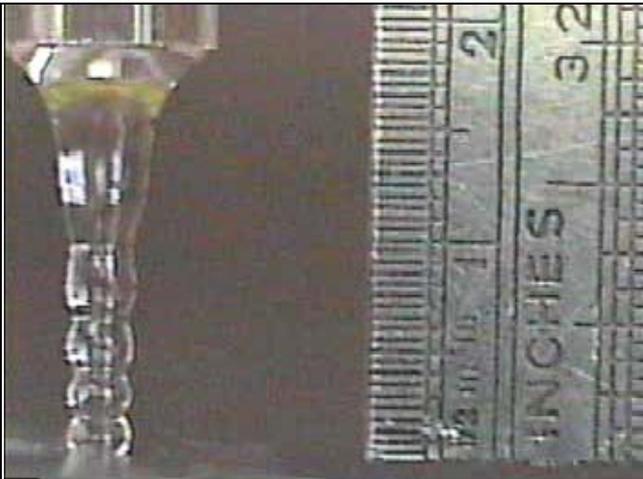
步驟：

1. 先針對同一口徑的出水管口，使出口流速不變。
2. 固定水流量為每秒 $5/3$ 立方公分
3. 先固定某一距離，使水柱撞擊玻面產生節，記錄水柱形狀。
4. 維持 10 秒後，抽離玻片，使水柱自然流下，記錄水柱形狀。
5. 比較兩水柱差異。
6. 改變管口與撞擊面的距離，再重複步驟 3.4.5.。
7. 再選取其他口徑的出水管口，重複步驟 1.2.3.4.5.6.。
8. 由 V8 拍攝水柱表面的變化，篩選出影像較清晰的圖片，比較因撞擊使水柱表面產生變化。

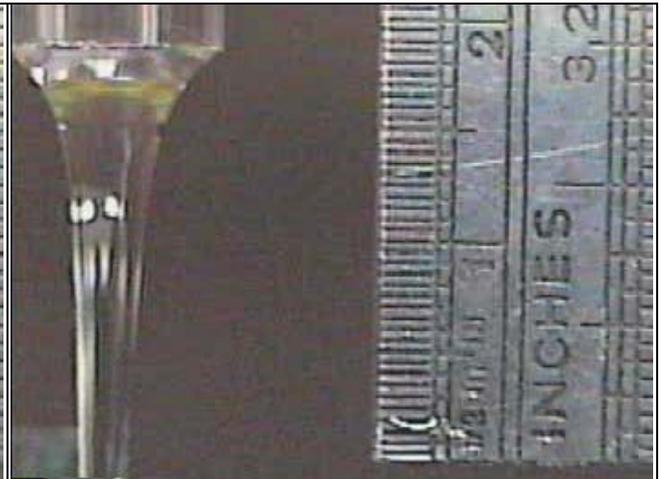
數據：

照片：

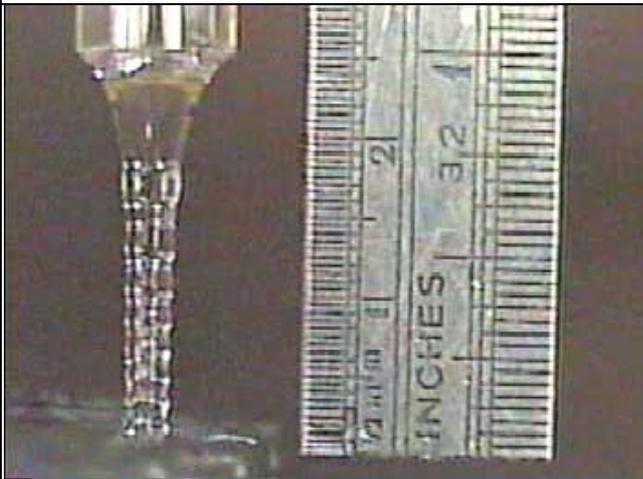




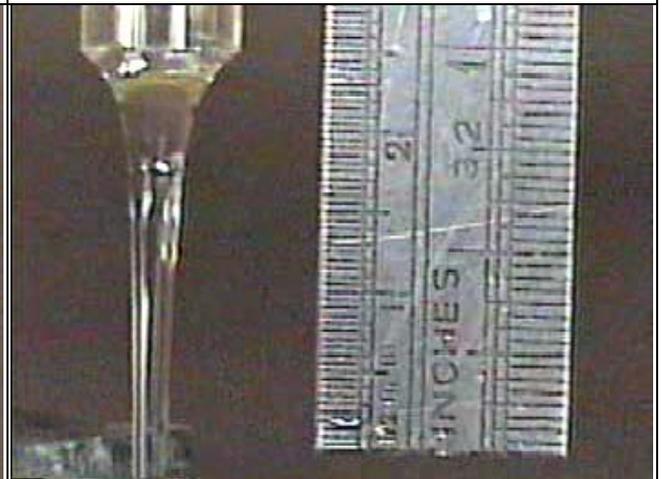
第一管 2cm



第一管 2cm



第一管 2.5cm



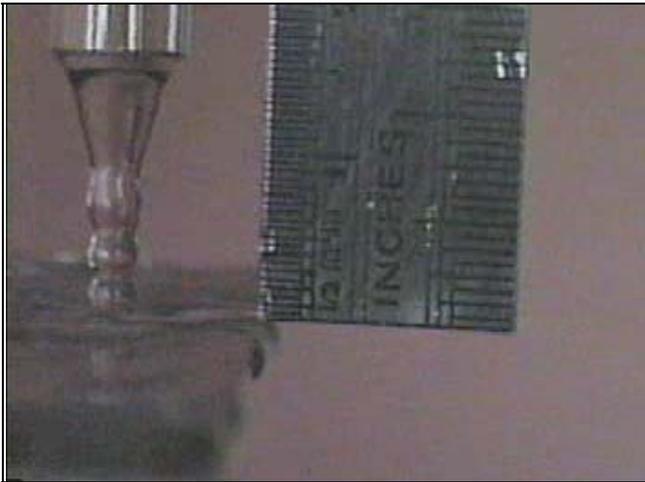
第一管 2.5cm



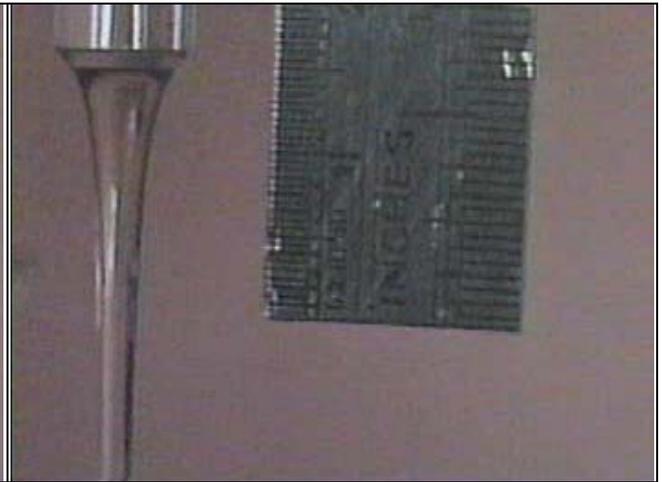
第二管 1cm



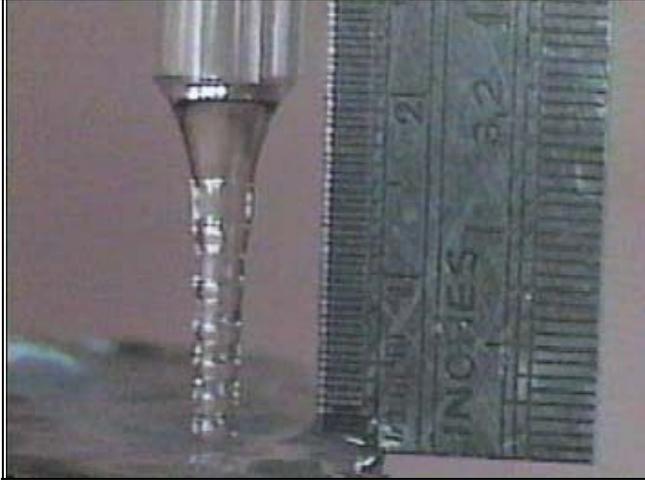
第二管 1cm



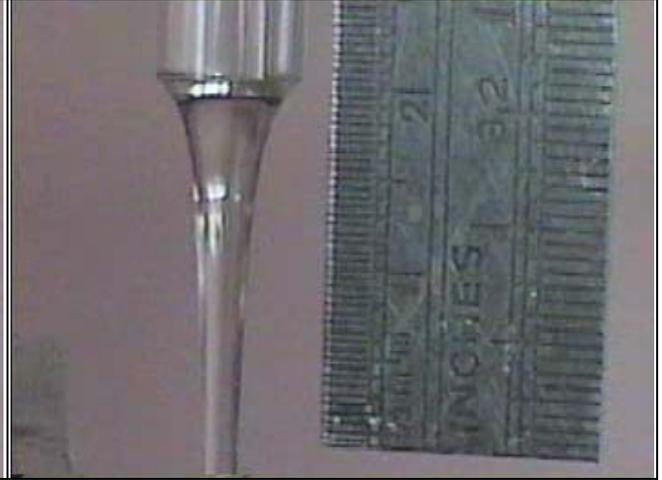
第二管 1.5cm



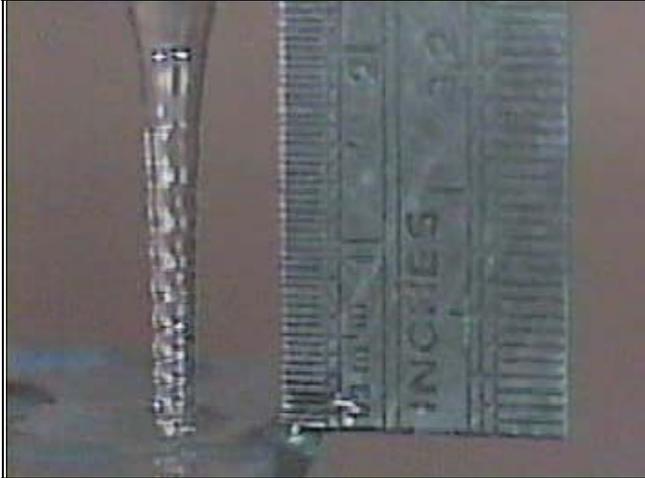
第二管 1.5cm



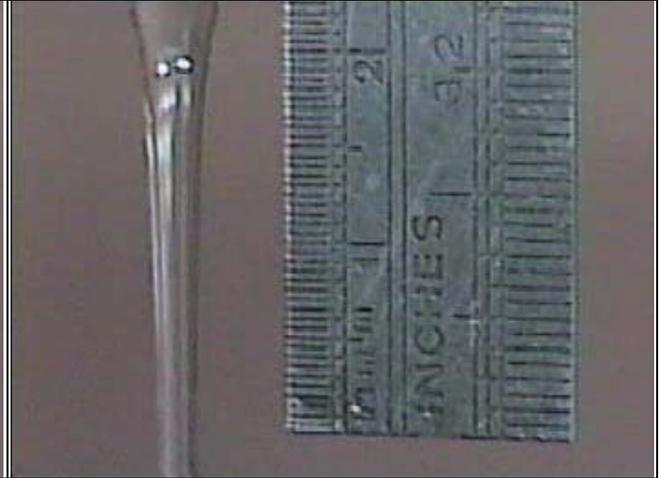
第二管 2cm



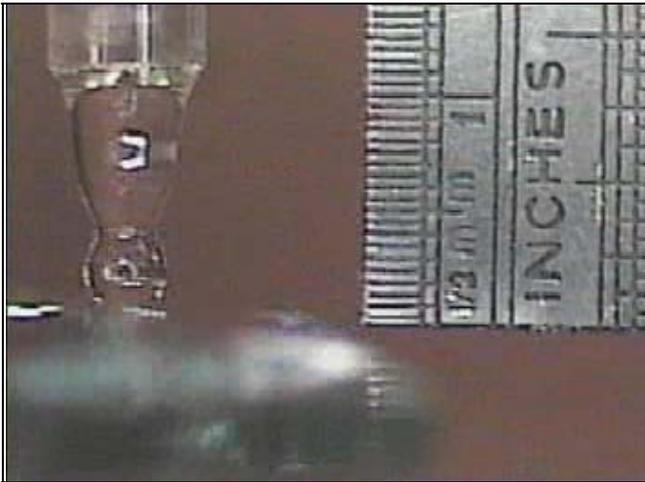
第二管 2cm



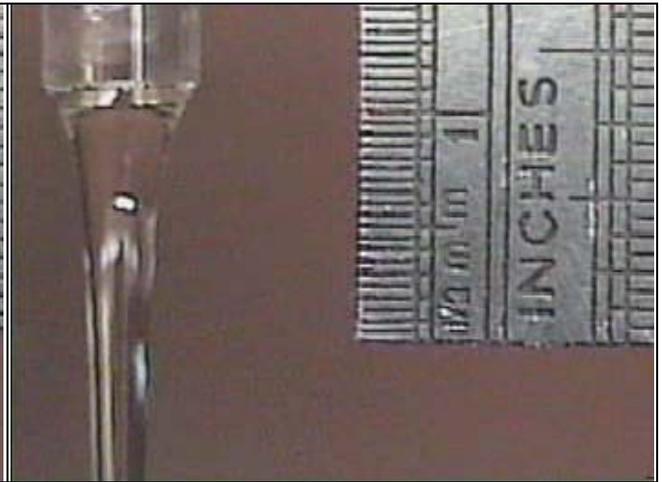
第二管 2.5cm



第二管 2.5cm



第三管 1cm



第三管 1cm



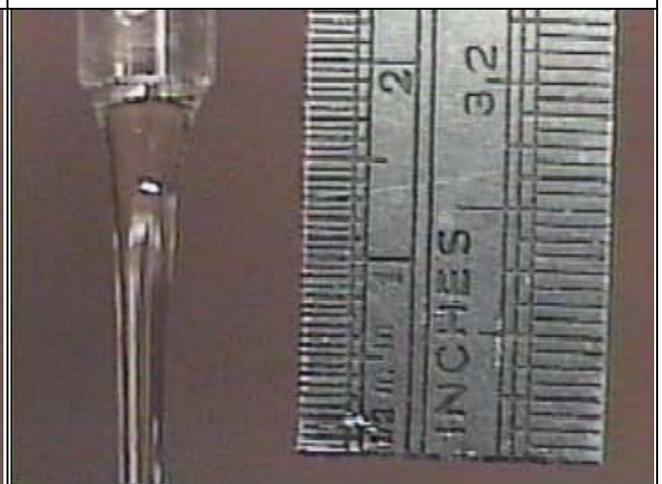
第三管 1.5cm



第三管 1.5cm



第三管 2cm



第三管 2cm

結果：

經由圖片比較後，證實產生水柱的節比原水柱胖，節的外緣都在原平滑水柱的外側。因此節的產生是因為水柱與玻璃撞擊往外鼓脹而產生。

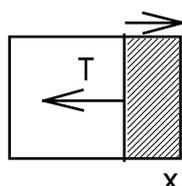
結論：

1. 當距離撞擊面 1cm 時，產生一節水柱，此時與原本平滑水柱比較凸出的部份較多，但

當距離撞擊面越遠時，凸出的部份越少，尤其是在 3cm 時，雖然有節產生但外型幾乎與平滑水柱相同。

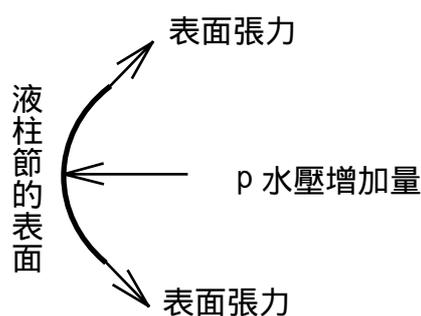
2. 每一節水柱鼓脹，表面積變大，表面張力會對水著作負功，使水柱力學能減少，若表面張力維持一定，則總功為表面張力與表面積增加量的乘積。

$$\Delta W = (T \times \Delta Y) \times \Delta X = T \cdot \Delta A$$



T : 表面張力
y : 液面邊緣寬
x : 液面擴張位移

3. 當水柱碰撞玻璃板時，水流受阻礙，碰撞點上方水柱下不來，往外擠壓，口徑變大，依水流的連續定律，口徑變大，流率減少。
4. 依白努力原理可知鉛直流速減少，向側方的壓力會增加，使液面彎曲產生平衡。因此，節的形狀產生。



【實驗六】有節水柱和節的形狀

步驟：

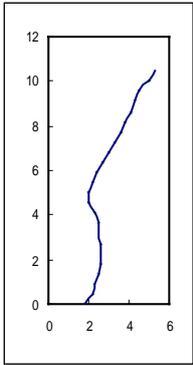
1. 光滑水柱打在玻璃板上
2. 由 V8 攝影取得的影像(轉成圖片)
3. 篩選出清晰的圖片，利用 PHOTO IMPACT 軟體，讀取水柱節的邊緣像素位置。
4. 形成節的水柱上密集取點數據，標出座標，尋找邊緣曲線的形狀
5. 比較各節的形狀差異。

數據：

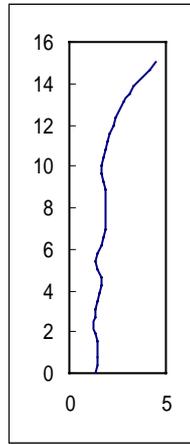
1. 第 3 管水柱，水柱長度 1、1.5、2、2.5cm，有節水柱邊緣的形狀。

X 軸：公釐

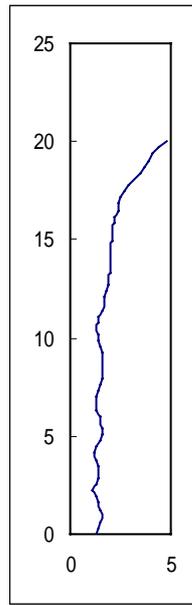
Y 軸：公釐



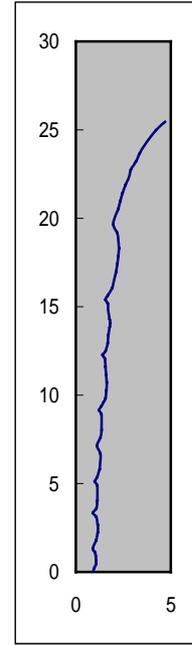
第三管 1cm



第三管 1.5cm

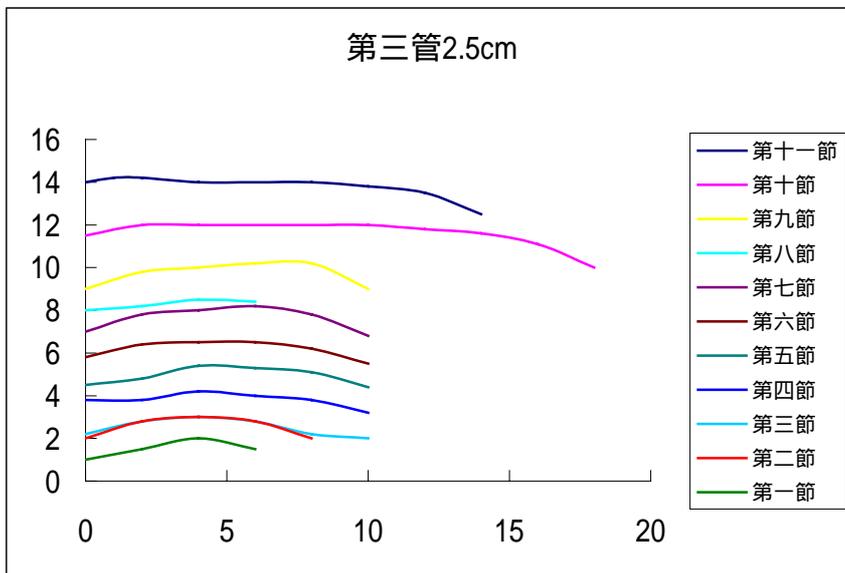


第三管 2cm



第三管 2.5cm

2. 水柱長 2.5cm 之各節間的比較



分析：

1. 愈靠下方的節長度愈短，但彎曲程度較大，曲率半徑較小。
2. 愈靠上方的節長度愈長，但彎曲程度較小，曲率半徑較大。
3. 中間第 3、4、5、6 節的形狀非常類似，長度也相同。但都比上方的節長度小。

討論：

1. 節的形狀也是形成平衡後的結果，彎曲的較大，節間往外膨脹的力量一定比較大，膨脹的力量是什麼？假如是因流速減緩，壓力增大(白努力原理)，則需表面張力更大程度的抵抗，表面彎曲的越大，表面張力必然愈大，這點是合理的。
2. 水柱產生節的原因，是因為和玻璃板碰撞產生的，假如沒有碰撞，水柱原應光滑而逐漸變細的，節的產生主要來自碰撞，其變化又和水柱的流動速度有關，水往下流碰撞了玻璃板，玻璃板相對靜止的水面滑動，應該有相同的效果？再以實驗驗證之。

【實驗七】節的長度與位置

甲、量取節中點位置，與節數比較

步驟：

1. 各管水柱長 1, 1.5, 2, 2.5cm，撞擊玻璃，記錄各節長度。
2. 水柱以與玻璃板撞擊面作為零點。
3. 標出各節的上、下限，取出中點，代表每節的位置。
4. 記錄各節位置。找出之間有無相關性。

乙、量取每一節的長度，與節數比較。

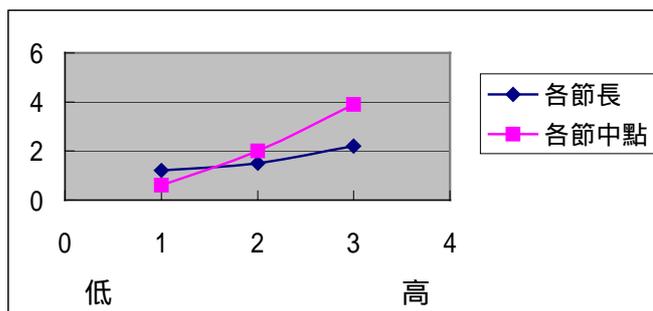
步驟：

1. 分析 3 號管於離撞擊面 1, 1.5, 2, 2.5cm 時，各節長度與高度關係
2. 量出各節上、下限，取得各節長度
3. 將各長度以 EXCAEL 作成關係圖
4. 找出之間是否有相關性

數據：

節間與節中點

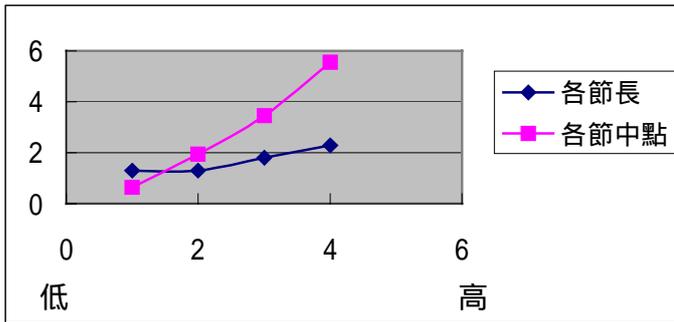
1. 第一管水柱長 1.5cm



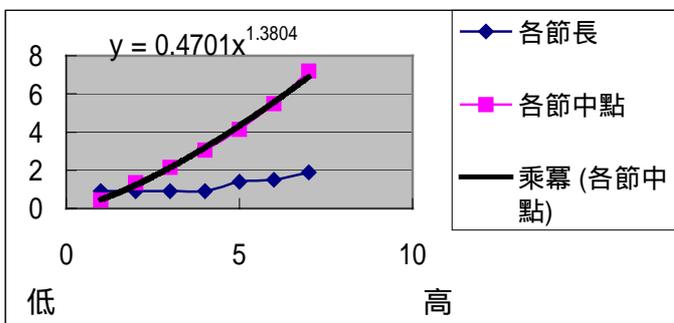
X 軸：節數

Y 軸：取得影像下直接測得的節長與位置（未恢復成比例）

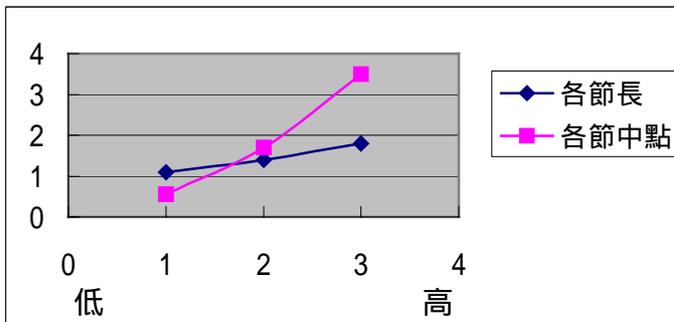
第一管水柱長 2cm



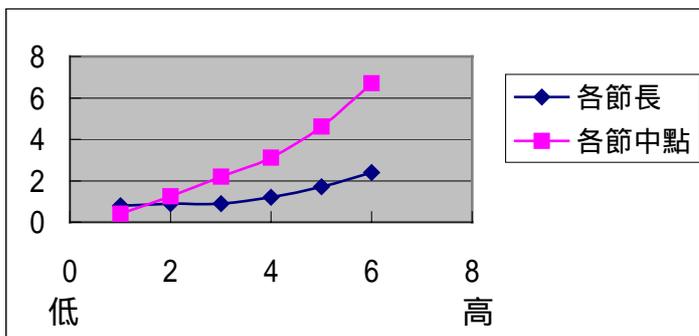
第一管水柱長 2.5cm



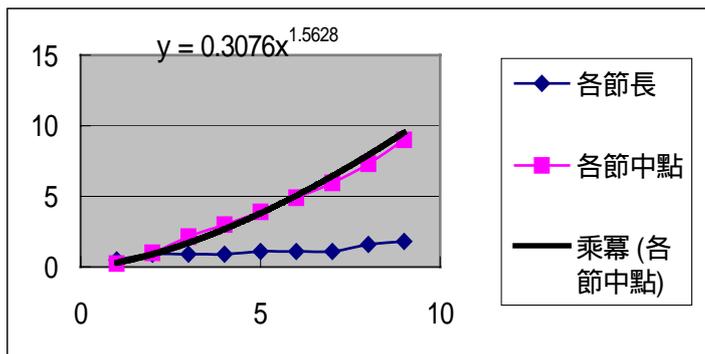
2. 第二管水柱長 1.5cm



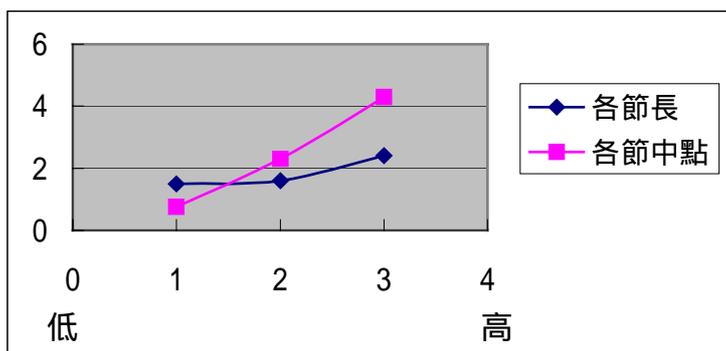
第二管水柱長 2cm



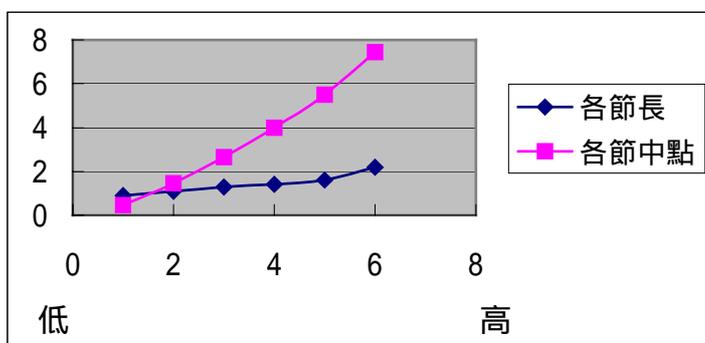
第二管水柱長 2.5cm



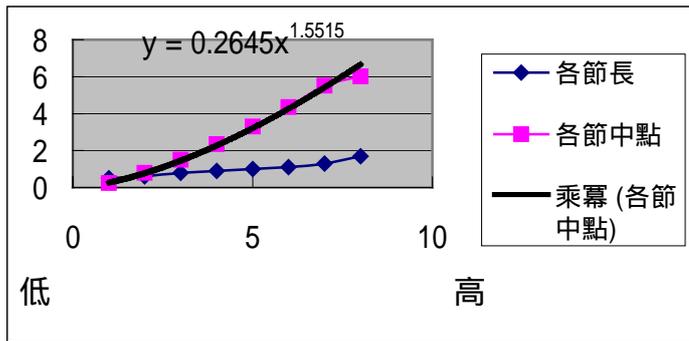
3. 第三管水柱長 1.5cm



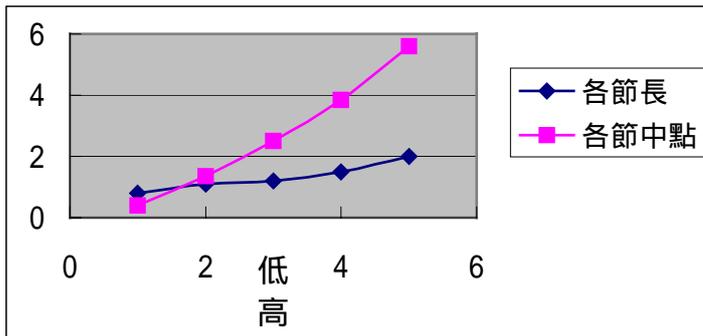
第三管水柱長 2cm



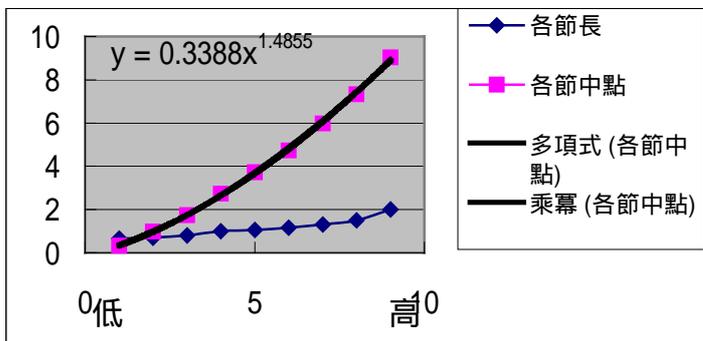
第三管水柱長 2.5cm



4. 第四管水柱長 2cm



第四管水柱長 2.5cm



結果：

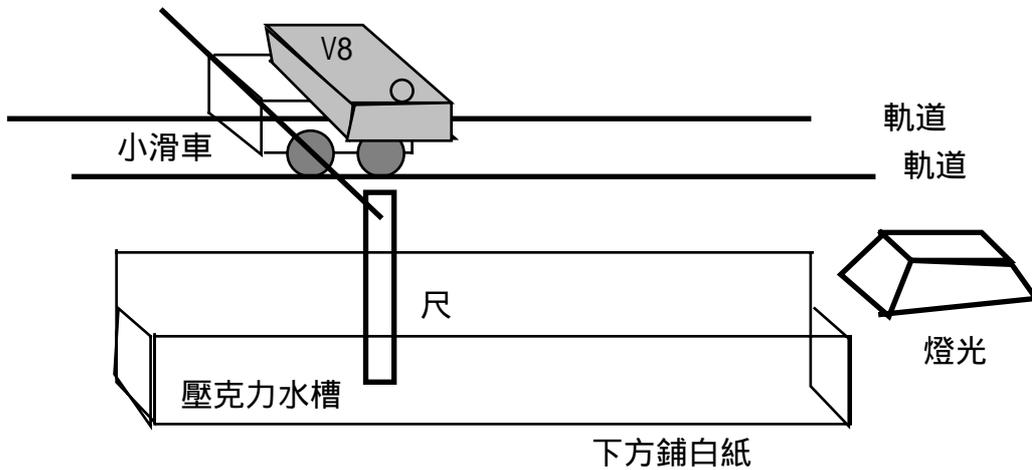
1. 離管口愈遠者，節間距離愈小，即節愈密集。
2. 每一節的體積均不相同，愈靠近下方者，體積愈小。
3. 水柱假如夠長，下方某一些節的長度會相同，這範圍的上方水柱的節長度成算術級數增加
4. 節中心位置與節數成拋物線函數。如第四號管水柱長 2.5cm 時，節心位置 y 與節數 n 的關係函數為： $y = axn^{1.5}$

【實驗八】

以玻璃板相對於靜止的水道上滑行，模擬水柱相對於靜止的玻璃板撞擊

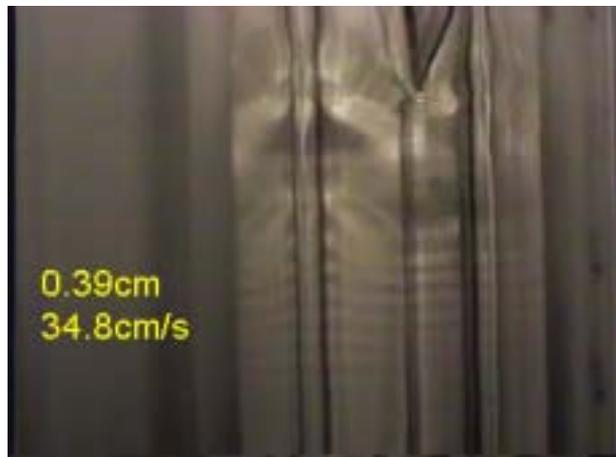
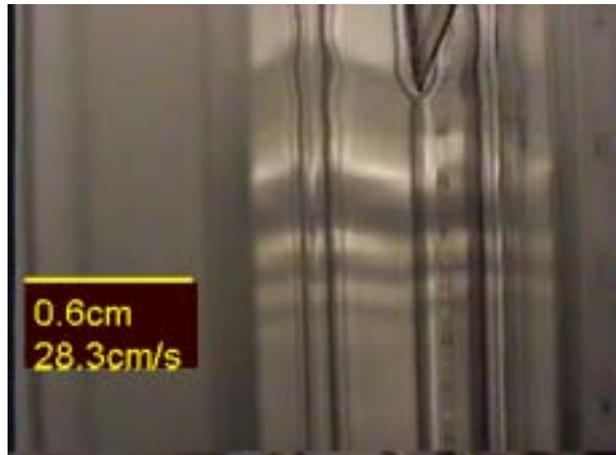
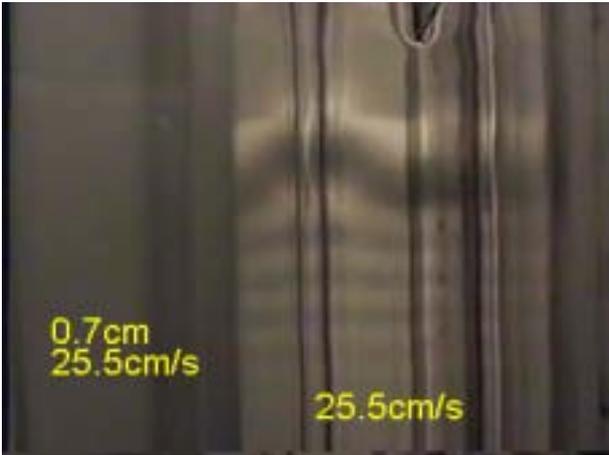
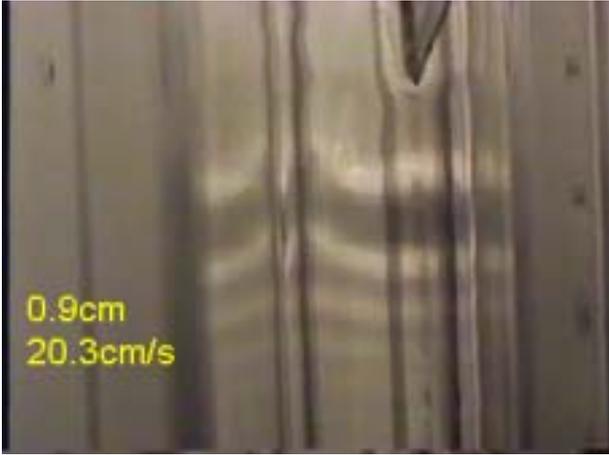
實驗裝置：

1.裝置圖：



- 2.小滑車載運著 V8 攝影機，裝置著一隻鐵尺伸入水道中的水中，當滑車在軌道上滑行時，在水面上產生波紋，經過燈光照射在白紙上產生亮暗紋(與水波槽原理相同)，攝影機跟隨小滑車同步拍攝鐵尺如何產生波紋。
- 3.小滑車以不同速度滑行，記錄波紋。

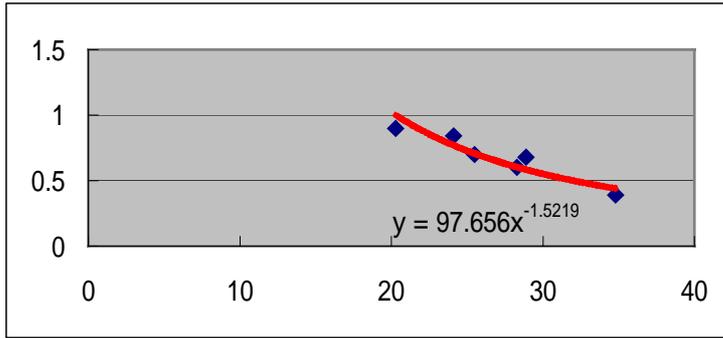
數據及分析： 1.照片：



2.數據還原：

	尺移動速度	尺前方波長
4	20.3	0.9
6	24.1	0.84
1	25.5	0.7
2	28.3	0.6
7	28.9	0.68
3	34.8	0.39

3.分析：



X 軸：尺移動速度 (m/s)

Y 軸：尺前方波長 (cm)

$$\lambda V^{1.5} = k \quad \text{亦即} \lambda^2 V^3 = k$$

結果：

1.鐵尺移動的速度 V 的 3 次方與形成的波長的 2 次方成反比。

討論：

1.假如水由管口流出時速率為 V_0 ，落下高度 h 時(水柱長)速率為 $V = \sqrt{V_0^2 + 2gh}$ ，碰撞了玻璃板，則最下一節長度為 λ ，照本實驗結果可知

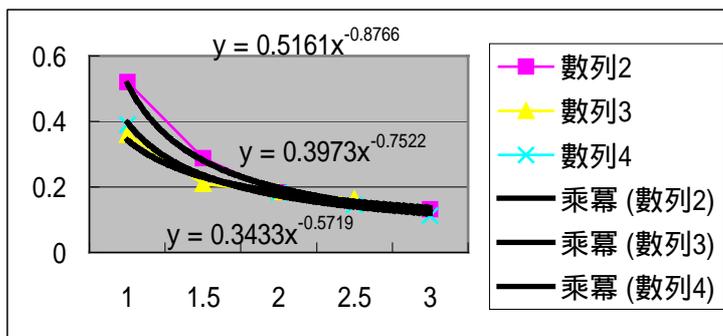
$$V^3 \lambda^2 = k \quad \lambda^2 = \frac{k}{(V_0^2 + 2gh)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{若 } V_0 \ll \sqrt{2gh}$$

$$\lambda = k'h^{-\frac{3}{2}}$$

2.各管在不同水柱長度最低節的長度

管號		1(cm)	3(cm)	4(cm)
水 柱 長 cm	1	0.521	0.36	0.39
	1.5	0.288	0.21	
	2	0.183	0.183	0.182
	2.5		0.163	0.144
	3	0.131		0.112

3. 實際波長與高度的關係：



波長與水柱長度的 0.6 ~ 0.9 次方成反比例，但水柱長度接近 3cm 時，節的長度趨於一定值。與上述 $\lambda = k'h^{-\frac{3}{2}}$ 的預測趨勢相同，但存在一些誤差，或許是 $V_0 \ll \sqrt{2gh}$ 不成立所致。

結論：

1. 水柱撞擊玻璃板產生節，起因於撞擊，反過來說，玻璃撞擊水柱應該會有相同的效果，就好像是船頭波。水柱往下傾瀉各斷的速度不同，越靠近下方速率愈快。而以鐵尺在平靜的水道滑行模擬，水相對於鐵尺的速度是相同的。

五、研究結果：

1. 玻璃板或其他物體在光滑的水柱處與水柱碰撞，不論管口口徑、水流量、碰撞物體的不同，即會產生節。但撞出的節會因此而有不同。
2. 光滑水柱打在不同方向的接觸面上，或針尖上，均會產生節，但節的形狀不同。
3. 當管口口徑固定時，離撞擊面越遠，水柱越長，平均每一節的長度越短。（節越密集）
4. 撞擊面離管口越近，節間隔越長。
5. 當撞擊面離管口超過三公分時，節間十分小，節數模糊難數。
6. 若各管水流出的速度相同，則水柱上的節間距離在各管中是相同的。
7. 水流量保持一定，故越細的管，水流出管口的初速越快，撞擊玻璃板時，速度應該比較快。節間隔比較小。
8. 水柱的節比原水柱胖，節的外緣都在原平滑水柱的外側。節的產生是因為水柱與玻璃撞擊往外鼓脹而產生。
9. 若取最短的水柱，則最下方的節，將變為球形的水滴。
10. 截取比較長的水柱，形成的節，愈靠近下方，愈像球或橢球，愈靠近上方的節，長度比較長，形狀左右對稱，但上下並未對稱。
11. 節表面曲線，愈低者愈短愈彎；愈高者愈長而平。
12. 離管口愈遠者，節間距離愈小，即節愈密集。
13. 每一節的體積均不相同，愈靠近下方者，體積愈小。
14. 水柱假如夠長，下方某一些節的長度會相同，這範圍的上方水柱的節長度成算術級數增加。
15. 節中心位置與節數成拋物線函數。如第四號管水柱長 2.5cm 時，節心位置 y 與節數 n 的關係函數為： $y = axn^{1.5}$
16. 在水道中模擬水柱碰撞發現，節的長度與鐵尺移動的速度 V (相當於水柱的流速) 的關係為 $V^3\lambda^2 = k$ 。這個關係與實際所得趨勢吻合。

六、結論：

1. 當光滑的水柱以慢的速度撞擊任何的接觸面時，水柱上就會產生節。但節的形狀會因為接觸面的角度、大小而改。
2. 水流粗細、快慢、水柱的長度，都會影響節的形狀。
3. 節產生的起源，來自於水柱下方與物體碰撞而引起的，沒有碰撞，水柱上就沒有節。碰撞會引起水流動速率減緩，同量的水一樣要流下，只得往外擴散，使水柱接觸玻璃板面積變大，變大了以後，水速減少，水往下的流速減少，水往側方的壓力會增加(白努力定律)，增加往外壓力使水柱形成突出的表面，表面的表面張力與增加的水壓恰成平衡。
4. 水壓使得水表面積增加，表面張力會對水柱作負功，使得力學能減少，而達到平衡。
5. 水柱上的節，是表面張力平衡因碰撞而往外側擴張的水柱，而引起的週而復始的現象。
6. 船在水上行走，往前推水，須大量的水被擠開，包括往上方，而造成船前方的水面隆起。而隆起的水必須接受表面張力的調節，不能任意流走，因而往前形成規律的波。

七、討論：

1. 水柱的節可能是駐波造成的嗎？假如是駐波，除了節點外，所有的介質都會振動，在水柱形成的節上面，根本看不出振動的現象。
駐波的形成需要兩個完全一樣的波反向重疊而成，這些在水柱上是不可能存在的。
2. 水柱往下衝玻璃板，可否想成玻璃板在水中往上掃略？玻璃掃略水面，在前方被推動的水，也會形成浪，節可以看成往上跑的浪嗎？
3. 假如沒有表面張力，水柱將不會有水柱，水撞擊玻璃時，往外擴張時，將沒有任何阻礙，接觸面的上方，水的形狀將不會有任何改變。
4. 水柱撞擊玻璃處，上方極近的位置，水柱並沒有往外擴張，而是往上方處擠壓。
5. 以 v8(DV) 拍攝微小物體，放大倍率無法增加太多，但一般觀察已經夠用，對於瞬間發生的事件，記錄的速度以及時機，都很容易把握，影像的分析，也因擷取卡(IEEE 1394 卡)普及，使得實驗室的工作極為有效。

八、參考資料：

1. 龍騰文化，高中物質科學物理篇下冊，第 10 章，流體力學。
2. 龍騰文化，高中物質科學物理篇下冊，第 8 章，功與能。
3. 葉偉文譯，2000，物理馬戲團(1)p176,天下遠見。