

中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

國中-地球科學科

科 別：地 球 科 學 科

組 別：國 中 組

作品名稱：哈日族狂想曲 利用自製日晷，探討太陽與影子
變化的規律性

關 鍵 詞：日晷、影子軌跡、太陽運行模型

編 號：030505

學校名稱：

高雄市立國昌國民中學

作者姓名：

陸怡妏、林思伶、陳世承、黃亮達

指導老師：

何莉芳、陳惠玲



哈日族狂想曲

~利用自製日晷，尋找太陽與影子變化的規律性

一、摘要

我們實驗發現，影子移動方向與太陽相反，長度變化具有**規律性**，軌跡呈拋物線形狀。我們並製作各種日晷模型，設計變因進行探討：「牙籤型日晷」的晷針方向**朝北方**，且以**90度**最佳；只要高度相同，改變「地平式日晷」晷針的角度並不會影響影子的軌跡；而「赤道式日晷」的影子軌跡圖則似**一直線**。

最值得一提的是，為了探討太陽與影子的變化關係，我們不但推算太陽在天球運行的高度角、方位角等，還自製一半球，模擬太陽在天球運行。也從模擬實驗探討太陽的運行是**規律的**，但影子的移動卻是**不等距的**！此外，我們更進一步深入探討不同日期正午太陽高度角的變化，藉由太陽在天球運行軌跡模型可明顯觀察到，冬至後不同日期太陽在天頂的位置，有逐漸上升的趨勢。

二、研究動機

在第一冊理化課本（第四章 - 光）中，有提到日晷是古時的計時工具，人們用其影的所在刻度位置，用來測定時間；這讓我們聯想到，都會公園裡的金雞日晷，它的晷面的距離是不相等的，它是準確的嗎？或只是拿來做裝飾？

我們還記得，在小學自然課本有做過「**立竿見影**」的實驗，當時只是把一隻竹籤直立在紙上紀錄，但為什麼市面上的日晷不是用竿子的呢？有什麼差別嗎？且市面上的日晷規定，其角度須與當地緯度相同，那又是為什麼呢？……哇！有好多好多的問題，我們這群好奇寶寶，當然想一探究竟啦！

於是我們便選定這個題目，著手進行研究太陽與影子變化的規律性，並利用國中電腦課學到的 excel 軟體，進行數據分析。

三、研究目的

- (一) 了解日晷的**種類**，並製作各種日晷模型。
- (二) 探討竿影影子一日的變化關係，分析它的**長度、長度變化、尋找其規律性**
- (三) 製作不同型式日晷，設計變因（角度、長短、方向……等），探討日晷影子變化的關係。
- (四) 藉由太陽與影子的相對關係推算太陽在天球運行的高度角、方位角等。
- (五) 測量不同日期正午的影子，並比較太陽高度角的變化關係。

四、文獻探討

(一) 日晷

日晷中的『日』指的當然就是太陽，而『晷』則是指影子。早在兩千多年前，中國人就已經懂得使用日晷了。

日晷是利用一日之表影的方向變化來定出時刻的專用儀器。

日晷是由一根表(稱為晷針)和刻有時刻的晷面所組成。

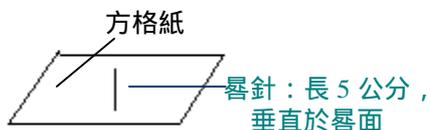
(二) 日晷的種類

種類	特色	備註
地平式日晷	晷面水平放置而晷針指向北極，其晷面和晷針夾角就是當地的地理緯度	例：高雄都會公園 台東親水公園
赤道式日晷	晷針平行地球自轉軸而晷面呈現北低南高狀擺放，其晷面和晷針垂直。	例：台東史前博物館
立晷	晷面平行卯西面。	
斜晷	晷面置於任何其它方向。	

五、研究方法

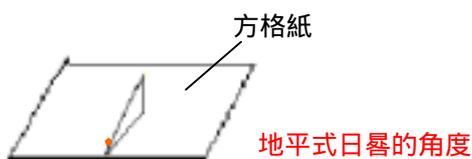
(一) 日晷的製作

1. 牙籤型日晷：



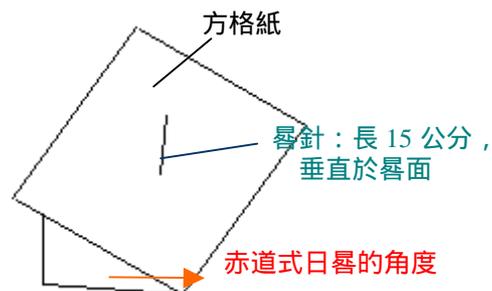
1. 如圖，在晷面上貼上方格紙
2. 量一 5 公分的牙籤，依照所需要的角度，在晷面上固定。

2. 地平式日晷：



1. 如圖，在晷面上貼上方格紙
2. 依照各實驗的需要，做直角三角形，固定在晷面上。
3. 三角形的直角朝北方。

4. 赤道式日晷：



1. 如圖，在晷面上貼上方格紙
2. 量一 15 公分的牙籤，垂直固定在晷面的中央。
3. 以自製的珍珠板，校正所需的角度的，再用書本讓日晷靠著並固定

(二) 記錄方式：

1. 日晷皆對準**北方**。
2. 每 15 分鐘測量一次，用筆點在當時影子的**最頂端點處**，並記錄當時時間。
3. 最後作成**坐標平面**，找出各點座標（設晷針處為(0,0)）。

(三) 整體概念架構：



(四) 研究內容細目：

研究一 竿與影子一日變化的關係

- 探討 1-1：影子的軌跡圖是什麼樣子呢？
- 探討 1-2：每個時間影子的長度都相同嗎？
- 探討 1-3：影子在什麼時間變化最快？

研究二 以牙籤型日晷為例，探討影響影子軌跡的變因

- 探討 2-1：竿的角度和日影有關係嗎？
- 探討 2-2：日晷晷針的方向一定要朝北嗎？

研究三 以地平式日晷為例，探討影響影子軌跡的變因

- 探討 3-1：固定三角晷針的**高**，探討三角形的角度對影子變化的影響
- 探討 3-2：固定三角晷針的**斜邊**，探討三角形的角度對影子變化的影響

研究四 以赤道式日晷為例，探討影響影子軌跡的變因

- 探討 4-1：赤道式日晷影子的軌跡圖是什麼樣子呢？
- 探討 4-2：如果改變晷面與地面的夾角，影子軌跡變化會不同嗎？

研究五 影子變化與太陽運行的規律性

- 探討 5-1：綜合分析太陽在天頂的**高度角**與**方位角**
- 探討 5-2：太陽方位角的變化有規律嗎？
- 探討 5-3：自製半球模型，探討一天之中太陽在天球運行的軌跡
- 探討 5-4：太陽高度角與影子長度的關係？
- 探討 5-5：比較不同日期與正午太陽高度角的變化關係

六、研究結果

研究一 竿與影子一日變化的關係

源起：在小學時，我們便有做過類似立竿見影的實驗，當時懵懵懂懂的，都不甚明白。於是我們決定模擬小學，由此做起，再一步步的去深入探討研究。

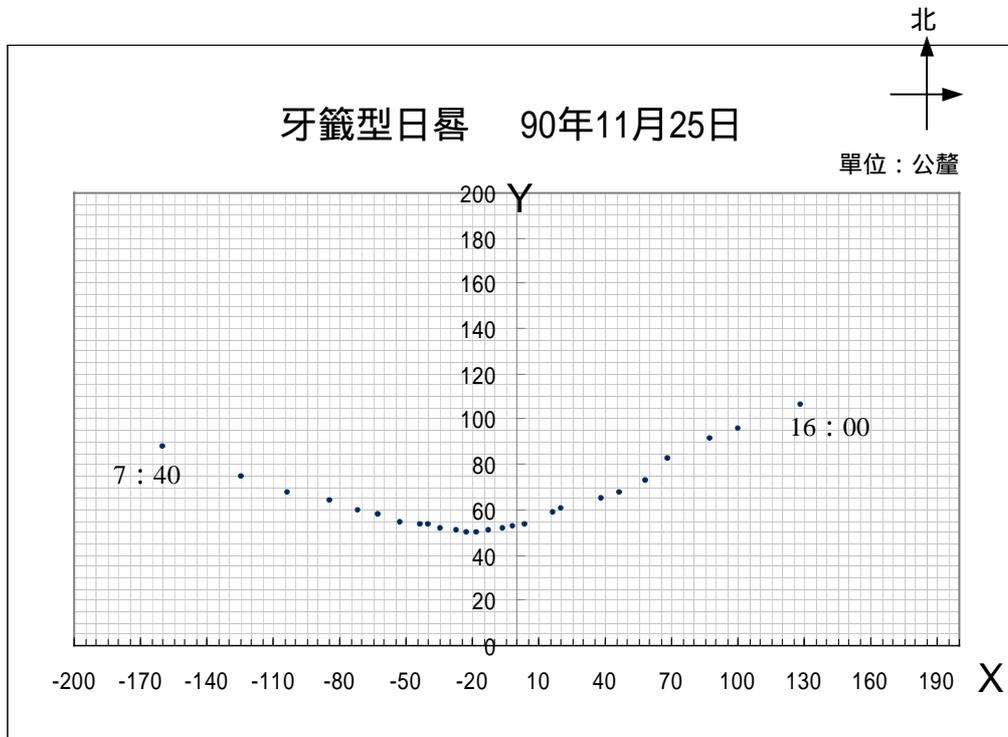
方法：1.將自製的牙籤型日晷(晷針為 5 公分)放在太陽下，對準正北方。

2.自 7：40 16：00，每 20 分鐘紀錄一次。

3.將所得到的數據製成座標平面，設晷針處為(0,0)，並找出各點的座標。

探討 1-1：影子的軌跡圖是什麼樣子呢？

找出各點的座標，再輸入 excel，做出一平面座標圖，即影子軌跡圖。



發現：1.圖形似一拋物線，影子是由西向東移動，且是投射在北方。可見太陽是由東向西移動，且偏向南方。

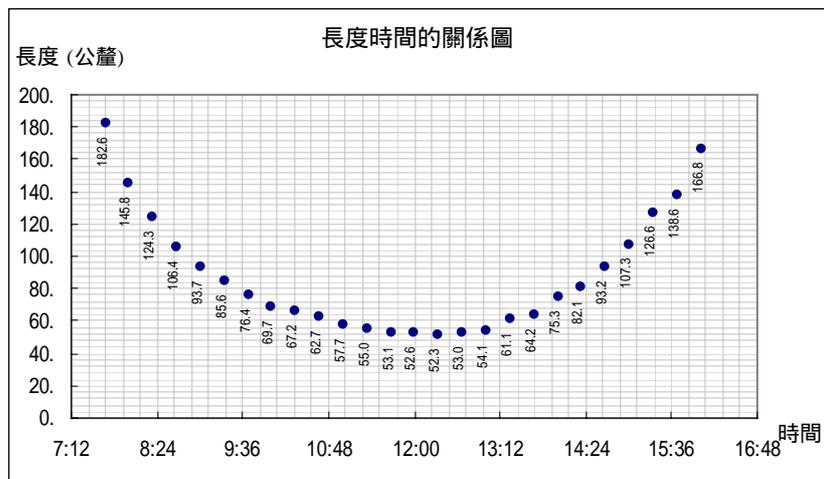
2.在早上及下午的時候，點和點之間的距離較大，越接近中午，點和點之間的距離越小。

疑問：1.點和點之間的長度似乎不盡相同，那麼長度跟時間的關係圖，是呈什麼樣子呢？

2.由圖發現，影子的變化有一定的規則。影子是因太陽而產生的，那麼太陽在天空中的變化，是不是也有一定的規則呢？

探討 1-2：每個時間，影子的長度都相同嗎？

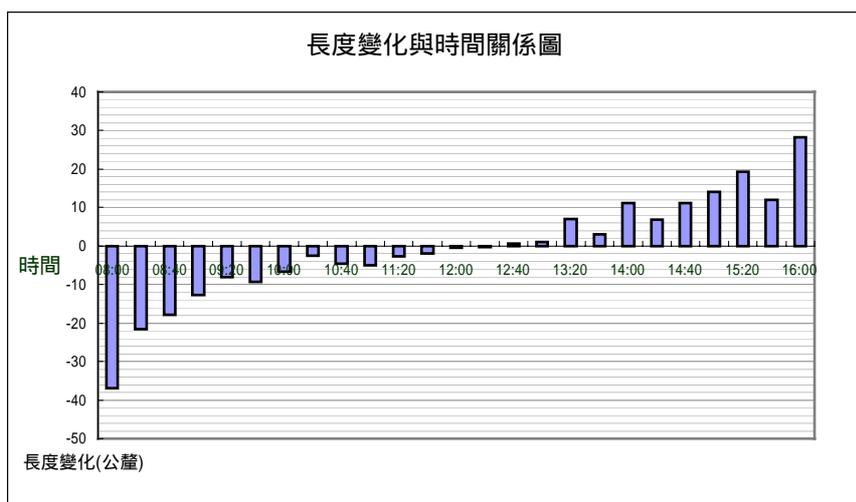
利用商高定理，求出原點到該時間的長度，再利用 excel 作出下圖。



- 發現：**
1. 影子的長度在 7：40 時最長，接著慢慢遞減，在 12：20 時最短，12：20 後又慢慢遞增。
 2. 中午時，每個點的長度都很接近。早上及下午每個點的長度相差較大。

探討 1-3：影子在什麼時間變化最快？

中午時各點的差距真的較小嗎？一天中的長度變化沒有一樣嗎？為了想了解影子在什麼時間變化最快？我們將前後兩時間的長度相減，得到數據，再利用 excel 作出下圖。



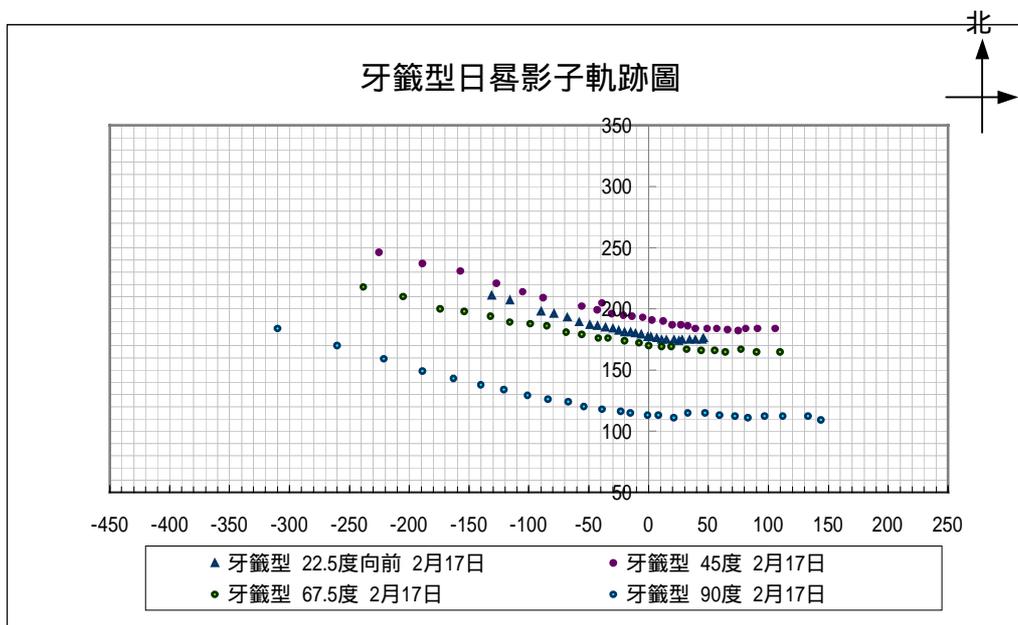
- 發現：**
1. 長度變化率在 7：40 8：00 時為最大值，大致上慢慢遞減，在 12：00 12：20 時為最小值，接著大致上又慢慢遞增。
 2. 長度變化並不相同，越接近中午長度變化率越小。

研究二 影響牙籤型日晷的變因

源起：日晷除了標準的型式外，有哪些變因是可以改變的呢？於是我們用自製的牙籤型日晷，試改變它們的角度及方位，記錄一天影子變化的情形，再繪成軌跡圖觀察比較。

探討 2-1：竿的角度和日影有關係嗎？

- 方法：**
- 1.自製四種牙籤型日晷，角度分別為 22.5 度、45 度、67.5 度、90 度。
 - 2.記錄一天影子變化的情形。
 - 3.以晷針處為(0,0)，找出各點坐標，再繪成軌跡圖觀察比較。



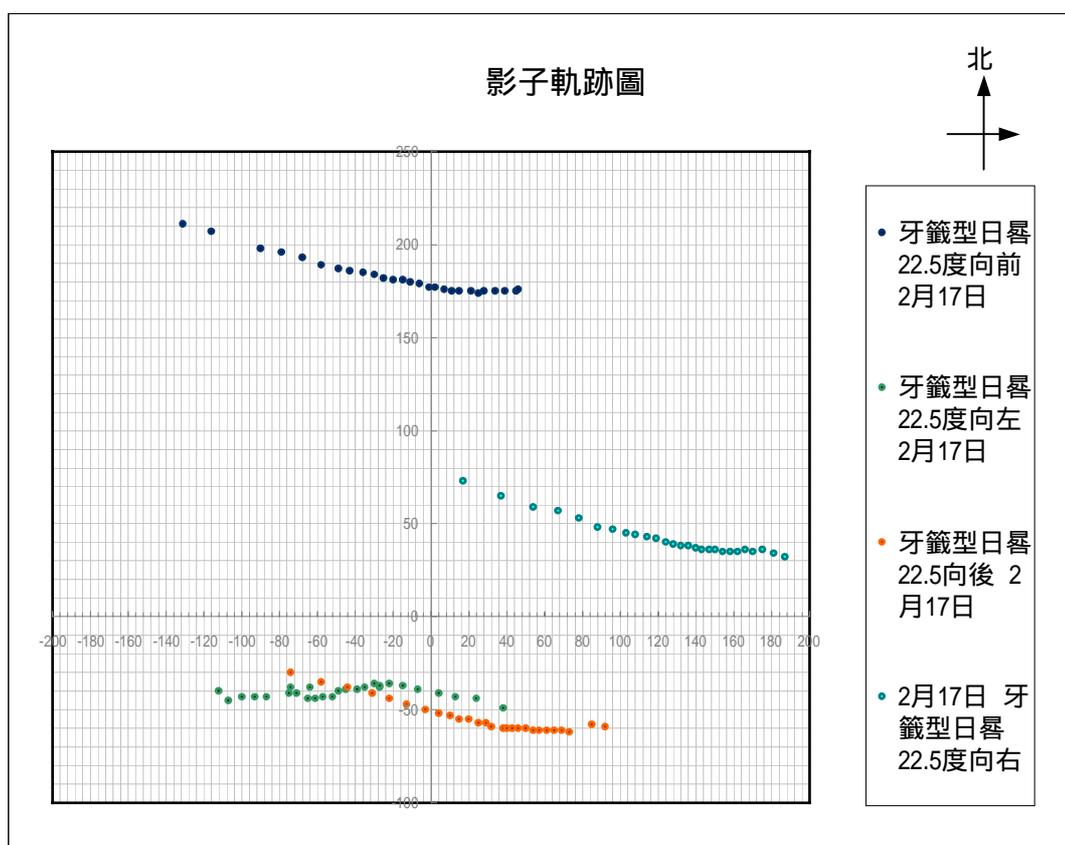
- 發現：**
1. 22.5 度、45 度、67.5 度的圖形位置較接近。
 2. 所有的圖形越到中午點和點的距離越小。
 3. 所有圖形都類似一條斜直線，沒有轉折。
 4. 22.5 度影子軌跡的範圍最小，90 度影子軌跡的範圍最大。

結論：牙籤型日晷的晷針以 90 度最佳！

探討 2-2：日晷晷針的方向一定要朝北嗎？

前一個實驗只改變竿的角度；而我們所做的均是朝向北方，若改變日晷晷針的方向，影子變化又會有什麼差異呢？將日晷方位改成東西南北來比較。

- 方法：1.自製牙籤型日晷角度為 22.5 度、改變晷針方向朝前後左右（北南西東）。
2.記錄一天影子變化的情形。
3.以晷針處為(0,0)，找出各點坐標，再繪成軌跡圖觀察比較。



發現：1. 四者影子皆由西向東變化。

2. 向前、向後及向右的圖形相似，都是左高右低，似一斜直線，但無預期中的轉折。而向左的圖形卻很不規則。

3. 向左及向後的圖形位置接近且有交點。

結論：因為正午的太陽是在子午線上，而子午線為南北方向，因此晷針的方向還是朝北方最佳！

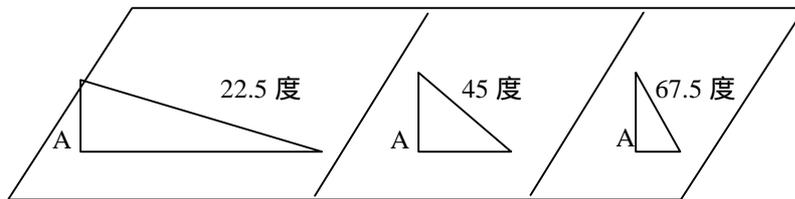
研究三 以地平式日晷為例，探討影響影子軌跡的變因

源起：在市面上，有販售一種「地平式日晷」，它晷面的角度需和當地緯度穩合。我們就想到說，真的嗎？若與當地緯度不同又會怎樣呢？若角度不同但高度都相同，它們變化情形是不是會一樣呢？於是在這個研究中我們將使用自製的地平式日晷，記錄一天影子變化的情形，再繪成軌跡圖觀察比較。

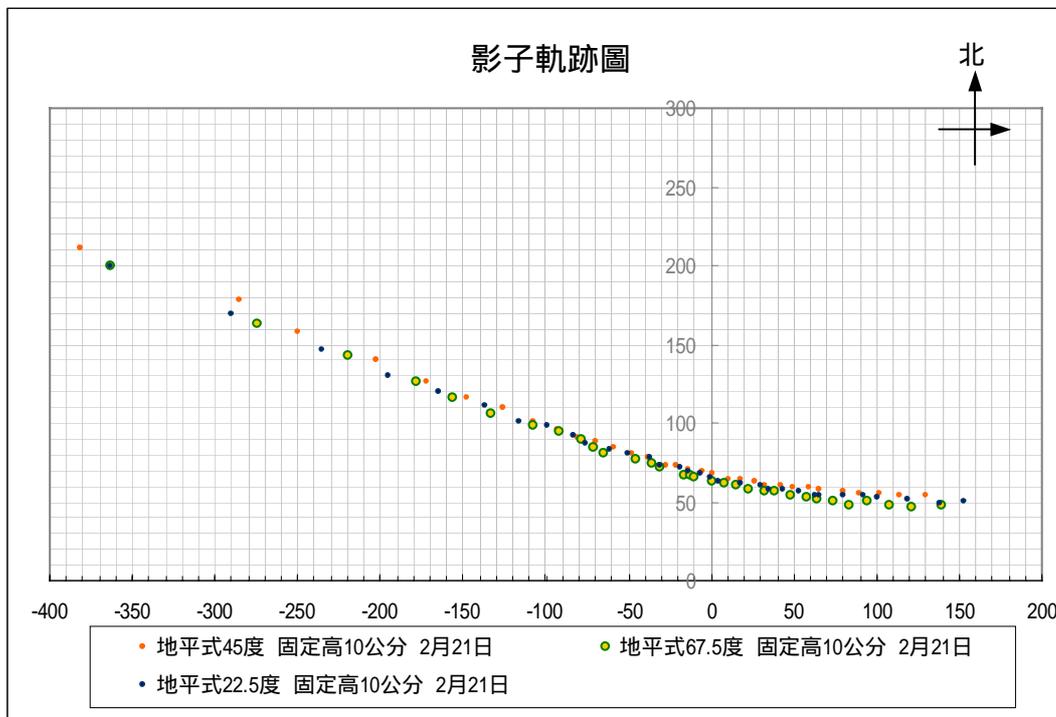
探討 3-1：固定三角形晷針的高，探討晷針的角度對影子變化的影響

方法：1.日晷製作方法：固定晷針（為一直角三角形）的高 10 公分，分別改角度為 22.5 度、45 度、67.5 度，探討不同角度對影子的影響。

2.晷針示意圖：



3.設上圖頂點 A 為(0,0)。將各點座標輸入電腦，再用 excel 作出影子軌跡圖。



發現：1.我們發現三個角度所測出來的影子軌跡幾乎相同。
2.影子在早上的變化很大，到了接近中午時刻，影子的變化就越來越小，影子軌跡幾乎成一平線。甚至有擠成一團的現象。
3.一整天的影子軌跡圖，似一斜直線，並沒有預期中的轉折。

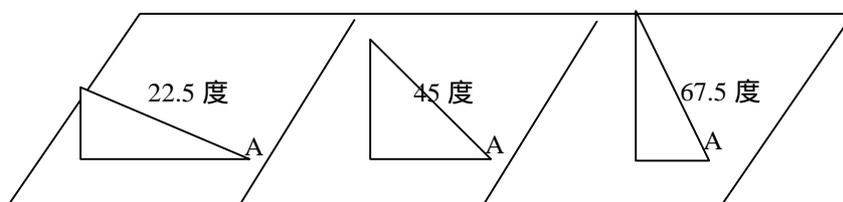
結論：22.5度、45度、67.5度的影子軌跡圖，並沒有很大的差異；可見只要高度相同，角度並不會影響影子的軌跡。

疑問：若固定晷針（直角三角形）的斜邊，改變不同的角度，對影長一樣有影響嗎？影子軌跡又會相同嗎？

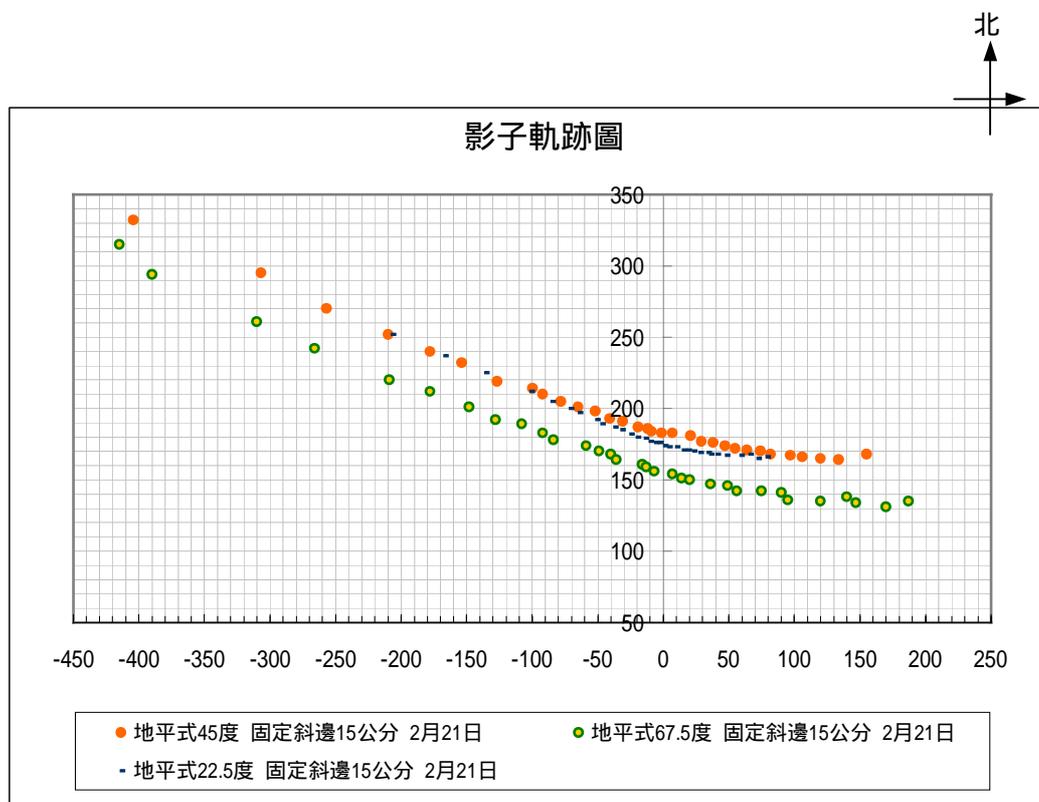
探討 3-2：固定三角形晷針的斜邊，探討晷針的角度對影子變化的影響

方法：1.日晷製作方法：固定晷針（為一直角三角形）的斜邊 15 公分，分別改角度為 22.5 度、45 度、67.5 度。

2.晷針示意圖：



3.設上圖頂點 A 為(0,0)。將各點座標輸入電腦，再用 excel 作出影子軌跡圖。



- 發現：**1.45 度和 67.5 度的軌跡走向較類似，而 22.5 度明顯小了許多。
- 2.早上的影子不但最長，點和點之間的變化也最大，到了中午時，影子變化緩慢，軌跡幾乎成一直線
 - 3.一整天的影子軌跡圖，似一斜直線，並沒有預期中的轉折。
 - 4.由晷針示意圖可知，角度越小，晷針越矮；角度越大，晷針越高。
 - 5.67.5 度的高度最高，影子軌跡圖的範圍也最大；22.5 度的高度最低，影子軌跡圖的範圍也最小。

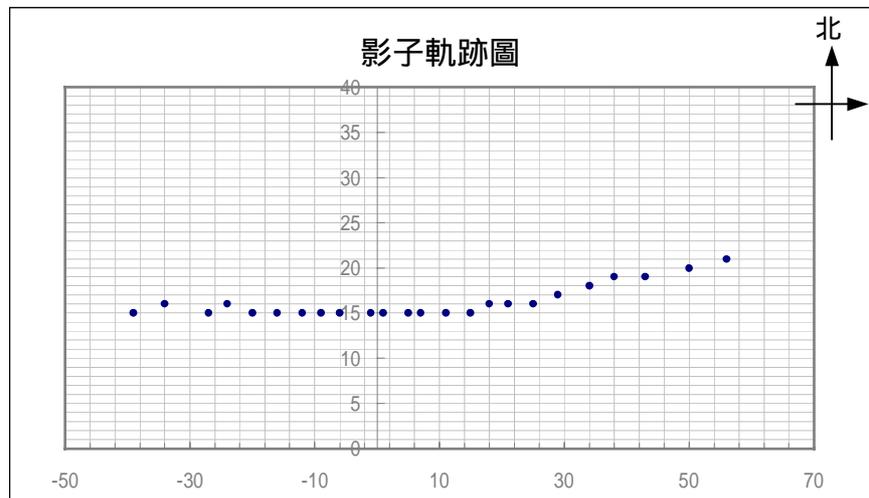
研究四 以赤道式日晷為例，探討影響影子軌跡的變因

源起：有一天，導師國小的女兒帶了一個很特別的日晷來學校。這讓我們感到非常的好奇：也有這種日晷呀？經過查資料後，才知道這種日晷叫作「**赤道式日晷**」。我們想用赤道式日晷作實驗，來了解它的軌跡圖有什麼不一樣的地方？

方法：自製一赤道式日晷，記錄一天影子變化的情形，再繪成軌跡圖觀察。

探討 4-1：赤道式日晷影子的軌跡圖是什麼樣子呢？

我們利用老師的赤道式日晷進行實驗，**設軌針處為(0,0)**，找出各點的坐標，再以 Excel 做出下圖。

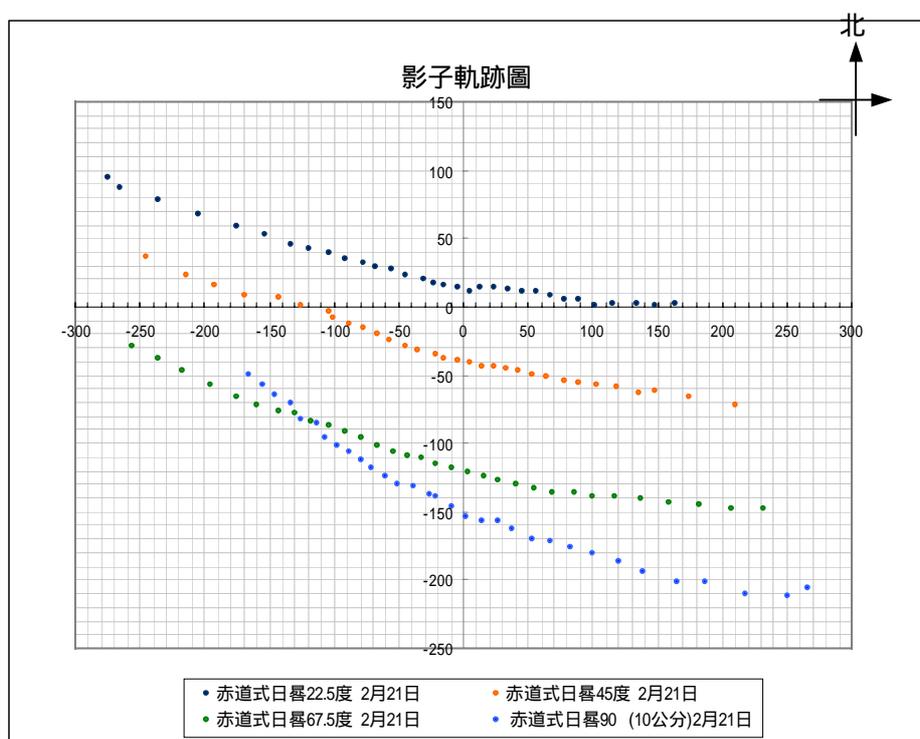


- 發現：**1.影子的變化似一直線，但 13：00 後直線有些微上揚。
- 2.影子與影子的間格大致上相等。
 - 3.影子是投射在北方，於是我們猜測太陽偏向南方。

疑問：高雄的緯度是 22.5 度，此日晷的角度為 67.5 度，是否有相關？若改變日晷的角度，影子的變化又有什麼差異呢？

探討 4-2：如果改變晷面與地面的夾角，影子軌跡變化會不同嗎？

- 方法：1.自製四種赤道式日晷，晷面與地面的夾角分別為 22.5 度、45 度、67.5 度、90 度。（晷針與晷面仍垂直）
- 2.記錄一天影子變化的情形。
- 3.以晷針處為(0,0)，找出各點坐標，再繪成軌跡圖觀察比較。



發現：

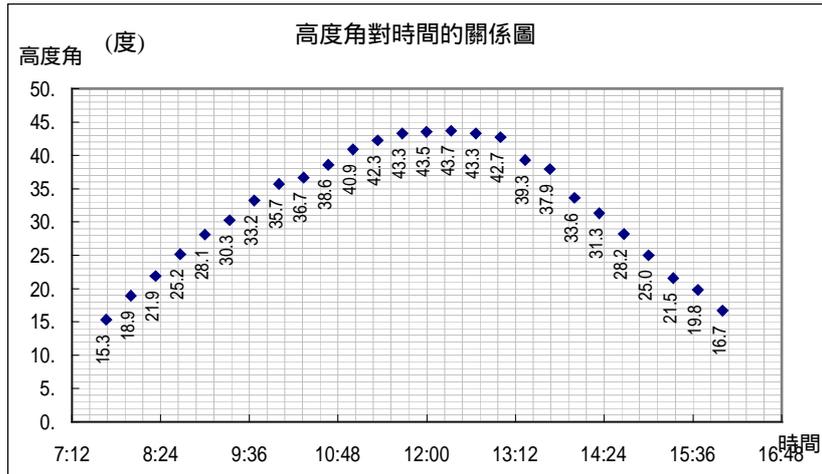
1. 22.5 度的圖形皆在晷針上方，而 67.5 度、90 度的圖形皆在晷針下方。
2. 22.5 度、45 度和 67.5 度的圖形相似。
3. 各個軌跡圖皆在 7：30 時影子最高，逐漸下降。
4. 各個軌跡圖都似一斜直線，且並無轉折。

研究五 影子變化與太陽運行的規律性

探討 5-1：綜合分析太陽在天頂的高度角與方位角

【第一部份】太陽在天頂的高度角？

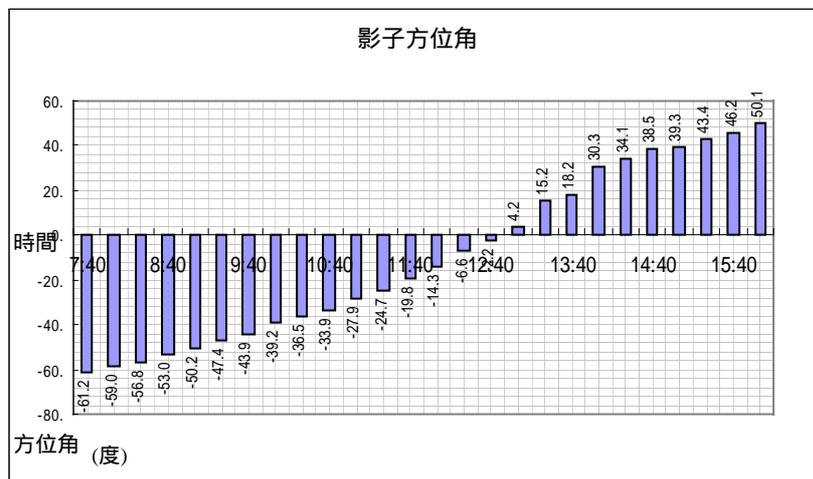
利用三角函數，由影長、竿長（竿長 / 影長）算出太陽高度角，再利用 excel 作出下圖。



- 發現：**
1. 太陽高度角在 7:40 時為最小值，接著大致上遞增，在 12:20 時為最大值，接著又慢慢遞減。
 2. 正如我們印象中的相同，太陽在中午時「烈日當空」，在早晨及黃昏時，不必抬頭便可看到晨曦及落日

【第二部份】 太陽在天頂的方位角

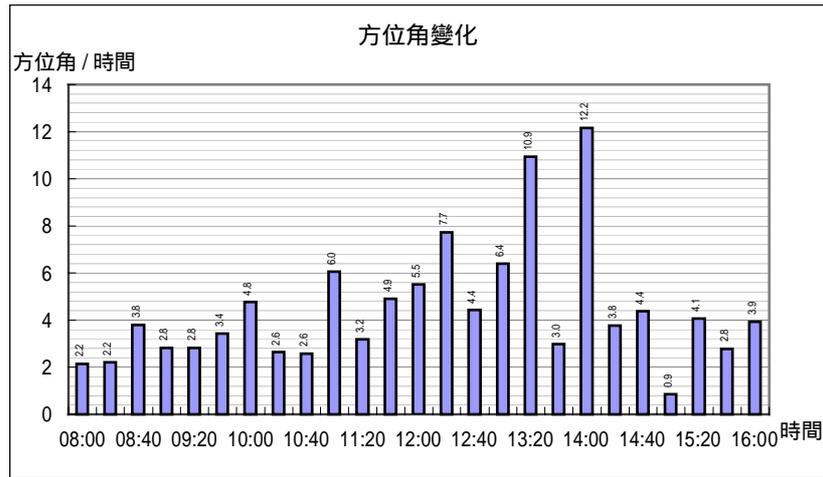
利用三角函數，由該時間的座標 (x , y)，算出太陽的方位角 (x / y)，再利用 excel 作出下圖。



- 發現：**
1. 影子由西北向東北行進，那麼太陽就自東南向西南前進。
 2. 方位角的圖形，連在一起成一條斜直線。

探討 5-2：太陽方位角的變化有規律嗎？

由前後兩方位角的值相減即可得固定時間太陽方位角的變化差，再用 excel 製成圖表。



發現： 所得的圖形非常奇怪，在 10：40 前大致上仍維持一定的值。在 10：40 後，方位角變化極不規律，為什麼會這樣呢？百思不解！

探討 5-3：自製**半球模型**，探討一天之中太陽在天球運行的軌跡

源起： 跟據所查到的參考資料，一年有春至、夏至、秋至、冬至，其中夏至時太陽的高度角最高，春秋至高度角相同，而冬至時太陽高度角最低。我們便想到，既然不同季節太陽高度角有有高低之分，而是不是能從影子推知太陽在天頂的位置呢？

方法： 作一保麗龍半球，利用探討 5-1 所計算出的數據，模擬太陽在天頂的位置。

太陽軌跡半球模型製作方法

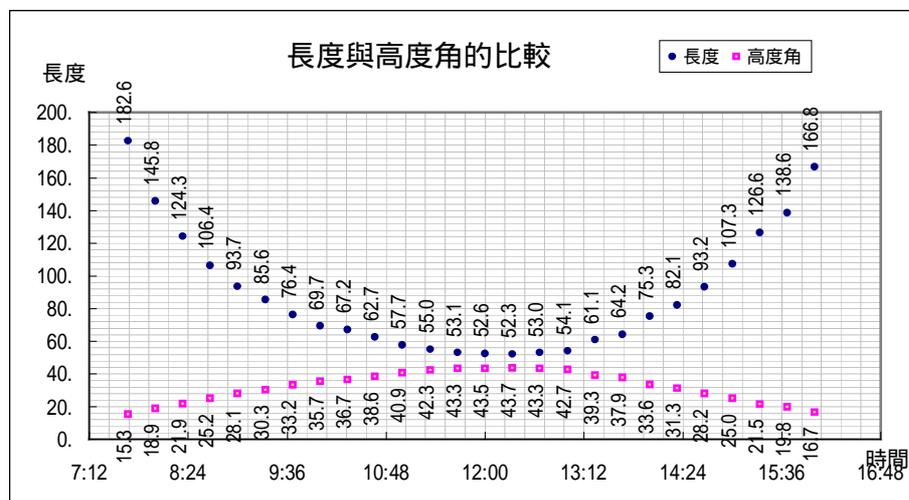
- 取一保麗龍半球，在半球上畫出經緯線，步驟如下：
 - ①找出底部圓心 A，並在底部畫兩條互相垂直之直徑。
 - ②取一條線，分別在兩直徑的兩端，讓棉線繞過半球上方。兩線之交點即是半球上方的圓心 B。
 - ③在底部將半球的把角度畫好（將 360 度分成 24 個刻度），重複②做法，並用筆在棉線的地方畫上線，即經線。
 - ④用一有刻度之紙條在每一條經線上畫出 9 等分（每等分 10 度）。
 - ⑤釘一珠針在圓心 B。把筆綁在棉線上，再把棉線綁在珠針上。
 - ⑥調整棉線的長度，依序在④所做的 10 等份刻度為半徑上畫圓，即為緯線。
- 用線在半球上定出東西南北向，並用鉛筆在旁邊標示方位。
- 用第一組數據，用珠針在半圓上按照打好的數據標籤（影子所計算的）依序插針，並把標籤（註名時間、方位角、高度角）一起插上去。
- 再把東西南北向 180 度旋轉，此半球的圖即太陽在天頂的軌跡。

發現： 90 年 11 月 25 日的牙籤式日晷太陽的軌跡成一有規律的圓弧形

探討 5-4：太陽高度角與影子長度的關係？

【第一部份】影子長度與高度角的比較

將太陽高度角及影子長度繪在同一張圖中，比較他們的差異。



發現：高度角越小，影子長度越長；高度角越大，影子長度越短。

【第二部分】室內的模擬實驗

源起：由實驗結果可發現，地平式日晷的軌跡圖，早上和下午較疏而中午較密。我們便產生疑問：為什麼每個點的距離會不相等呢？太陽在天頂運行的速率不是一樣的嗎？於是我們想藉由模擬太陽在天頂的運行來理解。

方法：利用半球來模擬太陽在天空的行進路線（設太陽在天空中移動的速率一致），紀錄並觀察影子的變化。

器材：牙籤型日晷、手電筒、玻璃缸、捲尺、硬紙盒、筆等

裝置：(1)將日晷放進玻璃缸中，並把硬紙盒放在日晷下固定。

(2)把捲尺黏在玻璃缸上。

(3)在暗室中，把手電筒光源放在捲尺旁。手電筒每移動 2 公分，便紀錄一次影子所在的地方。

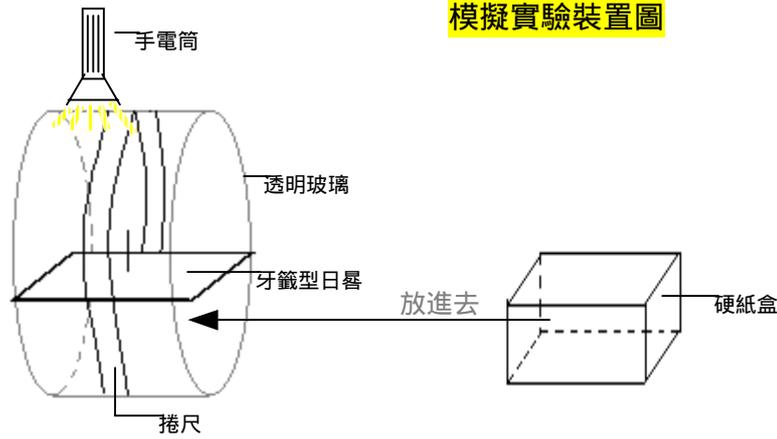


硬紙盒是為了固定



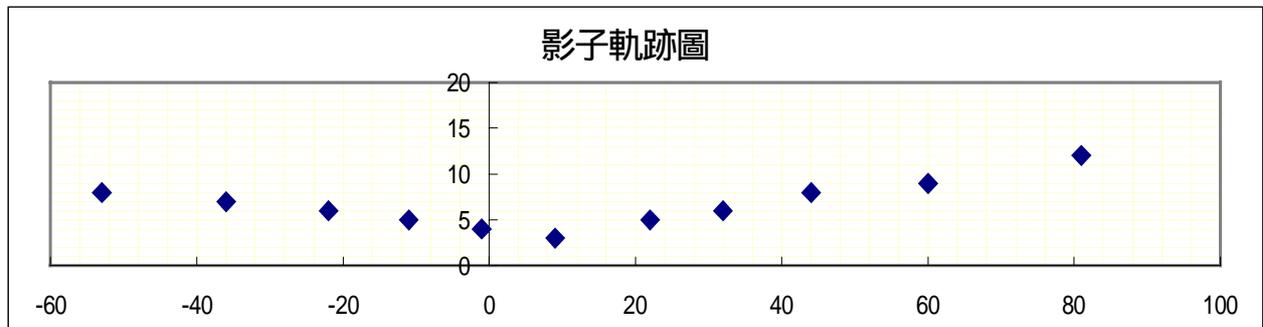
捲尺穩定的刻度模擬太陽軌跡

模擬實驗裝置圖



結果：

皮尺刻度(cm) (太陽在天球的變化)	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46
點和點之間的距離(mm) (影子的變化)		17.03	14.04	11.05	10.05	10.05	9.18	10.05	12.17	16.03	21.12



觀察與發現：

- (1) 由結果發現，影子是不等距的。手電筒在玻璃缸上的高度愈低，影子之間的距離就愈大；而手電筒在玻璃缸上的高度愈高，影子之間的距離就愈小。
- (2) 由結果發現，即使太陽在天頂的運行是規律的，影子也不會等距。

探討 5-5：比較不同日期與太陽高度角的變化關係

同樣是利用自製半球模型，我們結合不同天的數據，以不同顏色的珠珠針將太陽軌跡標示在半球模型上。我們選擇 2 月 17 日和 4 月 7 日的數據進行比較。



藍色：2月17日，紅色：4月7日



做出太陽軌跡模型可不容易呢！

觀察與發現：

1. 由 2 月 17 日和 4 月 7 日兩者的圖形可發現，太陽在天空的行進的路線皆呈拋物線，且一天中行進的速率相同。
2. 由半球可知，太陽東方升起西方落下；太陽在早晨及下午的高度較低，在中午高度較高。
3. 由兩者的圖形位置來看，2 月 17 日的位置很明顯的比 4 月 7 日的低。
4. 我們知道太陽春分（3 月 22 日）時的方位在正北方，所以，2 月 17 日的太陽偏向南方，而 4 月 7 日的太陽偏向北方。
5. 由這二組數據可知不同月分太陽在天頂的位置有**逐漸上升**的趨勢。

七、討論

（一）實驗部分

1. 竿與影子一日變化的關係：

- （1）影子軌跡的圖形似一拋物線，影子是由西向東移動，且是投射在北方。可見太陽是由東向西移動，且偏向南方。
- （2）影子的長度變化並不相同，越接近中午長度變化率越小。**長度**在上午最長，接著慢慢遞減，在 12：20 時最短，表示此時太陽在最高點。在**早上及下午**的時候，影子位置移動的距離較大，越接近中午愈慢。
- （3）長度與長度變化率的趨勢由上午至下午，大致上慢慢遞減，中午是最小值，接著又慢慢遞增。影子最短的時候，不一定在 12 點。

2. 牙籤型日晷，影子軌跡與變因的關係：

- （1）日晷依照晷針晷面的不同，具有地平式日晷、赤道式日晷……等以及我們自製簡便型牙籤式日晷。
- （2）改變**牙籤型日晷**的角度，我們發現 **22.5 度**影子軌跡的**範圍最小**，90 度影子軌跡的範圍最大。而影子軌跡範圍大則有助於觀察，因此牙籤型日晷的晷針以 90 度最佳！此外，不管方位如何變化影子皆由西向東變化。但因為正午的太陽是在子午線上(南北方向)，因此晷針的方向還是朝北方最佳！
- （3）我們也做簡單的實驗證明：



實驗：

探討同一地點，晷針與地面不同角度，太陽與影子的關係。

實驗方法：

取 4 個珠珠針，在赤道上同一點插入 22.5 度、45 度、67.5 度、90 度。

實驗發現：

22.5 度影子軌跡的範圍最小，90 度影子範圍最大，與我們所做實驗一致！

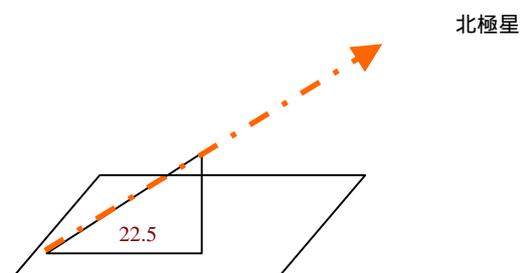
3. 地平式日晷，影子軌跡與變因的關係：

(1) 根據文獻資料，「地平式日晷」，它三角晷針的角度需和當地緯度穩合。我們發現，改變晷針的角度，所測出來的影子軌跡幾乎相同，並沒有很大的差異；可見只要**高度相同**，角度並不會影響影子的軌跡。

(2) 為什麼地平式日晷要做成三角形，而且指向北極星？我們推測製成三角形有下列二種可能：

可能一：

是為了方便固定角度，幫助找出北極星，因為北極星永遠在北方固定不動，在不同緯度仰望北極星的高度角與當地緯度相同，因各地的緯度不同，對準北極星的角度也不同；以高雄為例，高雄緯度 22.5 度，因此若要對準北極星，地平式日晷需為 22.5 度。



可能二：

改變晷針角度，讓各緯度的晷針互相平行，使得不管在任何緯度，影子軌跡圖皆相似。我們也針對這個問題特別設計小實驗去證明：在不同緯度，與地面垂直插上珠珠針（表示晷針），與一般的竹筷竿影一樣。



實驗一：探討晷針在不同緯度與地平面垂直時影子變化的情形

變因：緯度 0 度、22.5 度、45 度、67.5 度、90 度的位置，晷針與地平面垂直。

實驗發現：

1. 我們發現一個有趣的現象：影子在低緯度都朝下，而在高緯度都朝上。
2. 此外，光源照射在不同緯度的珠珠針時，高緯及低緯度的影子比中緯地帶來得長。

此外，在不同緯度，按照當地的緯度角度，將珠珠針（晷針）與地面形成一個角度，與一般我們做的地平式市晷一樣。



實驗二：探討晷針角度配合當地緯度，影子變化的情形

實驗方法：在緯度 0 度、22.5 度、45 度、67.5 度、90 度的位置插入晷針，晷針配合緯度與太陽平行。

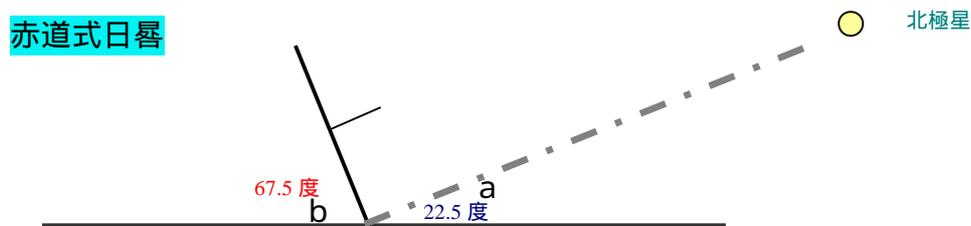
實驗發現：

各緯度的影子與經線的夾角相同，且影子長度均相近。

發現當牙籤在不同緯度與地面垂直插上時，經光源照射，出現每個影子都不相同。而依照當地的緯度角度則影子是一致的、相同的方向，排列整齊。為了觀測到相同方向的影子，而能依刻度準確觀測時間，因此依不同緯度要調整晷針傾斜度。

4.赤道式日晷，影子軌跡與變因的關係：

- (1) 赤道式日晷的影子軌跡圖有變化似一直線，影子與影子的間格大致上相等。影子是投射在北方，由此亦可得知太陽偏向南方。
- (2) 改變日晷晷面與地面的夾角（晷針與晷面仍為垂直），我們發現 22.5 度的圖形皆在晷針上方，而 45 度、67.5 度、90 度的圖形皆在晷針下方。各個日晷都似一斜直線，且並無轉折。
- (3) 高雄的緯度：22.5 度，常見赤道式日晷的角度為 67.5 度，需要以 90 度減掉當地角度為標準角度來架高，晷針與晷面呈 90 度垂直，太陽與晷針軌面接連處呈 90 度垂直。太陽與晷針晷面接連線呈 90 度垂直而為了使 a 角呈 22.5 度，則必須設計 b 角為 67.5 度，所以 $90 \text{ 度} - a \text{ 度} = b \text{ 度}$



5. 自製太陽在天球運行模型的比較：

- (1) 利用三角函數，由影長、竿長算出太陽高度角，發現太陽高度角在 7:40 時為最小值，接著大致上遞增，在 12:20 時為最大值，接著又慢慢遞減。正如我們印象中的相同，太陽在中午時「烈日當空」，在早晨及黃昏時，不必抬頭便可看到晨曦及落日。透過我們自製模型可清楚看出，太陽東方升起西方落下；太陽在早晨及下午的高度較低，中午高度較高。一天之中太陽在天球的軌跡成一完美的圓弧形，且行進的速率一致。
- (2) 利用三角函數，由該時間的座標，算出太陽的方位角，再利用 excel 作出圖發現：影子由西北向東北行進，那麼太陽就自東南向西南前進。
- (3) 所查到的參考資料顯示，一年有春至、夏至、秋至、冬至，其中夏至時太陽的高度角最高，而冬至時太陽高度角最低。自製半球模型，比較 2 月 17 日和 4 月 7 日，太陽在天空的行進皆呈拋物線，2 月 17 日很明顯的比 4 月 7 日的低。我們知道太陽春分（3 月 22 日）時的方位在正北方，所以，2 月 17 日的太陽偏向南方，而 4 月 7 日的太陽偏向北方，由這二組數據可知不同月分太陽在天頂的位置有逐漸上升的趨勢。

6. 影子變化與太陽運行的規律性：

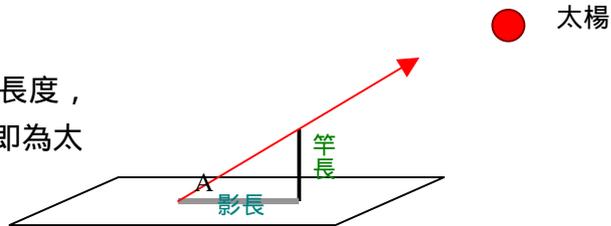
- (1) 將太陽高度角及影子長度繪在同一張圖中，發現：高度角越小，長度越長；高度角越大，長度越短，我們由參考資料得知，太陽的運行是規律的，但是我們做出來的半球模型太陽的運行是不規律的。於是我們推測，因為大氣層的關係，事實上太陽真正的位置與我們所看到的是有出入的，而我們受大氣層折射的影響，在早晚的差距比較大，在中午的差距比較小。雖然太陽在天球的運行是歸律的，但是影子的移動卻是不等距的！
- (2) 手電筒在玻璃缸上模擬太陽，高度愈低，影子之間的距離就愈大；而手電筒在玻璃缸上的高度愈高，影子之間的距離就愈小。

(二) 綜合討論

1. 由影子軌跡推算出太陽的高度角方位角：

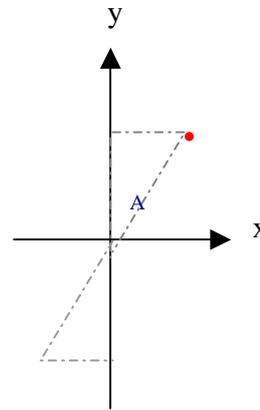
(1) 太陽高度角：

三角函數。由已知的竿長和影子長度，利用 $\tan A = \text{竿長} / \text{影長}$ ，算出 A ，即為太陽的高度角。



(2) 太陽方位角：

- ① 利用三角函數由已知的 x 軸、 y 軸坐標，利用 $\tan A = x/y$ 算出 A 的角度，即影子方位角。而太陽方位角就是影子方位角的對頂角。
- ② 例如當影子在東偏北 25 度時，太陽就在西偏南 25 度。
- 製作保麗龍半球時，便是按影子方位角插針，再將插針時的所依據的方位旋轉 180 度，就是太陽的方位角。



2. 關於影子軌跡的圖形：

我們利用牙籤式與地平式的日晷測得圖形均是弧形，而赤道式日晷則較接近一直線，除了所做出類似拋物線的日晷晷跡，有沒有可能有 m 形或其它圖形的軌跡圖？我們認為應該有，但必須符合下列條件，所呈現的軌跡圖都是有可能的：

- A. 配合太陽的方位太陽由東向西行進，影子由西向東行進！
- B. 配合太陽高度角，還有早上和下午影子最長，中午影子最短！

另外，我們也設計小實驗來證明：



實驗：探討一天的影子變化的情形。

實驗方法：

在赤道上插入 1 個珠珠針，轉動小球，模擬地球一日的運行。

實驗發現：

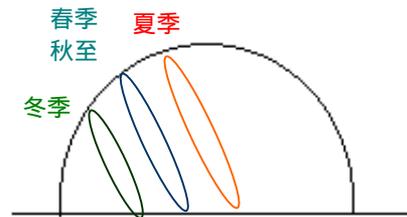
一天的影子的確類似拋物線
與我們所做的實驗一致！！



3.不同日期太陽的最高點的軌跡：

(1) 在高雄，正午太陽高度角最大最小各為幾度？又發生在什麼時候？我們由參考資料推測，最大為 91° ，最小為 44° ，分別在夏至及冬至。

(2) 由秋分至冬至，正午時太陽高度角愈來愈低；由冬至至春分，正午時太陽高度角愈來愈高！



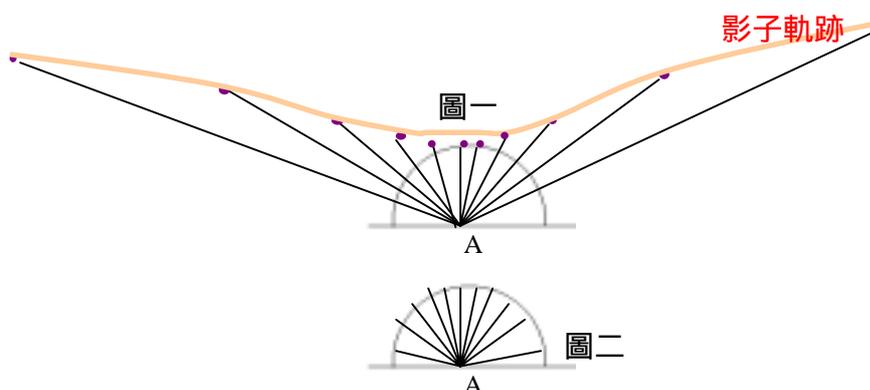
(3) 為什麼每天日正當中時，太陽高度角會不同？參考文獻發現，因為地球公轉的行進路線呈橢圓形，使得太陽高度角每天皆有差異；以一年來看，冬至時高度角最小，夏至時高度角最大，春分、秋分高度角相同，介於兩者之間。光靠正午的變化就可以找出一年的變化！

(4) 而我們將實驗結果做成保麗龍半球，和上圖比較後，雖然沒有冬至、春秋至及夏至的數據，但發現各日期太陽的走向，大致與上圖吻合。

4.我們的日晷測量結果與市售日晷的比較：

(1) 市面上的日晷是有刻度的，我們研究的軌跡圖也可以做出和市面日晷相似的圖形，如下：

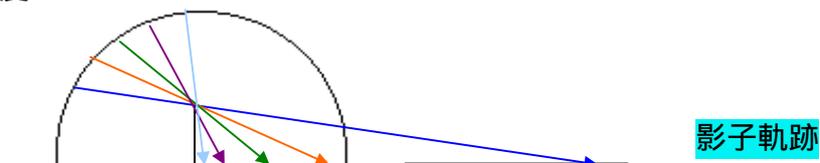
- 在軌面上，以晷針處 A 為圓心，畫一個半圓在軌跡圖的下方
- 將軌跡圖上時間的點分別連到 A，交半圓於各點。
- 保留半圓的部分，如圖二。
- 日晷的刻度即完成。



(2) 而為何赤道式日晷是等距的，而地平式日晷是中央較密而兩側較疏？我們提出的說明如下：

我們推測，赤道型日晷是依太陽在天球的運行而設計的，所以它的晷面刻度是等距的。而地平式日晷的晷面刻度，是依照影子而設計的，所以它的晷面刻度是不等距的。

等距的刻度

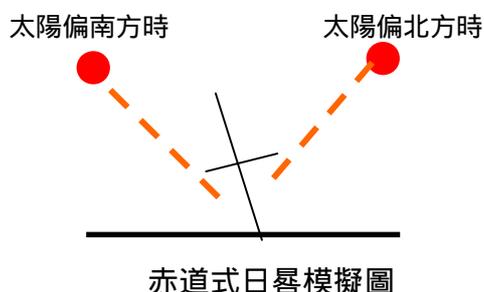


5 用日晷記量時間的限制？

- (1) 季節：每一天太陽的高度角都不盡相同，於是便以季節為單位，設計出不同的晷面刻度。例如：高雄都會公園的日晷有分三種晷面刻度：冬、春秋、夏。赤道式日晷也依太陽在天球運行的方位偏南或偏北，而分成兩種晷面。
- (2) 方位：需朝向正北
- (3) 障礙物：日影會被障礙物或障礙物的影子遮住，使得影子無法投設在晷面上。
- (4) 天氣：如陰天。雨天.....時沒有日影，便無法觀測。



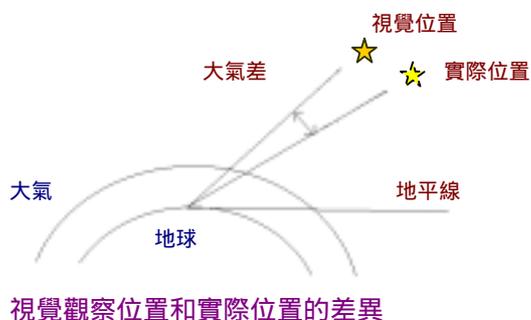
高雄市都會公園金雞日晷晷面



6. 視太陽與真太陽：

日晷測定的時刻完全由太陽的位置而定，地球表面充滿著空氣，由於空氣折射的關係，太陽、月亮或星星看起來要比原來的位置要高。大氣差在頭頂的空中是零，而且高度愈低，其差愈大。

因此日出或日落時的太陽只是一種假象的太陽，真正的太陽是在地平線之下。所以我們所做的實驗其實是視太陽，而在高海拔的地方影響比較小。



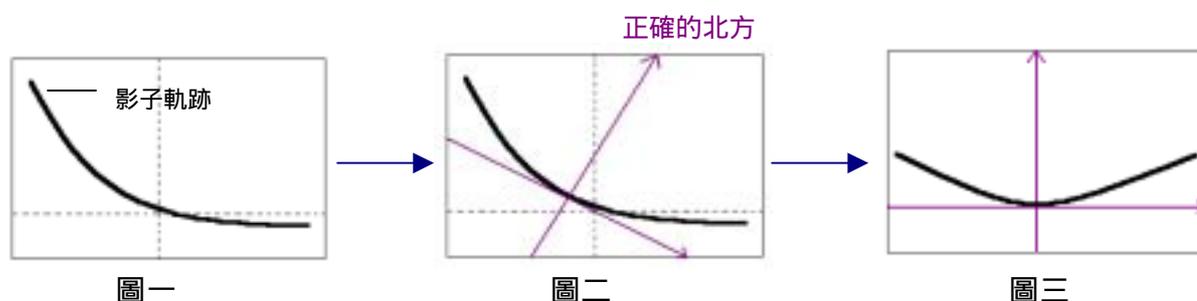
7. 檢驗主要公園日晷：

- (1) 高雄都會公園 - 地平式日晷 (但它的晷面刻度是早晨下午緊密而中午較疏)
台東史前博物館 - 赤道式日晷 (是 67.5 度的) 旗津海岸公園 - 地平式日晷 (晷面刻度是等距的) 台中都會公園 - 地平式日晷、台東親水公園 - 地平式日晷、台東舞鶴村 - 地平式日晷 (晷面刻度是等距的)
- (2) 旗津海岸公園日晷是模擬地平式日晷，但是是錯誤的！ (因為地平式日晷的晷面刻度是不等距的，但旗津海岸公園日晷的晷面刻度是等距的，由此我們推測，它是一個不正確的日晷)。

8. 心路歷程：

(1) 實驗中出乎意外的實驗結果：

有一天我們所做出地平式日晷的軌跡圖；它的圖形為一斜直線，並無預其中的轉折。我們推測日晷沒有朝向正北。以圖示說明如下：



2月21日的圖形都不是拋物線 (如圖一)，於是我們推測，它並未對準正北方。2. 找出影子軌跡的對稱軸，此為正確的北方 (如圖二)。將整個圖調正，就是標準的圖形了 (如圖三)。

【可能一】：是因太陽黑子當天的活動力特別旺盛，導致磁場改變，影響了指北針的準確度。

【可能二】：因為當天在六樓頂測量，六樓有機房及許多大型機器，所以我們猜測，機器的運轉，產生磁力，影響了指北針的準確度。

(2) 點滴在心頭：

在做科展的過程中，我們受到了許多的挫折，好幾次當實驗快要圓滿落幕時，太陽公公卻跟我們開了一個大玩笑，讓我們實驗就此中斷，於是我們只好心不甘情不願帶著默落的眼神，無奈的神情及疲憊的身心，收拾散在一地的日晷回到我們討論的地方，再重新修改日晷規劃實驗，一直到最後一次的實驗完成為止。

之後的書面報告，卻也搞的大家一個頭兩個大，尤其是數據處理及模型製作，至於作插圖更是困難，一張圖常要花上一個晚上才能完成！費了好多的時間及精力才把報告給完成，記憶中最深刻的是指導老師提出的問題，大家卯足了勁的討論找答案，大家一起合力完成的這種感覺真好！



看！我們夠努力吧！！



散落一地的日晷……淒淒慘慘淒淒……

八、結論

1. 竿與影子一日變化的關係，影子軌跡的圖形似一拋物線，影子是由西向東移動，且是投射在北方。可見太陽是由東向西移動，且偏向南方。越接近中午長度變化率越小，太陽在最高點時長度變化最小。長度與長度變化率的趨勢由上午至下午，大致上慢慢遞減，中午是最小值，接著又慢慢遞增。
2. 日晷依照晷針晷面的不同，具有地平式日晷、赤道式日晷……等以及我們自製簡便的牙籤型日晷。牙籤型日晷的晷針以 90° ，晷針的方向朝北方最佳！只要高度相同，改變「地平式日晷」晷針的角度，並不會影響影子的軌跡。赤道式日晷的影子軌跡圖有變化似一直線。
3. 由影子座標與竿長，利用三角函數算出太陽高度角及方位角，自製太陽在天球運行模型，發現一天之中太陽的軌跡成一完美的圓弧形，且行進的速率一致。但我們發現，太陽的運行是規律的，而影子的移動卻是不等距的！我們也藉由模擬實驗證明。另外比較 2 月 17 日和 4 月 7 日，太陽在天球的行進軌跡可知，冬至後不同月分太陽在天球的位置有逐漸上升的趨勢。
4. 本以為日晷只是簡單的實驗，全心投入後才發現其中有許多奧秘！藉由這個研究的進行，我們感受到：日常生活中看起來普通的東西，只要發揮好奇心深入去探索，我們一定可以收獲得比課本上所學的東西還多！大家一起合力完成的這種感覺真好！更重要的是體會到何謂科學精神及合作的重要。

九、參考資料

1. 國中第一冊理化課本 第四章 - 光 國立編譯館
2. 高雄都會公園 <http://www.cpami.gov.tw/khmp/kmp-home.htm>
3. 蘇州石刻天文圖 http://www.nmns.edu.tw/New/Multimedia/china/A-1-8_display.htm
4. 寒暑更迭-表影消長--蘇明俊 http://www.nknu.edu.tw/~gise/sky/e_02.htm
5. 科學教授之天文篇 故鄉編輯委員會編輯 故鄉出版社
6. 地球科學 戚啟勳著 季風出版社