

中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

國中-數學科

科 別：數 學 科

組 別：國 中 組

作品名稱：陰陽調和

關 鍵 詞：統計學、曆法、農曆

編 號：030411

學校名稱：

臺中縣立鹿寮國民中學

作者姓名：

黃千珊、許思瑩、蕭少宇、陳永裕

指導老師：

李家豪、洪錫裕



陰陽調和---探討農曆的奧秘

一、摘要

本研究主要在探討農曆在經過幾年要置閏，是否有一定的規律，過程是收集近百年的數據，整理後加以觀察，找出其規律。再研究天文方面的置閏規則，找出較好的置閏法，最後將兩者做比較統整。在生活上則引入探討幾年後農曆的生日會和國曆的生日在同一天問題。

二、研究動機

古代人們從事農牧，出入作息，耕耘收穫均和時間季節有關，由於日月星辰運行有規則週期性，而如何安排年月日之長短次序關係，就是編製曆法。農曆始於夏代，流傳至今仍受到大家的重視，但是一般人對於農曆的大小月、閏年規則卻不是很了解。因此我們在這此的科展研究這個主題，讓大家對農曆有更深入的了解。而在數學課本第六冊 2-1 中談到資料整理的部分，與我們的主題有密切的關係。

三、研究目的

1. 找出農曆閏月規則。
2. 找出比現行閏月規則更好的閏月規則。
3. 農曆的 19 年 7 閏的閏月規則是否需要調整？
4. 找尋農曆大、小月分佈的規則。
5. 研究一個人的生日經過幾年後農曆生日會和國曆生日在同一天。

四、研究設備及器材

電腦一部、電子計算機一部、筆和記錄紙

五、研究過程或方法

1. 藉由觀察近百年的閏年關係，找尋農曆閏年的規則。

根據觀察 1931 ~ 2050 年閏年的分佈(表一)，發現農曆閏年有一定的規則，每 19 年會有 7 個閏年，而每 19 年中的閏年分佈皆為每 2 或 3 年會有一個閏年，自 1931 ~ 1949 的 19 年閏年分佈為第 3、6、8、11、14、17、19 年有一個閏年，其後的每 19 年的閏年分佈皆為第 3、6、8、11、14、17、19 年有一個閏年，有一定的規律。唯一例外為依規律原本 1985 年應為閏年，卻提早到 1984 年，提早一年。

平閏年	年						
平	1931	1950	1969	1988	2007	2026	2045
平	1932	1951	1970	1989	2008	2027	2046
閏	1933	1952	1971	1990	2009	2028	2047
平	1934	1953	1972	1991	2010	2029	2048
平	1935	1954	1973	1992	2011	2030	2049
閏	1936	1955	1974	1993	2012	2031	2050
平	1937	1956	1975	1994	2013	2032	
閏	1938	1957	1976	1995	2014	2033	
平	1939	1958	1977	1996	2015	2034	
平	1940	1959	1978	1997	2016	2035	
閏	1941	1960	1979	1998	2017	2036	
平	1942	1961	1980	1999	2018	2037	
平	1943	1962	1981	2000	2019	2038	
閏	1944	1963	1982	2001	2020	2039	
平	1945	1964	1983	2002	2021	2040	
平	1946	1965	1985	2003	2022	2041	
閏	1947	1966	1984	2004	2023	2042	
平	1948	1967	1986	2005	2024	2043	
閏	1949	1968	1987	2006	2025	2044	

(表一)

2. 為何農曆的閏月規則為 19 年 7 閏？

我國傳統的農曆為陰陽合曆，希望能同時對月亮和太陽在天空中的運動有所掌握，其中定義月和日的部分，屬於陰曆；而定義年、季節的部分，則屬陽曆。由於月亮從朔到朔或從望到望的週期(朔望月)，平均為 29.5306 日，不是一個整數值，故農曆中為了使用上的方便，就把一個月的長度折衷分為兩類：大月 30 日，小月 29 日。這樣，即可透過大月和小月的相互彌補，使每個月的平均長度接近朔望月。

至於太陽在黃道上的運動，從冬至到冬至的平均週期(回歸年)是 365.2422，這個數目比十二個朔望月的總日數多，但卻又少於十三個朔望月，故農曆定義一年為十二個月。然而十二個完整的月(如果大、小月參半的話)約為 354 天，較一回歸年少了 11 天左右。如果讓陽曆和陰曆依此一情形各自排列下去，那麼就有可能出現在夏季過新年的「不合常理」的狀況。

$$12 \times 29.5306 = 354.3672$$

$$365.2422 - 354.3672 = 10.8750 \quad 11 \dots \dots \text{一年相差約 11 日}$$

$$16 \times 10.8750 = 174 \dots \dots \dots \text{經過 16 年約相差 6 個月}$$

若原本陰曆的元旦定在春季，經過 16 年陰曆的元旦會提前到夏季。因此為使四時與月序維持固定，並令陰曆某月某日對應於陽曆的日序亦不致越差越大，必須要置閏。要如何決定多久置一個閏月？首先我們希望 m 個回歸年的天數與 n 個朔望月的天數相等。即我們要找出一最小的 (m, n) 整數組合，滿足下面等式：

$$\text{回歸年} \times m = \text{朔望月} \times n$$

$$365.2422 \times m = 29.5306 \times n$$

$$n = \frac{m \times 365.2422}{29.5306} = m \times 12.36826$$

固定 $m = 1, 2, 3, \dots$ 正整數，利用軟體 Excel 求出對應的值如表二

m	1	2	3	4	5	6	7	8
n	12.36826	24.73652	37.10479	49.47305	61.84131	74.20957	86.57783	98.9461
m	9	10	11	12	13	14	15	16
n	111.3144	123.6826	136.0509	148.4191	160.7874	173.1557	185.5239	197.8922
m	17	18	19	20	21	22	23	24
n	210.2605	222.6287	234.997	247.3652	259.7335	272.1018	284.47	296.8383
m	25	26	27	28	29	30	31	32
n	309.2066	321.5748	333.9431	346.3113	358.6796	371.0479	383.4161	395.7844
m	33	34	35	36	37	38	39	40
n	408.1526	420.5209	432.8892	445.2574	457.6257	469.9940	482.3622	494.7305
m	41	42	43	44	45	46	47	48
n	507.0987	519.4670	531.8353	544.2035	556.5718	568.9401	581.3083	593.6766

(表二)

根據表二,可看出當 $m=19$ 時, $n = 234.997 \approx 235$, 誤差值約為 0.003, 比其它對應 n 和最接近整數的誤差都來的小。所以 $(m, n) = (19, 235)$ 是一個相當好的近似值, 也就是說在 19 個回歸年當中, 原本包含有 228 個農曆月, 比 235 個朔望月少了 7 個月, 故我們在 19 年中加入 7 個額外的月(閏月), 使農曆中陰曆和陽曆的對應較為和諧。

$$19 \times 12 = 228 \dots\dots\dots 19 \text{ 年不閏共 } 228 \text{ 個月}$$

$$235 - 228 = 7 \dots\dots\dots 19 \text{ 年中需加入 } 7 \text{ 個閏月}$$

$$19 \times 365.2422 = 6939.6018$$

3. 試著找出比現行閏月規則更好的方法。(使誤差值更小)

m	1	2	3	4	5	6	7	8
n	12.3683	24.7365	37.1048	49.4730	61.8413	74.2096	86.5778	98.9461
m	9	10	11	12	13	14	15	16
n	111.3144	123.6826	136.0509	148.4191	160.7874	173.1557	185.5239	197.8922
m	17	18	19	20	21	22	23	24
n	210.2605	222.6287	234.9970	247.3652	259.7335	272.1018	284.4700	296.8383
m	25	26	27	28	29	30	31	32
n	309.2066	321.5748	333.9431	346.3113	358.6796	371.0479	383.4161	395.7844
m	33	34	35	36	37	38	39	40
n	408.1526	420.5209	432.8892	445.2574	457.6257	469.9940	482.3622	494.7305
m	41	42	43	44	45	46	47	48
n	507.0987	519.4670	531.8353	544.2035	556.5718	568.9401	581.3083	593.6766
m	49	50	51	52	53	54	55	56
n	606.0448	618.4131	630.7814	643.1496	655.5179	667.8862	680.2544	692.6227
m	57	58	59	60	61	62	63	64
n	704.9909	717.3592	729.7275	742.0957	754.4640	766.8322	779.2005	791.5688
m	65	66	67	68	69	70	71	72
n	803.9370	816.3053	828.6736	841.0418	853.4101	865.7783	878.1466	890.5149
m	73	74	75	76	77	78	79	80
n	902.8831	915.2514	927.6197	939.9879	952.3562	964.7244	977.0927	989.4610
m	81	82	83	84	85	86	87	88
n	1001.8292	1014.1975	1026.5658	1038.9340	1051.3023	1063.6705	1076.0388	1088.4071
m	89	90	91	92	93	94	95	96
n	1100.7753	1113.1436	1125.5118	1137.8801	1150.2484	1162.6166	1174.9849	1187.3532

(表三)

根據表三可以發現 $m=11、30、49、68、87$ ，所對應的 n 值和最接近的整數差越來越小。而且這些數為公差為 19 的等差數列，所以我們推測繼續往下找可以找到數對 (m, n) 比 $(19, 235)$ 誤差更小。

m	87	106	125	144	163	182	201	220
n	1076.0388	1311.0358	1546.0328	1781.0297	2016.0267	2251.0237	2486.0207	2721.0177
m	239	258	277	296	315	334	353	372
n	2956.0146	3191.0116	3426.0086	3661.0056	3896.0026	4130.9995	4365.9965	4600.9935

(表四)

朔望月 = 29.5306								
回歸年 = 365.2422								
回歸年 ÷ 朔望月 = 12.3683								
$365.2422 \times m = 29.5306 \times n$								
m	1	2	3	4	5	6	7	8
n	12.3683	24.7365	37.1048	49.4730	61.8413	74.2096	86.5778	98.9461
m	9	10	11	12	13	14	15	16
n	111.3144	123.6826	136.0509	148.4191	160.7874	173.1557	185.5239	197.8922
m	17	18	19	20	21	22	23	24
n	210.2605	222.6287	234.9970	247.3652	259.7335	272.1018	284.4700	296.8383
m	25	26	27	28	29	30	31	32
n	309.2066	321.5748	333.9431	346.3113	358.6796	371.0479	383.4161	395.7844
m	33	34	35	36	37	38	39	40
n	408.1526	420.5209	432.8892	445.2574	457.6257	469.9940	482.3622	494.7305
m	41	42	43	44	45	46	47	48
n	507.0987	519.4670	531.8353	544.2035	556.5718	568.9401	581.3083	593.6766
m	49	50	51	52	53	54	55	56
n	606.0448	618.4131	630.7814	643.1496	655.5179	667.8862	680.2544	692.6227
m	57	58	59	60	61	62	63	64
n	704.9909	717.3592	729.7275	742.0957	754.4640	766.8322	779.2005	791.5688
m	65	66	67	68	69	70	71	72
n	803.9370	816.3053	828.6736	841.0418	853.4101	865.7783	878.1466	890.5149
m	73	74	75	76	77	78	79	80
n	902.8831	915.2514	927.6197	939.9879	952.3562	964.7244	977.0927	989.4610
m	81	82	83	84	85	86	87	88
n	1001.8292	1014.1975	1026.5658	1038.9340	1051.3023	1063.6705	1076.0388	1088.4071

m	89	90	91	92	93	94	95	96
n	1100.7753	1113.1436	1125.5118	1137.8801	1150.2484	1162.6166	1174.9849	1187.3532
m	97	98	99	100	101	102	103	104
n	1199.7214	1212.0897	1224.4579	1236.8262	1249.1945	1261.5627	1273.9310	1286.2993
m	105	106	107	108	109	110	111	112
n	1298.6675	1311.0358	1323.4040	1335.7723	1348.1406	1360.5088	1372.8771	1385.2454
m	113	114	115	116	117	118	119	120
n	1397.6136	1409.9819	1422.3501	1434.7184	1447.0867	1459.4549	1471.8232	1484.1914
m	121	122	123	124	125	126	127	128
n	1496.5597	1508.9280	1521.2962	1533.6645	1546.0328	1558.4010	1570.7693	1583.1375
m	129	130	131	132	133	134	135	136
n	1595.5058	1607.8741	1620.2423	1632.6106	1644.9789	1657.3471	1669.7154	1682.0836
m	137	138	139	140	141	142	143	144
n	1694.4519	1706.8202	1719.1884	1731.5567	1743.9250	1756.2932	1768.6615	1781.0297
m	145	146	147	148	149	150	151	152
n	1793.3980	1805.7663	1818.1345	1830.5028	1842.8710	1855.2393	1867.6076	1879.9758
m	153	154	155	156	157	158	159	160
n	1892.3441	1904.7124	1917.0806	1929.4489	1941.8171	1954.1854	1966.5537	1978.9219
m	161	162	163	164	165	166	167	168
n	1991.2902	2003.6585	2016.0267	2028.3950	2040.7632	2053.1315	2065.4998	2077.8680
m	169	170	171	172	173	174	175	176
n	2090.2363	2102.6046	2114.9728	2127.3411	2139.7093	2152.0776	2164.4459	2176.8141
m	177	178	179	180	181	182	183	184
n	2189.1824	2201.5506	2213.9189	2226.2872	2238.6554	2251.0237	2263.3920	2275.7602
m	185	186	187	188	189	190	191	192
n	2288.1285	2300.4967	2312.8650	2325.2333	2337.6015	2349.9698	2362.3381	2374.7063
m	193	194	195	196	197	198	199	200
n	2387.0746	2399.4428	2411.8111	2424.1794	2436.5476	2448.9159	2461.2842	2473.6524
m	201	202	203	204	205	206	207	208
n	2486.0207	2498.3889	2510.7572	2523.1255	2535.4937	2547.8620	2560.2302	2572.5985
m	209	210	211	212	213	214	215	216
n	2584.9668	2597.3350	2609.7033	2622.0716	2634.4398	2646.8081	2659.1763	2671.5446
m	217	218	219	220	221	222	223	224
n	2683.9129	2696.2811	2708.6494	2721.0177	2733.3859	2745.7542	2758.1224	2770.4907
m	225	226	227	228	229	230	231	232
n	2782.8590	2795.2272	2807.5955	2819.9638	2832.3320	2844.7003	2857.0685	2869.4368
m	233	234	235	236	237	238	239	240
n	2881.8051	2894.1733	2906.5416	2918.9098	2931.2781	2943.6464	2956.0146	2968.3829

m	241	242	243	244	245	246	247	248
n	2980.7512	2993.1194	3005.4877	3017.8559	3030.2242	3042.5925	3054.9607	3067.3290
m	249	250	251	252	253	254	255	256
n	3079.6973	3092.0655	3104.4338	3116.8020	3129.1703	3141.5386	3153.9068	3166.2751
m	257	258	259	260	261	262	263	264
n	3178.6434	3191.0116	3203.3799	3215.7481	3228.1164	3240.4847	3252.8529	3265.2212
m	265	266	267	268	269	270	271	272
n	3277.5894	3289.9577	3302.3260	3314.6942	3327.0625	3339.4308	3351.7990	3364.1673
m	273	274	275	276	277	278	279	280
n	3376.5355	3388.9038	3401.2721	3413.6403	3426.0086	3438.3769	3450.7451	3463.1134
m	281	282	283	284	285	286	287	288
n	3475.4816	3487.8499	3500.2182	3512.5864	3524.9547	3537.3230	3549.6912	3562.0595
m	289	290	291	292	293	294	295	296
n	3574.4277	3586.7960	3599.1643	3611.5325	3623.9008	3636.2690	3648.6373	3661.0056
m	297	298	299	300	301	302	303	304
n	3673.3738	3685.7421	3698.1104	3710.4786	3722.8469	3735.2151	3747.5834	3759.9517
m	305	306	307	308	309	310	311	312
n	3772.3199	3784.6882	3797.0565	3809.4247	3821.7930	3834.1612	3846.5295	3858.8978
m	313	314	315	316	317	318	319	320
n	3871.2660	3883.6343	3896.0026	3908.3708	3920.7391	3933.1073	3945.4756	3957.8439
m	321	322	323	324	325	326	327	328
n	3970.2121	3982.5804	3994.9486	4007.3169	4019.6852	4032.0534	4044.4217	4056.7900
m	329	330	331	332	333	334	335	336
n	4069.1582	4081.5265	4093.8947	4106.2630	4118.6313	4130.9995	4143.3678	4155.7361
m	337	338	339	340	341	342	343	344
n	4168.1043	4180.4726	4192.8408	4205.2091	4217.5774	4229.9456	4242.3139	4254.6822
m	345	346	347	348	349	350	351	352
n	4267.0504	4279.4187	4291.7869	4304.1552	4316.5235	4328.8917	4341.2600	4353.6283
m	353	354	355	356	357	358	359	360
n	4365.9965	4378.3648	4390.7330	4403.1013	4415.4696	4427.8378	4440.2061	4452.5743
m	361	362	363	364	365	366	367	368
n	4464.9426	4477.3109	4489.6791	4502.0474	4514.4157	4526.7839	4539.1522	4551.5204
m	369	370	371	372	373	374	375	376
n	4563.8887	4576.2570	4588.6252	4600.9935	4613.3618	4625.7300	4638.0983	4650.4665

(表五)

為了數學的嚴謹性，進一步求出 $m=1\sim 376$ 所對應的 n 值 (表五)，由表五可看出 $(m, n) = (334, 4131)$ 為其中最好的一組整數解。

$$334 \times 365.2422 = 121990.8948$$

$$4131 \times 29.5306 = 121990.9086$$

$$121990.9086 - 121990.8948 = 0.0138 < 0.0892$$

$$4131 - 334 \times 12 = 123$$

由表四及上式，可發現 $(m, n) = (334, 4131)$ 的誤差值 0.0138 日 比 $(19, 235)$ 的誤差值 0.0892 日更小。即 334 年有 123 個閏月，誤差值約 19 分 52 秒，比 19 年 7 閏的誤差值約 2 小時 8 分 2 秒小。

4. 農曆的 19 年 7 閏的閏月規則是否需要調整？

我們將收集多一點數據從 1798 ~ 2310 年的閏年情形，整理並製成表六、表七、表八，透過這三個表格可以很明顯的看出來在表六中的閏年是第 3、6、8、11、14、16、19 年為一閏，但表七中從 1893 起為第 3、6、8、11、14、17、19 年為一閏，表八中從 2254 年起轉為第 3、6、9、11、14、17、19 年為一閏。從 1798 ~ 2310 年間的閏月規則在 1909 年和 2261 年其閏月規則有所調整，其間經過了 353 年。即在經過 334 年的後 19 年進行調整。

我們在上一個主題討論比 19 年 7 閏更好的閏月規則，當中找出的 334 年 123 閏比 19 年 7 閏更好，所以農曆的閏月規則以 19 年為一個單位，19 年當中基本上以 3 年為一個單位，但有二個 2 年一閏，有順序關係。1893~2253 年間 3、3、2、3、3、3、2 年為一閏，而這樣的順序，經過 334 年的後 19 年要加以調整(353 年)，調整之後的 19 年又維持一定的順序，2254 起每個 19 年為 3、3、3、2、3、3、2 年為一閏。

平	1798	1817	1836	1855	1874
平	1799	1818	1837	1856	1875
閏	1800	1819	1838	1857	1876
平	1801	1820	1839	1858	1877
平	1802	1821	1840	1859	1878
閏	1803	1822	1841	1860	1879
平	1804	1823	1842	1861	1880
閏	1805	1824	1843	1862	1881
平	1806	1825	1844	1863	1882
平	1807	1826	1845	1864	1883
閏	1808	1827	1846	1865	1884
平	1809	1828	1847	1866	1885
平	1810	1829	1848	1867	1886
閏	1811	1830	1849	1868	1887
平	1812	1831	1850	1869	1888
閏	1813	1832	1851	1870	1889
平	1814	1833	1852	1871	1890
平	1815	1834	1853	1872	1891
閏	1816	1835	1854	1873	1892

(表六)

平	1893	1912	1931	1950	1969	1988	2007	2026	2045	2064
平	1894	1913	1932	1951	1970	1989	2008	2027	2046	2065
閏	1895	1914	1933	1952	1971	1990	2009	2028	2047	2066
平	1896	1915	1934	1953	1972	1991	2010	2029	2048	2067
平	1897	1916	1935	1954	1973	1992	2011	2030	2049	2068
閏	1898	1917	1936	1955	1974	1993	2012	2031	2050	2069
平	1899	1918	1937	1956	1975	1994	2013	2032	2051	2070
閏	1900	1919	1938	1957	1976	1995	2014	2033	2052	2071
平	1901	1920	1939	1958	1977	1996	2015	2034	2053	2072
平	1902	1921	1940	1959	1978	1997	2016	2035	2054	2073
閏	1903	1922	1941	1960	1979	1998	2017	2036	2055	2074
平	1904	1923	1942	1961	1980	1999	2018	2037	2056	2075
平	1905	1924	1943	1962	1981	2000	2019	2038	2057	2076
閏	1906	1925	1944	1963	1982	2001	2020	2039	2058	2077
平	1907	1926	1945	1964	1983	2002	2021	2040	2059	2078
平	1908	1927	1946	1965	1984	2003	2022	2041	2060	2079
閏	<u>1909</u>	1928	1947	1966	1985	2004	2023	2042	2061	2080
平	1910	1929	1948	1967	1986	2005	2024	2043	2062	2081
閏	1911	1930	1949	1968	1987	2006	2025	2044	2063	2082
平	2083	2102	2121	2140	2159	2178	2197	2216	2235	
平	2084	2103	2122	2141	2160	2179	2198	2217	2236	
閏	2085	2104	2123	2142	2161	2180	2199	2218	2237	
平	2086	2105	2124	2143	2162	2181	2200	2219	2238	
平	2087	2106	2125	2144	2163	2182	2201	2220	2239	
閏	2088	2107	2126	2145	2164	2183	2202	2221	2240	
平	2089	2108	2127	2146	2165	2184	2203	2222	2241	
閏	2090	2109	2128	2147	2166	2185	2204	2223	2242	
平	2091	2110	2129	2148	2167	2186	2205	2224	2243	
平	2092	2111	2130	2149	2168	2187	2206	2225	2244	
閏	2093	2112	2131	2150	2169	2188	2207	2226	2245	
平	2094	2113	2132	2151	2170	2189	2208	2227	2246	
平	2095	2114	2133	2152	2171	2190	2209	2228	2247	
閏	2096	2115	2134	2153	2172	2191	2210	2229	2248	
平	2097	2116	2135	2154	2173	2192	2211	2230	2249	
平	2098	2117	2136	2155	2174	2193	2212	2231	2250	
閏	2099	2118	2137	2156	2175	2194	2213	2232	2251	
平	2100	2119	2138	2157	2176	2195	2214	2233	2252	
閏	2101	2120	2139	2158	2177	2196	2215	2234	2253	

(表七)

平	2254	2273	2292
平	2255	2274	2293
閏	2256	2275	2294
平	2257	2276	2295
平	2258	2277	2296
閏	2259	2278	2297
平	2260	2279	2298
平	2261	2280	2299
閏	2262	2281	2300
平	2263	2282	2301
閏	2264	2283	2302
平	2265	2284	2303
平	2266	2285	2304
閏	2267	2286	2305
平	2268	2287	2306
平	2269	2288	2307
閏	2270	2289	2308
平	2271	2290	2309
閏	2272	2291	2310

(表八)

5. 農曆閏月閏幾月如何決定？

這個部分在第 16 屆全國科展已討論過了，詳細結果可參閱第 16 屆全國科展數學科第二名農曆的閏月規則。

農曆閏哪個月，決定於一年中的二十四個節氣。我國農曆將二十四個節氣分十二個節氣和十二個中氣，排列如下：

月份	正月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
節氣	立春	驚蟄	清明	立夏	芒種	小暑	立秋	白露	寒露	立冬	大雪	小寒
中氣	雨水	春分	穀雨	小滿	夏至	大暑	處暑	秋分	霜降	小雪	冬至	大寒

二十四節氣在農曆中的日期是逐月推遲的。於是有的農曆月份，中氣落在月末，下月個就沒有中氣。一般每過兩年多就有一個沒有中氣的月，這正好和需要加閏月的年頭相符。所以農曆就規定把沒有中氣的那個月作為閏月。

6. 觀察 1930~1941 年農曆的大、小月分佈，試著找出規則。

年分 月分	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941
正月	小	大	大	小	小	小	大	大	大	大	大	大
二月	大	大	大	大	大	小	小	小	大	大	大	大
三月	大	小	大	大	小	大	小大	小	小	小	小	小
四月	小	大	小	小	大	小	小	大	小	小	大	大
五月	小	小	大	大大	大	大	小	小	大	大	小	大
六月	大小	大	小	小	小	小	大	小	小	小	大	小大
七月	小	小	大	大	大	大	大	大	小大	小	小	小
八月	大	小	小	小	小	大	小	小	小	大	小	小
九月	小	大	小	大	大	小	大	大	大	小	大	大
十月	大	小	大	小	大	大	大	大	大	大	小	小
十一月	大	大	小	小	小	大	大	大	小	小	大	大
十二月	小	小	大	大	大	小	小	小	大	大	小	小

(表九)

註：大月 30 天
小月 29 日

$$\frac{78}{149} \times 100$$

$$100 - 52 = 48$$

根據表八，農曆大小月分佈沒有找出一定的規律，但可能有規則，不過由於太過複雜，現在不討論，留在未來做為另一科展主題的討論。雖在大小月分佈沒有找到規則，但卻發現 149 個月中有 78 個大月、71 個小月，相當 100 個月中約有 52 個大月，48 個小月。而朔望月為 29.5306，根據小數部分 0.5306 可知 100 個月中約會有 53 個大月，47 個小月，回顧上面所得到的結果，可以加以驗證。

$$\frac{30 \times 53 + 29 \times 47}{100} = 29.53$$

7. 研究一個人的生日經過幾年後農曆生日會和國曆生日在同一天。

座號	出生年 國曆生日	出生年 農曆生日	前 38 年 國曆生日 對應農曆	前 19 年 國曆生日 對應農曆	後 19 年 國曆生日 對應農曆	後 38 年 國曆生日 對應農曆
1	3月3日	1月16日	1月15日	1月15日	1月14日	1月15日
2	12月6日	10月16日	10月17日	10月17日	10月16日	10月17日
3	8月26日	7月15日	7月13日	7月14日	7月14日	7月14日
4	7月20日	6月7日	6月6日	6月7日	6月7日	6月7日
5	8月25日	7月14日	7月12日	7月13日	7月13日	7月13日
6	2月23日	1月7日	1月7日	1月7日	1月6日	1月7日
7	2月14日	12月27日	12月28日	12月28日	12月27日	12月27日
8	3月13日	1月26日	1月25日	1月25日	1月25日	1月26日
9	6月7日	4月23日	4月22日	4月23日	4月22日	4月22日
10	6月3日	4月19日	4月18日	4月19日	4月18日	4月18日
11	6月27日	5月14日	5月13日	5月13日	5月13日	5月13日
12	4月27日	3月12日	3月11日	3月11日	3月11日	3月11日
13	2月25日	1月9日	1月9日	1月9日	1月8日	1月9日
14	8月10日	6月18日	6月17日	6月18日	6月18日	6月18日
15	12月22日	11月2日	11月3日	11月3日	11月3日	11月3日
16	11月22日	10月2日	10月3日	10月3日	10月2日	10月3日
17	10月18日	9月26日	9月27日	9月27日	9月27日	9月27日
18	3月13日	2月26日	2月25日	2月25日	2月24日	2月25日
19	6月15日	5月2日	5月1日	5月1日	5月1日	5月1日
20	12月1日	10月11日	10月12日	10月12日	10月11日	10月12日
21	11月18日	10月27日	10月28日	10月29日	10月28日	10月29日
22	3月22日	2月5日	2月4日	2月4日	2月5日	2月4日
23	6月13日	4月29日	4月28日	4月29日	4月28日	4月28日
24	2月1日	2月14日	2月14日	2月14日	2月15日	2月15日
25	4月1日	2月15日	2月14日	2月14日	2月15日	2月15日
26	4月17日	3月2日	3月1日	3月1日	3月1日	3月1日
27	2月16日	12月29日	12月30日	12月30日	12月29日	12月29日
28	4月1日	2月15日	2月14日	2月14日	2月15日	2月15日
29	11月28日	10月8日	10月9日	10月9日	10月8日	10月9日
30	7月4日	5月21日	5月20日	5月20日	5月20日	5月20日
31	1月13日	1月24日	1月25日	1月25日	1月25日	1月25日
32	9月13日	7月21日	7月21日	7月21日	7月21日	7月22日

(表十)

由於農曆的閏月規則為 19 年 7 閏且根據我們上面對閏年誤差值的研究發現 19 年 7 閏的誤差值約 2 小時 8 分 2 秒。所以推測在十九年之後的國曆生日會和農曆生日在同一天，收集本校 203 班全班的國曆生日和農曆生日，透過查萬年曆，找出前 19、38 年和後 19、38 年的國曆生日所對應的農曆月日。整理成表格見表九，根據表九，發現在前後 19、38 年中的國曆生日對應的農曆月日和農曆生日的誤差值皆小於 2 日。所以我們在找尋幾年後國曆生日會和農曆生日會在同一天時，可以從 19 年的倍數年中去找出。一般人觀念中以為 19 年後農曆和國曆的生日會在同一天，並不完全正確，應是說 19 年後農曆和國曆的生日可能在同一天，不是絕對的。但其農曆和國曆生日相差不超過二天是可以確定的。

六、研究成果

1. (1)利用觀察法找出農曆閏月規則為 19 年會有 7 個閏年，且自 1931 之後 19 年閏年分佈為第 3、6、8、11、14、17、19 年有一個閏年。(2)找出一最小的 (m, n) 整數組合，滿足：回歸年 $\times m =$ 朔望月 $\times n$ ；利用固定 m 值為 1,2,3....，找出對應的 n 中最接整數的，找到 $(m,n) = (19, 235)$ 即為現行的 19 年多 7 個閏月。(3)找出比現行閏年規則更好的閏年規則，為 334 年有 123 個閏月，誤差值約 19 分 52 秒。
2. 觀察 1798 ~ 2310 年的閏年情形，得到農曆的閏月規則以 19 年為一個單位，19 年當中基本上以 3 年為一閏共四個，但有二個 2 年一閏，有順序關係。經過 334 年的後 19 年要加以調整(353 年)，調整之後的 19 年又維持一定的順序。如在 1893~2253 年間 3、3、2、3、3、3、2 年為一閏，而這樣的順序，經過 334 年的後 19 年要加以調整(353 年)，調整之後的 19 年又維持一定的順序，2254 起每個 19 年為 3、3、3、2、3、3、2 年為一閏。
3. 統計 1930~1941 年的大小月個數，得到一個結論連續 100 個月中約有 52 個大月，48 個小月。並以朔望月 29.5306 日，推論連續 100 個月中約有 53 個大月，47 個小月，驗證前面的結論。
4. 找尋幾年後國曆生日會和農曆生日會在同一天時，推測 19 年後並透過本校 203 班同學的生日驗證，發現 19 年的倍數年的國曆生日所對應的農曆月日和農曆生日差小於二天，所以應可在 19、38、57...年後找出。修正一般人觀念中以為 19 年後農曆和國曆的生日會在同一天，應為 19 年後農曆和國曆的生日可能在同一天，不是絕對的。但其農曆和國曆生日相差不超過二天是可以確定的。

七、參考資料及其他

1. 田家春編(民 91 年)，新編八用萬年曆，昭文社
2. 林子鈴著(民 89 年)，曆，南非 2000 年科學博覽會銅牌獎
3. 黃一農著(民 86 年)，中國農曆置閏法則考釋，清華大學歷史研究所
4. 鄭瑩、余宗寬著，時間與曆法，銀禾文化事業
5. 闕明月 等二人(民 65 年)，農曆的閏月規則，16 屆全國科展數學科第二名