

# 中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

## 國中-物理科

科 別：物 理 科

組 別：國 中 組

作品名稱：力與美的平衡

關 鍵 詞：黃金比例、力矩、平衡

編 號：030106

---

**學校名稱：**

高雄市立陽明國民中學

**作者姓名：**

徐浩博、朱為麟、徐暘胤

**指導老師：**

葉安琦、藍玉山



# 力與美的平衡

## 壹、摘要：

本研究主要以一個能夠讓酒瓶站起來的酒瓶架，找出它為什麼可以讓不同形狀的酒瓶站起來，以及酒瓶內液體的量不同，也不影響它的穩定性的原因。結果證明酒瓶架穩定性高的原因，是因為它的底面積大。當瓶內的液體量不同時，而酒瓶和酒瓶架的整體重心會調整，但只要落在底面積內，即可平衡站立。並且也在底面積內找到平衡支點，並以支點計算，滿足槓桿定律平衡的條件。

本研究並發現到酒瓶架的設計，除了平衡的考量外，也考慮到視覺上的美感。酒瓶架底部和斜角穿孔均為  $45^\circ$ ，可造成酒瓶以水平姿態站立。也可使酒瓶和酒瓶架形成的矩形外觀長寬比，接近黃金比例。接著進一步討論，如何以本研究的發現，設計出特殊造型的酒瓶架，及其他符合力與美的產物呢？

## 貳、研究動機：

家裡有一個酒瓶架，雖然長得輕薄短小。但是只要把酒瓶放入，它就會昂然站立，瞧它站立的英姿，充滿了力與美。更神奇的是家裡的酒瓶，無論是米酒瓶、或是各種形狀的洋酒瓶；只要調整好酒瓶的位置，它就會屹立不搖。而且不管酒瓶是全滿、半滿或空瓶，都可以使它站起來。對這個酒瓶架，我實在好奇已久，直到最近，上了國二理化，發現課本第一冊的第 6 章中，介紹了力的平衡。我才驀然領悟到酒瓶架和酒瓶不就是一種充滿力與美的平衡嗎？但是媽媽鼓勵我繼續研究，於是我就找同學一起來研究。

瞧！酒瓶和酒瓶架所形成的姿勢，是不是像藝術品般充滿美感。



## 參、研究目的：

- (一) 探討酒瓶架為何可以站立。
- (二) 探討酒瓶架符合美的條件。
- (三) 找出酒瓶架設計的原理，並應用其原理在其他物品。

#### 肆、研究設備及器材：

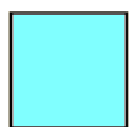
酒瓶架、酒瓶、長棒、尺、砝碼、木塊、繩子、膠帶、木板

看！我們的道具還算簡便吧！



#### 伍、文獻探討：

- 一、當物體符合槓桿定律：施力×施力臂 = 抗力×抗力臂時，會呈現平衡狀態。
- 二、若是施力×施力臂 ≠ 抗力×抗力臂時，物體則會呈現轉動，會向力矩大的方向轉動。（以上節錄自牛頓研習百科 p10）
- 三、重心和穩定性有關係，重心的鉛垂線落在底面積內，物體即可平衡。（以上節錄自牛頓研習百科 p10、11）
- 四、「黃金比例」的歷史可以回溯到古希臘時代，當時的人們發現，如果把一條線段分成長短兩段，而且「全段長：長段長 = 長段長：短段長」的話，這種分割方式叫做「黃金分割」，而分割出來的兩線段長的比，就叫做「黃金比例」， $(x+y) : x = x : y$ 。為了方便，我們把  $y$  當作 1，那麼經過運算之後， $x$  大約等於 1.618，



感覺 甲

乙

丙

五、為什麼「乙」長方形看起來的最好呢？它裡頭隱藏了什麼祕密嗎？有的！那就是它的長和寬符合了「黃金比例」。

六、古希臘人將「黃金比例」廣泛運用在建築、美術、雕塑、音樂當中，而且隨著科學的發展，科學家發現，「黃金比例」其實普遍存在於自然界裡，像植物的葉片、花瓣，還有螺類的生長曲線等等，都找得到黃金比例的蹤跡喔！【以上節錄自為尼哥哥開講 28：黃金比例】

## 陸、研究過程：

初步觀察：標準酒瓶架長 24 公分，寬 8.5 公分，最大厚度為 3.1 公分。兩側傾斜，  
酒瓶架 2/3 處有一個斜角穿孔的洞，

初步研究：1. 酒瓶內的液體無論體積多少，皆可使酒瓶架站立。

2. 不同的酒瓶亦可使酒瓶架站立。

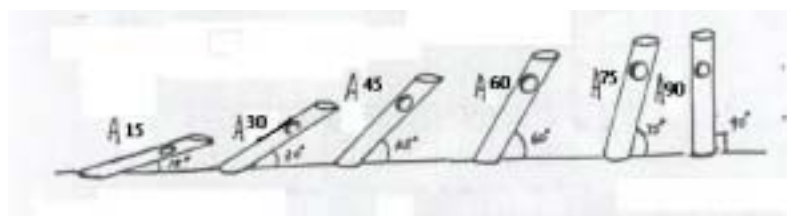
## 研究一、探討酒瓶架為何能夠站起來。

### 問題（一）：使酒瓶架平衡的掛重範圍為何？

想法：1、酒瓶無論是空瓶、半滿、或是全滿，皆可使酒瓶架站起來。因此使酒瓶架平衡的是一個範圍的力，而不是一個固定的力量。

2、底面傾斜角度不同的酒瓶架其平衡的掛重範圍為何？

方法：1、製造底面傾斜角度不同的酒瓶架。A15°、A 30° A45°、A60° A75°、A90° 如圖



2、取一根長棒，穿入不同酒瓶架中的斜孔；在棒的另一側掛砝碼，記錄使酒瓶架仍保持平衡的掛重範圍。如照片（二）（註：本實驗控制掛重的力臂為固定值）

照片（二）



看我們三個臭皮  
匠，多麼小心在操作  
實驗！

結果：如下表

| 酒瓶架編號   | A15° | A30°  | A45°  | A60° | A75° | A90° |
|---------|------|-------|-------|------|------|------|
| 掛重範圍（克） | 0~92 | 25~72 | 16~48 | 7~34 | 支撐不住 | 支撐不住 |

發現： 1、酒瓶架上的砝碼，掛重在一定範圍內，酒瓶架能平衡站起。掛重超出實驗結果上限值，向掛重一側傾斜，低於實驗結果下限值，則向另一側傾斜。

2、使酒瓶架平衡的力是一個範圍，而不是一個固定值。

3、酒瓶架所能支持的重量範圍  $A15^\circ > A30^\circ > A45^\circ > A60^\circ$ ，其比值約為 18 : 10 : 5 : 1。

4、 $A75^\circ$ 、 $A90^\circ$  酒架穩定度差。

討論：酒瓶架底面傾斜角度愈小，愈容易平衡，所能支撐的重量範圍愈大。

但是底面傾斜角度愈小，其底面積愈大。因此穩定的範圍是和底面傾斜角度還是和底面積有關，有待進一步釐清。

### 問題（二）：酒瓶架的穩定是和底面傾斜角度有關嗎？

方法：把和 A3 底面相同的墊木，用雙面膠帶黏接在不同的酒瓶架（ $A15^\circ \sim A60^\circ$ ），再用砝碼比照前面作掛重範圍實驗。

結果：如下表

| 酒 瓶 架 角<br>度     | $A15^\circ$ | $A30^\circ$ | $A45^\circ$ | $A60^\circ$ |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 掛 重 範 圍<br>( 克 ) | 16~65       | 18~71       | 5~56        | 0~45        |

發現：相同底面積，酒瓶架的傾斜角度對穩定程度影響不大。

### 問題（三）：酒瓶架的穩定是和底面積有關嗎？

方法：用相同的酒瓶架，貼不同底面積的墊木（用  $A30^\circ$ 、 $A45^\circ$ 、 $A60^\circ$  的底面積），再用砝碼比照前面作掛重範圍實驗。

看我們聰明吧！只把這些墊木，貼在酒瓶架上就，可改變酒瓶架的底面積（其實也是想好久）



結果：如下表

A15° 酒瓶架

| 墊木   | 30° 的墊木 | 45° 的墊木   | 60° 的墊木  |
|------|---------|-----------|----------|
| 酒架掛重 | 16g~65g | 21g ~ 54g | 21g ~47g |

#### A30° 酒瓶架

| 墊木   | 30° 的墊木  | 45° 的墊木   | 60° 的墊木  |
|------|----------|-----------|----------|
| 酒架掛重 | 18g~ 71g | 26g ~ 67g | 32g ~57g |

#### A45° 酒瓶架

| 墊木    | 30° 的墊木 | 45° 的墊木   | 60° 的墊木  |
|-------|---------|-----------|----------|
| 酒瓶架掛重 | 5g~ 56g | 14g ~ 48g | 25g ~43g |

#### A60° 酒瓶架

| 墊木    | 30° 的墊木  | 45° 的墊木  | 60° 的墊木 |
|-------|----------|----------|---------|
| 酒瓶架掛重 | 0g ~ 45g | 0g ~ 34g | 6g ~33g |

發現：1.底面積大小：30° 的墊木 > 45° 的墊木 > 60° 的墊木

2.酒瓶架底面積愈大，酒瓶架掛重的支撐範圍愈大。

過重了！酒瓶架快倒了



#### 問題（四）：探討酒瓶架為什麼穩定度高？

想法：是不是酒瓶架的底面積大，因此任何酒瓶，只要整體重心，落在底面積的機會也大，因此穩定高。

驗證：將清酒酒瓶放入 A30° 酒架，並以雙面膠固定，改變酒瓶內的水量，觀察酒瓶架穩定性，並尋找其重心垂線，觀察是否落在底面積內。



結果：如下表

| 酒瓶水量 | 是否平衡 | 重心垂線是否落在底面積內 |
|------|------|--------------|
| 空瓶   | 是    | 是            |
| 半滿   | 是    | 是            |
| 全滿   | 否    | 否            |

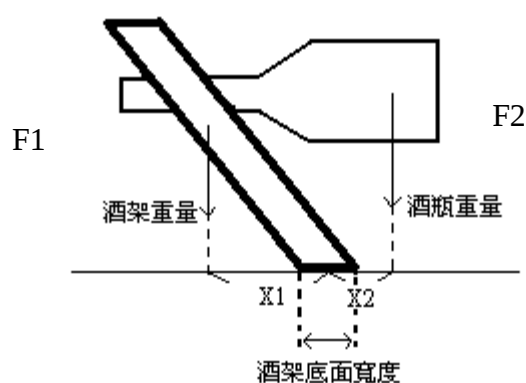
表 8

發現 1：酒瓶內水量增加整體重心向左移。

2：當整體重心移動，但重心垂線仍落在底面積內，則酒架能平衡站立，當酒瓶架無法站立，則重心垂線落在底面積外。

**問題（五）：酒瓶架的平衡-重心理論，是否符合槓桿定律？**

想法：從前面的實驗中推論可知，酒瓶架底部面積中應該有一個真正的平衡支點。那麼若找出此平衡支點，是否符合槓桿定律  $x_1 \times F_1 = x_2 \times F_2$ ？



方法：分別以酒瓶與鐵棒置於酒架上，在酒架底面積上，尋找平衡的支線，再分別測量酒瓶架的重心垂線到支點的距離  $x_1$ ，酒瓶長棒的重心的垂線到支點的距離  $x_2$ ，並驗算  $x_1 \times F_1$  與  $x_2 \times F_2$  是否相等。



結果：

|    | X1<br>(公分) | X2<br>(公分) | F1<br>(克重) | F2<br>(克重) | $x_1 \times F_1$ | $x_2 \times F_2$ |
|----|------------|------------|------------|------------|------------------|------------------|
| 酒瓶 | 1.9        | 6.9        | 490        | 140        | 931              | 966              |
| 長棒 | 9.2        | 7.3        | 115        | 140        | 1058             | 1022             |

註：1.本實驗以 A15° 酒架進行。

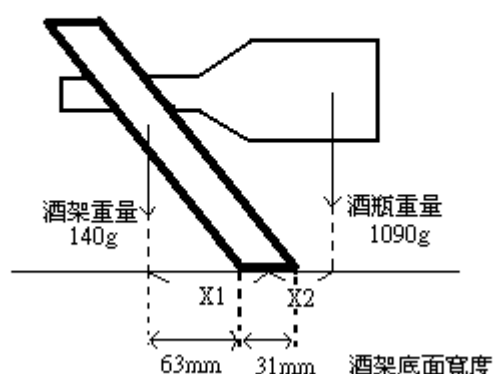
2. F1 為酒瓶（490 克重）或長棒重量（115 克重），  
F2 為酒瓶架重量。

發現：1、酒瓶架在平衡狀態能找出一個真正的平衡支線。

2、 $x_1 \times F_1$  與  $x_2 \times F_2$  相近，實驗結果與基本原理施力×施力臂 = 抗力×抗力臂符合。

問題（六）：當酒瓶內的水量變化時，對整體重心的影響為何？

方法：在酒瓶中 逐次加入 100g、200g、300g、400g、500g、600g 的水。量測酒瓶與酒瓶架的重量與重心位置，及量測酒瓶與酒瓶架兩重心垂線之間的距離。並利用槓桿定律（ $x_1 \times F_1 = x_2 \times F_2$ ），來求整體重心的位置（ $x_1$ ）。並利用  $x_1$  的變化量來求當水量變化時，對整體重心的變化量。



結果：如下表

| 水量 (g)              | 0 (空瓶) | 100  | 200    | 300    | 400    | 500    | 600 (全滿) |
|---------------------|--------|------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 酒瓶重 (含水)            | 490g   | 590g | 690g   | 790g   | 890g   | 990g   | 1090g    |
| 力臂和 ( $x_1 + x_2$ ) | 96mm   | 99mm | 99.3mm | 89.7mm | 94mm   | 93mm   | 96mm     |
| 酒架重                 | 140g   | 140g | 140g   | 140g   | 140g   | 140g   | 140g     |
| 酒架力臂                | 74.7mm | 80mm | 82.6mm | 76.2mm | 81.2mm | 81.5mm | 85mm     |

X1 (酒瓶架力臂) 以下面之計算法求得 : (以空瓶與全滿之狀態下說明)

$$140 \times X1 = 490 (96 - X1) \quad X1 = 74.7$$

$$140 \times X1 = 1090 (96 - X1) \quad X1 = 85.1$$

發現：1 由表中酒瓶內的水量變化，讓 X1 值 (酒瓶架力臂) 也相對改變，因此整體重心也隨之改變。

2 整體重心變化範圍，是在空瓶與全滿時之間，即

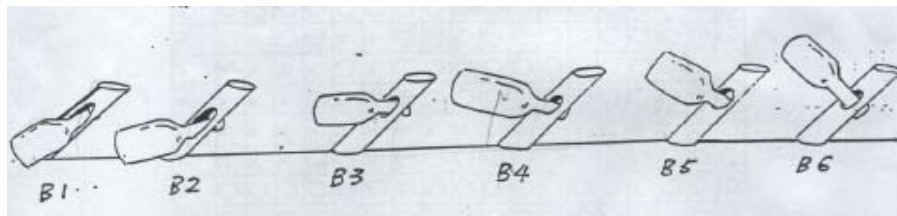
10.4mm (74.7mm~85.1mm)，

3 整體重心變化範圍 (10.4mm)，小於酒架底面寬度 31mm，因此可平衡站立。

**問題 (七)：探討酒瓶架上的斜角穿孔角度，對酒瓶架整體重心有何影響。**

方法 1：再以保麗龍板製造不同斜角穿孔的酒架模型，並分別用同一酒瓶置放，比較差異。

結果：如下圖



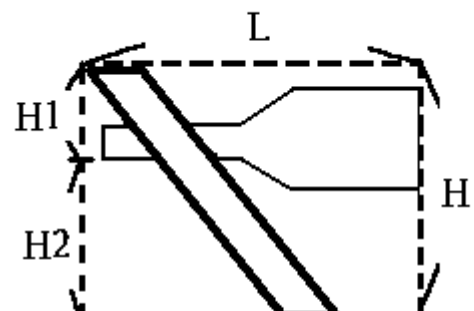
發現：酒瓶架穿孔斜角角度愈大，則酒瓶的重心垂線向右移動，且酒瓶架重心未移，因此整體重心會向右移動。

## 研究二：探討標準酒瓶架的設計符合美的條件

想法：由研究一得知，只要整體重心落在底面積內即可滿足力的平衡的條件。那麼酒瓶架為何不設計成底面傾斜角度小而底面積大的方式如 A1 酒瓶架，而底面和穿孔以 45° 的方式呈現；是否有其他考量。

觀察標準酒瓶架之美：

- (1) 酒瓶呈現水平狀態表現科學美感中的簡單、和諧、對稱、奇異。
- (2) 酒瓶架和酒瓶的整體外觀呈現的比例  $L:H=1.73:1$ ，接近黃金比例，如下圖
- (3) 酒瓶架穿孔中央至酒架頂部與底部距離比例為  $H1:H2$  近似 1:2，如下圖



**問題 (一): 酒瓶架的底面斜角和穿孔斜角有何關係。**

方法：將酒瓶放在 A15° ~ A60° 酒瓶架(底面斜角 15°、30°、45°、60° 搭配 45° 的穿孔斜角)觀察其差異。如照片

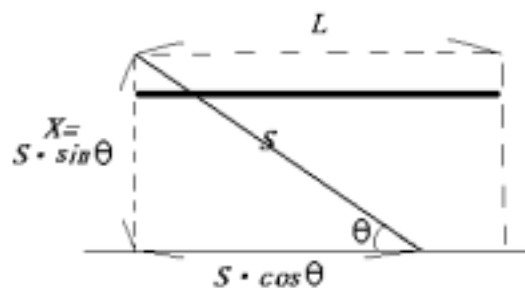


發現：A45° 酒瓶架與酒瓶整體較具美感，底面斜角必須與穿孔斜角呈現同樣的角度，酒瓶才能呈現水平狀態，才具有美感，

討論：若以其他角度出現 (A15°、A30°、A60°)，酒瓶不能呈現水平，酒瓶的重心位置也容易偏移，因而影響整體重心的位置。

**問題 (二): 斜面傾斜角度對酒瓶架與酒瓶的外觀造型有何影響。**

方法 1：以標準酒瓶架 (S = 240mm)，米酒瓶 (L = 289mm)，再將酒瓶以水平狀態置入酒瓶架，計算酒瓶架與酒瓶在不同的傾斜角度下，所造成外觀矩形和黃金比例的誤差比率。



結果：

| 斜面傾斜角度 $\theta$         | 15°  | 20°  | 25°   | 30°  | 35°   | 40°   | 45°  | 50°  | 55°  | 60°   | 65°   | 70°  | 75°   |
|-------------------------|------|------|-------|------|-------|-------|------|------|------|-------|-------|------|-------|
| X (S sin $\theta$ )     | 6.21 | 8.21 | 10.14 | 12   | 13.77 | 15.43 | 17   | 18.4 | 20   | 20.78 | 21.75 | 22.5 | 23.18 |
| 長寬比 (L/S sin $\theta$ ) | 4.67 | 3.53 | 2.86  | 2.42 | 2.11  | 1.88  | 1.71 | 1.58 | 1.45 | 1.40  | 1.33  | 1.29 | 1.25  |
| 誤差比值<br>(長寬比/1.618)     | 2.89 | 2.18 | 1.77  | 1.49 | 1.30  | 1.16  | 1.05 | .97  | .90  | .86   | .82   | .80  | .77   |

發現：斜面傾斜角度 45~50° 的底面斜角所形成的外觀矩形，長與寬的比例近似黃金比例，誤差比率僅小於 5%。因此能夠表現美感。

(二)

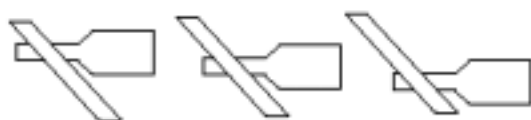
| 斜面傾斜角度 $\theta$          | 45°  | 46°   | 47°   | 48°   | 49°   | 50°  |
|--------------------------|------|-------|-------|-------|-------|------|
| $X (S \sin \theta)$      | 17   | 17.26 | 17.55 | 17.83 | 18.11 | 18.4 |
| 比值 ( $L/S \sin \theta$ ) | 1.71 | 1.68  | 1.65  | 1.63  | 1.6   | 1.58 |
| 誤差比值<br>(長寬比/1.618)      | 1.05 | 1.04  | 1.02  | 1.01  | 0.99  | 0.97 |

發現：利用內插法得知，斜面傾斜角度  $48.5^\circ$  最接近黃金比率，最具美感。

**問題(三)：酒瓶架的斜角穿孔位置對於酒瓶架的造型有何影響？**

方法 1：將酒瓶架的穿孔位置分別放置於酒瓶架頂部的  $2/3$ 、 $1/3$ 、 $1/2$  位置三點，再看其所造成外觀矩形。

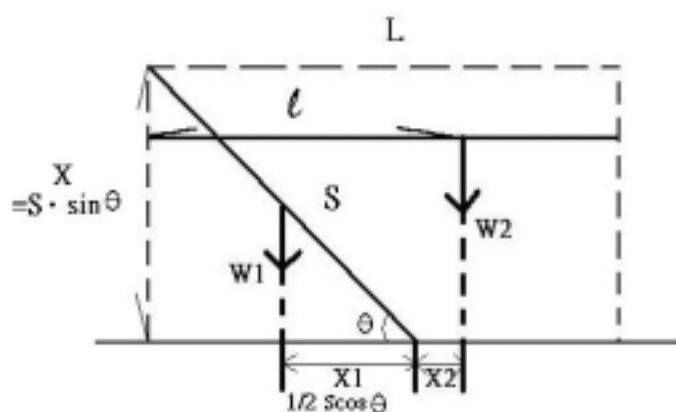
結果：如下圖



發現：酒瓶架的穿孔位置在接近酒瓶架頂部的  $2/3$  位置，酒瓶架較能表現美感，且長與寬的比例較近似黃金比例。因此較理想。

### 研究三：探討酒瓶架設計原理，並應用其原理在其他物品

想法：經過研究一我們了解了酒瓶架能夠站起來的原因是整體重心落在酒瓶架的底面積內。經過研究二我們知道酒瓶架的設計是有著美的考量。因此我們進一步探討標準酒瓶架是如何設計的？若要放置非一般酒瓶或是其他物品則要如何設計？（本研究由學生提出問題，公式的推演則由師長輔導完成）  
初步研究：酒瓶架的設計如何符合平衡的條件。



力矩平衡  $W_1 X_1 = W_2 X_2$  (因酒瓶架為均質，重心在中央所以  $X_1 = (1/2) S \cos \theta$ )

$$W_1 \times S \cos \theta / 2 = W_2 \times (l - S \cos \theta)$$

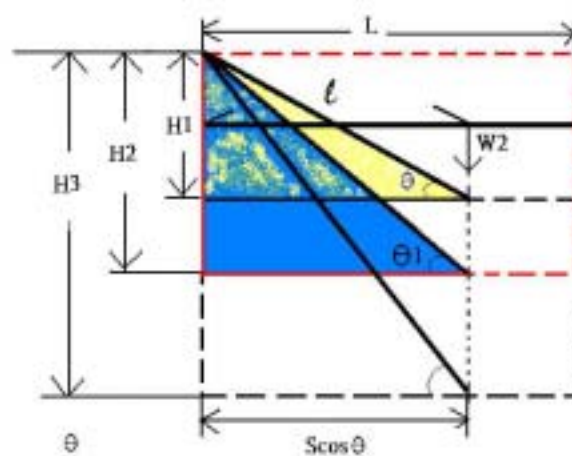
$$W_1 / W_2 = 2 (l / S \cos \theta - 1)$$

因為  $W_1 / W_2 > 0$ ，所以  $(l / S \cos \theta - 1) > 0$  因此  $l > S \cos \theta$

發現 1： $S \cos \theta$  愈大則  $W_1 / W_2$  愈小，酒瓶架重量愈小

2：即只要選擇  $S \cos \theta < l$ ，就可找到保持平衡的酒瓶架重量  $W_1$ 。

，酒瓶架可平衡的角度範圍如下圖



發現 3：在不同垂直高度  $H$ ，酒瓶架有不同的角度範圍，可維持平衡，如上圖藍色和黃色區域，而  $H$  愈大，平衡角度範圍愈小。

4：在外觀呈現黃金比例的垂直高度上 ( $L / H_2 = 1.618$ )，也存在可維持平衡的角度範圍，如圖藍色區域。

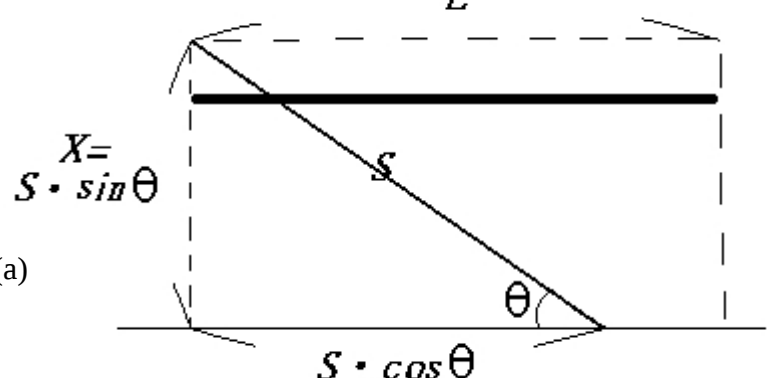
推想：要設計能兼具力的平衡及美的呈現的酒瓶架，必須在外觀呈現黃金比例的矩形內探討。如上圖長  $L$  寬  $H_2$  的矩形。

### 問題 (一). 如何選擇酒瓶架的長度與底面斜角? 才能表現美感?

- 物體長度  $L$
- 酒瓶架長度  $S$
- 酒瓶架底面斜角  $\theta$

黃金比例： $X / L = 1 / 1.618 \dots (a)$

$$\sin \theta = X / S$$



$X = \sin \theta \times S$  代入 (a)

$$S \times \sin \theta / L = 1/1.618 \dots (b)$$

$S/L = 1/1.618 \sin \theta$  ;  $L/S = 1.618 \sin \theta$  將  $\theta$  值代入  $15^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $75^\circ$  計算。

結果：如下表

| $\theta$ | $15^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $75^\circ$ |
|----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| L/S      | 0.418      | 0.809      | 1.144      | 1.401      | 1.56       |

討論：

1. 酒瓶架重力和懸掛的重力不可在支點同一側。若在同一側，無法平衡

2.  $S \cos \theta = L$

$L = S \cos \theta$  代入 黃金比例式(b)

$$S \sin \theta / S \cos \theta = 1/1.618$$

$$\tan \theta = 1/1.618$$

$$\theta = 31.72^\circ$$

發現：1. 能夠呈現黃金比例的酒瓶架，若不能符合站起來的條件，也無法平衡  
因此酒瓶架的設計應該是在力與美中去取得平衡點。

2. 對固定高度  $L$  的物體要呈現黃金比例則酒瓶架底面斜角愈大，所需酒瓶架長度愈短。對固定酒瓶架底面斜角要呈現黃金比例則懸掛物體長度愈長，所需酒瓶架長度亦愈長。

## 問題（二）對於一般酒瓶如何決定酒瓶架的長度和底面斜角？

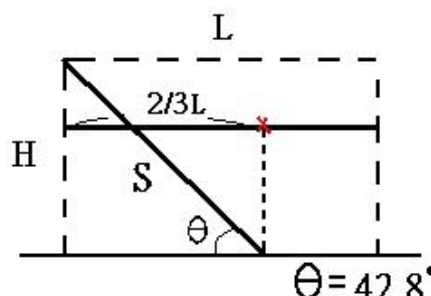
想法：收集一般常見標準酒瓶量測酒瓶重心，發現空瓶至全滿的重心都在瓶子高度的  $2/3$  附近。因酒瓶重量大，其重心位置接近酒瓶架與酒瓶的整體重心，所以酒瓶架支點應在酒瓶重心垂線附近。

$$\text{則 } S \cos \theta = 2L/3$$

$$S \cos \theta = 2L/3 \text{ 代入黃金比例式(b)}$$

$$S \sin \theta / (3 S \cos \theta / 2) = 1/1.618$$

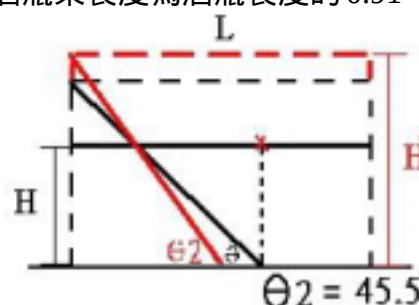
$$\tan \theta = 0.927 \quad \theta = 42.8^\circ$$



發現 1. 對於一般標準酒瓶重心都在瓶子高度的  $2/3$  處，其酒瓶架的底面角度約  $42.8$  度才能使整體外觀呈現黃金比例。

2. 由黃金比例式(b) 在  $\theta = 42.8^\circ$  則  $L/S = 1.099$  即酒瓶架長度為酒瓶長度的  $0.91$  倍

3. 酒瓶架支點在  $\theta = 42.8^\circ$ ，酒瓶架重量=0 不合理。選擇  $\theta = 45.5^\circ$  使外觀比例與黃金比例誤差  $5\%$ 。



4.由以上得知，只要知道酒瓶的重心位置與酒瓶高度，則可大致決定能呈現黃金比例的酒瓶架的底面斜角與酒瓶架的長度。若非酒瓶的其他物體道理相同。

驗證：米酒瓶長 289mm 由表 9 得知  $\theta = 45^\circ$  則  $L/S=1.144$ ，則酒瓶架長度為  $289/1.144=252\text{mm}$  與標準酒瓶架長度 240mm 相近。

### 問題（三）如何選定酒瓶架的重量？

結合力矩平衡式與黃金比例式(b)

$X_1 = S \cos \theta / 2$   $S = 2X_1 / \cos \theta$  代入黃金比例式(b)

$\sin \theta (2X_1 / \cos \theta) / L = 1/1.618 \rightarrow X_1 = L/3.236 \times \tan \theta$  如下表

由力矩平衡式得  $X_2 = X_1 \times W_1 / W_2$

| $\theta$ | 15°    | 30°    | 45°   | 60°    | 75°   |
|----------|--------|--------|-------|--------|-------|
| $X_1$    | 1.153L | 0.535L | 0.31L | 0.178L | 0.083 |

發現：酒架力臂  $X_1$  在底面斜角決定則相對已決定，角度愈大力臂小

上面圖示懸掛物重心在 I 位置

則  $I = S \times \cos \theta + X_2$

一般酒瓶  $I / L = 2/3 \rightarrow 2L/3 = S \cos \theta + X_2$

$\rightarrow X_2 = 2/3L - S \cos \theta$

由表 9 可得符合黃金比例  $\theta$  L S 的關係如下表

| $\theta$ | 15°     | 30°   | 45°    | 60°   | 75°   |
|----------|---------|-------|--------|-------|-------|
| S        | 2.39L   | 1.87L | 0.87L  | 0.71L | 0.64L |
| $X_2$    | -1.638L | -0.4L | 0.051L | 0.31L | 0.5L  |

發現 1.底部斜角 15 度與 30 度時，酒瓶的力臂為負值，即表示酒瓶重力與酒瓶架重力在支點同一側無法平衡，此與研究三問題（一）的發現 1 相符合。

2.由表 10 表 11 得知要外觀符合黃金比例則酒瓶架底部斜角選擇愈大，酒瓶架力臂愈小，酒瓶力臂愈大，所需酒瓶架愈短。

結合表 10 與表 11 得下表 表 12

| $\theta$  | 15° | 30° | 45°    | 60°    | 75°    |
|-----------|-----|-----|--------|--------|--------|
| $X_1$     |     |     | 0.31L  | 0.178L | 0.083L |
| $X_2$     |     |     | 0.051L | 0.31L  | 0.5L   |
| $X_1/X_2$ |     |     | 6.1    | 0.6    | 0.2    |

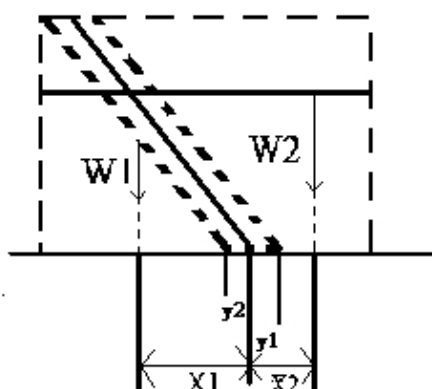
力矩平衡  $W_2 / W_1 = X_1 / X_2$

發現 1.若角度越大則酒瓶架重量越大才能維持平衡。斜角 60 度時酒瓶架重量需大於酒瓶重量才能平衡。

- 2.對一般酒瓶而言，在斜角 45 度時，酒瓶重量為酒瓶架重量的 6.1 倍。酒瓶架底部斜角選擇 45 度，兩者重量比恰當。
- 3.對其他物體而言雖然重量及重心位置與酒瓶不同,但是可依相同方法計算出適當的酒瓶架重量。

驗證：米酒瓶全滿與空瓶的平均重 790g，選用 45 度斜角酒架，其重量應  $790\text{g}/6.1=130\text{g}$ 。與標準酒架重量 140g 相當接近。

**問題（五）如何選定酒瓶架底部的寬度? 以便使瓶內有不同水量時，均能保平衡站立。**



想法 1:以平均重 790g 選用 45 度斜角酒架，其重量 130g.當瓶內水量增加，則整體重心向酒瓶方向移動,若支點隨之移動則可維持平衡。

假設:酒瓶全滿支點向酒瓶方向移動  $y_1$  距離維持平衡

$$1090 / 130 = (0.31L + y_1) / (0.051L - y_1) \quad y_1 = 0.0125L$$

想法 2:當瓶內水量減少則整體重心向酒瓶架方向移動,若支點隨之移動則可維持平衡。

假設:空酒瓶支點向酒瓶架方向移動  $y_2$  距離

$$490 / 130 = (0.31L - y_2) / (0.051L + y_2) \quad y_2 = 0.029L$$

想法 3:酒瓶架底部的寬度需大於整體重心移動的範圍才能保持平衡站立。  
酒瓶架底部的寬度可選整體重心移動的範圍的 2~3 倍。

$$y_1 + y_2 = 0.0415L = 0.0415 \times 289\text{mm} = 11.99\text{ mm}$$

驗證:由研究(一)問題 6 實驗結果整體重心移動的範圍 10.4mm 與 11.99mm 相近.

發現 1.標準酒瓶架底面寬度 31mm 穩定度已足夠。

- 2.若設計懸掛其他物體同樣考慮物體可能的最大與最小重量,以決定酒瓶架底面寬度。
- 3.若設計懸掛其他物體同樣考慮物體可能的最大與最小重量,以決定酒瓶架底面寬度。

### 問題(六): 如何設計能放置清酒瓶的酒瓶架

#### •初步觀察：

清酒瓶的高(L)40cm, 重量(空)840g(全滿)2460g, 其重心位置大約在 2/3 的位置

#### •製作：

1.由於重心在 2/3 的位置, 所以我們取用  $45^\circ$  角為酒瓶架的底面斜角

2.利用  $L : S$  得知  $S = 35\text{cm}$   $X_1 = \frac{1}{2} \times 35 \times \cos 45^\circ = 12.4\text{cm}$

3.  $X_2 = 0.051L$  所以  $X_2 = 2.04\text{cm}$

4.帶入  $X_1 \times W_1 = X_2 \times W_2$  得  $12.4 \times W_1 = 2.04 \times 1740$  求出:  $W_1 = 286\text{g}$

5.設全滿酒瓶整體重心向右移  $y_1$  空瓶向左移  $y_2$

$$(X_1 + y_1)/(X_2 - y_1) = 2460/286 \quad y_1 = 0.54\text{ cm}$$

$$(X_1 - y_2)/(X_2 + y_2) = 860/286 \quad y_2 = 1.56\text{ cm}$$

$$y_2 + y_1 = 2.1\text{ cm}$$

選寬度為  $2.1 \times 2.5 = 5.25\text{ cm}$

•結果：角度： $45^\circ$  酒瓶架 高 35cm 重量 285g

底面寬度：5.3 cm

### 柒、結論與討論：

#### 結論：

- (一) 酒瓶架能夠站起來的原因, 是符合物體平衡的基本原理, 合力矩 = 0。即施力 $\times$ 施力臂 = 抗力 $\times$ 抗力臂
- (二) 酒架穩定性高的原因, 是藉由底面的傾斜角度增加底面積, 造成酒架和酒瓶的整體重心垂線, 容易落在此一底面積內而平衡。
- (三) 酒瓶架與酒瓶的整體重心垂落在底面積內可平衡, 是因為整體重心垂線, 與底面積的交點是真正的平衡支點, 且以之為支點滿足施力 $\times$ 施力臂 = 抗力 $\times$ 抗力臂的條件。
- (四) 酒瓶架斜面與斜角穿孔同一角度, 能使酒瓶接近水平, 呈現較佳美感。
- (五) 斜面傾斜角度愈小, 底面積愈大, 穩定性就愈佳, 但  $45^\circ$  斜面傾斜角度即可使酒瓶架與酒瓶所形成的矩形外觀接近黃金比例, 使酒瓶架更美。
- (六) 酒瓶內液體的量有變化時, 酒瓶產生的力矩有了改變, 酒瓶和酒瓶架的整體重心位置也會有所改變; 但是只要不超過酒瓶架底面積的範圍, 也可達到平衡, 站起來。
- (七) 斜角穿孔角度變大, 則整體重心向右移, 且酒瓶無法呈現水平, 且酒瓶內的液體重量會影響重心位置。
- (八) 酒瓶架與酒瓶整體外觀矩形長寬比需接近黃金比例, 才能呈現美感,

但是未必能平衡站立。若酒瓶架與酒瓶能平衡站立，外觀也未必能接近黃金比例才能呈現美感。**必需同時滿足外觀矩形長寬比需接近黃金比例及整體重心垂線落在底面積內才表現力與美的平衡。**

(九) 如何自行設計所需要的酒瓶架：

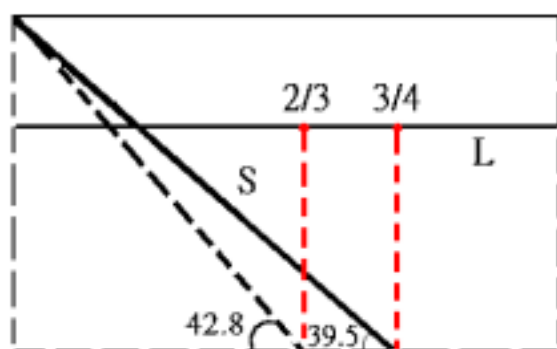
1. 因酒瓶或懸掛物體重量大,其重心位置接近酒瓶架與酒瓶的整體重心,所以酒瓶架支點應在酒瓶重心垂線附近。由此依黃金比例式定出使整體外觀呈現黃金比例的酒瓶架底面斜角。
2. 由酒瓶架底面斜角與酒瓶或懸掛物體的長度可決定酒瓶架的長度。
3. 由酒瓶或懸掛物體重量依力矩平衡公式及酒瓶架底面斜角可得到酒瓶架的重量。
4. 由酒瓶空瓶與全滿重量或 懸掛物體可能的最大與最小重量,可決定酒瓶架底面寬度。

(十) 設計酒瓶架的程序：

找出酒瓶重心位置→找出酒瓶架底面斜角→算出酒瓶架的長度與力臂→算出酒瓶架的重量→算出酒瓶架的底面寬度。

討論：

- (一) 酒瓶接近水平放置，則酒能浸泡軟木塞，酒精不易蒸發，且酒較能夠保持香醇。
- (二) 實驗所用的酒架為實心酒架，若為空心酒架，結果只要整體重心垂線落在底面積內，即可平衡站立。
- (三) 掛物重心的位置對酒瓶架底面斜角的影響。



| 重心位置      | $2/3 L$      | $3/4 L$      | $4/5 L$      | $19/20 L$  |
|-----------|--------------|--------------|--------------|------------|
| 符合黃金比例的角度 | $42.8^\circ$ | $39.5^\circ$ | $37.7^\circ$ | $33^\circ$ |

|                       |     |      |      |      |
|-----------------------|-----|------|------|------|
| 若使用 45° 酒架，所呈現的外觀比例誤差 | 4 % | 10 % | 15 % | 30 % |
| 若以 5 % 的誤差，則角度能選擇     | 45° | 42°  | 40°  | 35°  |

（四）酒瓶架的設計原理可應用於懸掛酒瓶以外的其他物體,例如大花瓶或酒瓶形狀的魚缸等各種有趣的應用。

#### 捌：參考資料：

- 一、科學美學          汪信硯著      淑馨出版社
- 二、牛頓研習百科   p10~13    牛頓出版社
- 三、維尼哥哥開講 28：黃金比例（ <http://www.bud.org.tw/Winnie/Wshow28.htm> ）

**(第二名)**

1. 能從生活中常人易於觀察卻又疏忽之處著手，發現問題，解決問題，推理及科學方法合理
2. 有趣、生動、生活化，變因探討還算嚴謹，數值方面的分析可再加強。