

中華民國第42屆中小學科學展覽會

::: 作品說明書 :::

國中-物理科

科 別：物 理 科

組 別：國 中 組

作品名稱：明察秋毫 - - 利用繞射現象測量頭髮直徑

關 鍵 詞：干 射、繞 射、明紋與暗紋

編 號：030105

學校名稱：

高雄市立小港國民中學

作者姓名：

龔萬庭、陳培均、楊宗穎

指導老師：

林志鴻



明察秋毫

- 利用繞射現象測量頭髮的直徑

一、摘要

利用雷射的干涉與繞射來測量頭髮直徑，從中觀察雷射的繞射與干涉的現象。我們除了對光線的波動性質要加以了解之外，也要瞭解雷射產生繞射與干涉現象的條件與異同。這些都是我們要挑戰的部分。

首先我們利用簡單的雷射筆就可以得到圓孔繞射的圖形，進而將頭髮置於圓孔之間，來形成雙圓孔的繞射與干涉雙重效應的合成效果。得到了多美麗的圖案。在這些迷眩的圖案之中，我們知道大自然的奧秘就在這裏面。為了捕捉這些圖案，我們花了不少代價來學習如何在暗室中攝影，如何控制長時間曝光技巧。

其次，我們雖然掌握了數據取得的技巧，但是我們對數據解釋的方式較弱，所以估計而得的頭髮直徑是令人沮喪的。

最後，我們回到單狹縫的繞射現象，終於得到比較令人滿意的數據。

二、研究動機

記得上理化課時，老師曾經說明如何測量一張紙的厚度，原理是測量很多張紙，再平均出一張紙的厚度。老師接著問，有誰可以測出一根頭髮的直徑？老師沒有提供任何方法。這個問題一直存在我們心中，如何測量一根頭髮的直徑呢？老師提示我們可以用繞射的方法來進行測量，有了基本的方向，我們便著手開始收集資料，和老師討論如何設計實驗進行觀測，最後把頭髮的直徑量出來。

三、研究目的

利用雷射產生繞射與干涉現象來測量頭髮的直徑。

四、研究設備器材

- | | | | | |
|-----------|----------|---------|-------|-------|
| (1)雷射及雷射筆 | (2)電源供應器 | (3)三腳架 | (4)屏幕 | (5)直尺 |
| (6)針線 | (7)鋁箔 | (8)數位相機 | | |

五、研究過程及方法

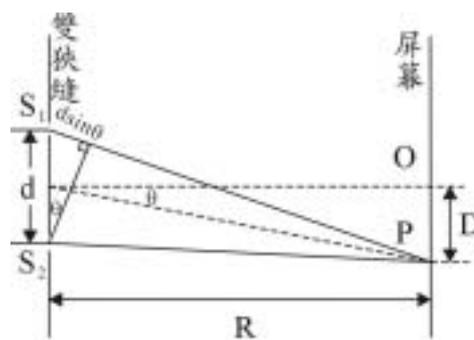
(一) 收集資料

1. 何謂干涉：

頻率相同的兩波沿同方向進行，且保持其相位差不隨時間改變時，則此兩波重疊時其能量不均勻地分佈於空間，而在某些位置有極大值及極小值的現象，稱為干涉。

產生干涉的條件：①兩光源必須頻率相同。②相位差固定。

原理：如圖一所示， S_1 、 S_2 為頻率相同的兩波源，P點為屏幕上之一



圖一

點，若光程差相差一個波長的整數倍，則 P 點為亮紋；若光程差相差半個波長的奇數倍，則 P 點為暗紋，綜合而言：

$$PS_1 - PS_2 = d \sin \theta = \frac{n}{2} \lambda \quad \begin{cases} n = 0, 2, 4, 6 \dots \text{亮紋} \\ n = 1, 3, 5, 7 \dots \text{暗紋} \end{cases}$$

當 $R \gg D$ 時， $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{D}{R}$ 代入上式可得

$$D_n = \frac{n\lambda R}{2d} \quad \begin{cases} n = 0, 2, 4, 6 \dots \text{亮紋} \\ n = 1, 3, 5, 7 \dots \text{暗紋} \end{cases} \dots (甲)$$

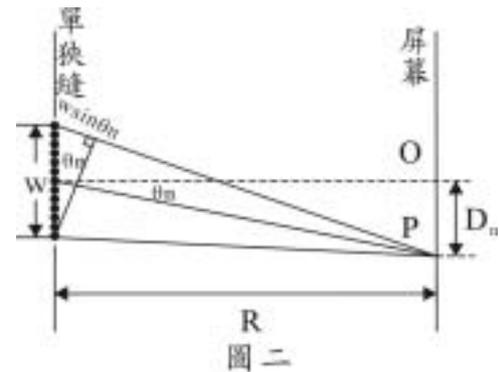
在屏幕上可以觀察到明暗相間的條紋。

2. 何謂繞射：

當單射光照射在單狹縫上，狹縫寬與光波波長之數量級相同時，則光穿過狹縫時會有散開而形成明暗相交的條紋時，稱為繞射。

產生繞射的條件：狹縫寬接近波長或單狹縫和屏幕距離夠遠。

原理：如圖二所示，根據海更士原理，將單狹縫視為有 n 個波源的入射波，根據所得的資料，可得下式：

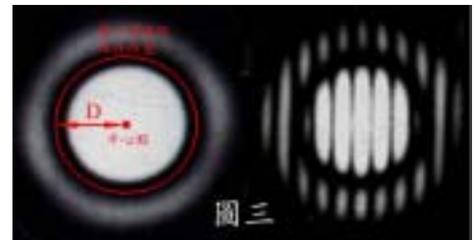


$$D_n = \frac{n\lambda R}{2w} \quad \begin{cases} n = 0, 1, 3, 5 \dots \text{亮紋} \\ n = 2, 4, 6, 8 \dots \text{暗紋} \end{cases} \dots (乙)$$

在屏幕上可以觀察到明暗相間的條紋。

3. 圓孔繞射：

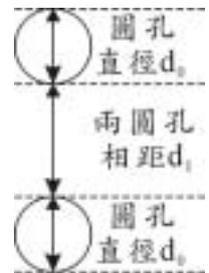
圓孔直徑(d 值)很小時，光通過圓孔時也會產生繞射條紋，其繞射條紋與單狹縫的繞射條紋相似，只是形狀變成同心圓，如圖三左圖所示。根據所得資料，圓孔繞射條紋的第一條暗紋的位置 D 值，應將(乙)式改為下式：



$$D = 1.22 \frac{\lambda R}{d} \dots (丙)$$

4. 雙圓孔繞射：

若兩個可以繞射的圓孔相距十分接近時，則會產生雙圓孔繞射的情況，如圖三右圖所示。這種現象是干涉與繞射的合成效應，干涉條紋包含在繞射的包線內部，而形成強度不均勻的干涉條紋。根據所得資料，包線中央極大值區會有多少條紋與兩孔的距離(d_1 值)和圓孔直徑(d_0 值)有關，如圖四。應符合下式：



若包線的中央極大有 n 條亮紋，

$$\text{則 } n = \frac{d_1}{d_0} \dots (丁)$$

圖四

5. 干涉與繞射的條紋如何分辨：

(1) 干涉條紋的亮紋，在亮度上沒有差別；但繞射條紋以中間的亮度最亮，向

兩側逐漸變暗。

(2) 干涉條紋的亮紋等寬；繞射條紋中間亮紋的寬度最寬，為其他亮紋的兩倍。

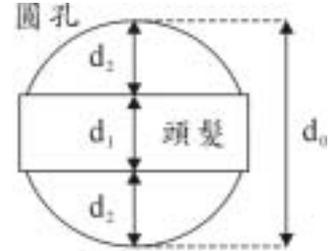
(二) 設計實驗：

1. 以雷射筆射出光束，通過穿有針孔的鋁箔，調整並測量鋁箔與屏幕的距離(R 值)，使其產生圓孔繞射的條紋，測量第一條暗紋所在的位置(D 值)，雷射波長(值)以 $655 \times 10^{-7} \text{cm}$ ，將以上數據代入上列(丙)式，求得針孔大小(d_0 值)。

雷射波長為紅色光波，參考雷射筆的包裝說明：波長為 630 680nm，我們取其平均值 655nm 代表(值)。

$$\text{即 } d_0 = 1.22 \frac{\lambda R}{D}$$

2. 將頭髮黏在針孔中央，以雷射通過，測量包線中央極大值區有幾條條紋，由(丁)式關係，便可解得頭髮的直徑(d_1 值)。如圖五所示：



圖五

$$\begin{cases} n = \frac{d_1}{d_2} \dots \dots (1) \\ d_0 = d_1 + 2d_2 \dots (2) \end{cases} \text{由(1)、(2)式可解得}$$

$$d_1 = \frac{n}{n+2} d_0$$

3. 遮住頭髮旁其中一個小孔，只讓雷射由另一小孔通過，再令其產生圓孔繞射同心圓，測量 d_2 之值，如上述 1.所示：

$$\text{即 } d_2 = 1.22 \frac{\lambda R}{D} \quad \text{再與前面所測}$$

得之 d_0 、 d_1 比較。

(三) 裝置設備：(如圖六裝置)

1. 雷射筆非常耗電，以扭扣電池供應電能，光源衰減得很快，所以我們改裝雷射筆(如右圖)，使其可由電源供應器來輸入穩定的電能。
2. 調整三腳架的位置，使雷射通過鋁箔。(如圖六)
3. 以細線測量鋁箔到屏幕的距離(測 R 值)。
4. 在屏幕上量取所要的第一條暗紋的 D 值。



圖六



(四) 暗室攝影技術

1. 我們在暗室拍攝相片的技術不足，經過幾次的嚐試後，才稍稍掌握要訣，要以手控快門開閉時間，控制曝光時間約在 10 20 秒左右。但在測 d_2 繞射時，圖案的亮度非常微弱，所以將曝光時間增加到 30 秒左右。
2. 每張相片都很相似，每次洗完相片後，順序就會亂掉，所以我們在條紋旁邊加上號碼及直尺一起攝入相片中。
3. 當場將每張相片的摘要及測量值記錄下來。

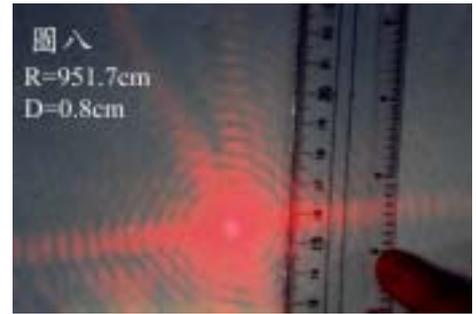
(五) 電腦分析

1. 將相片以掃描器輸入電腦，再由繪畫軟體(CorelDraw 9.0)進行測量相片中的 D 值，配合相片上的直尺來計算出實際的 D 值，再與實測的數據比較。

2. 相片的定性分析

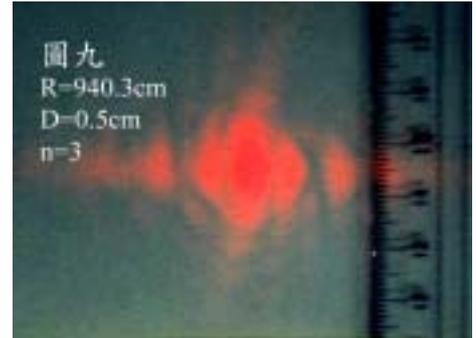
(1) 圓孔繞射條紋的圖案：

如圖八所示，實際測得基本數據在圖旁。中央最亮區曝光過度，條紋變得不明顯，條紋都黏在一起了。



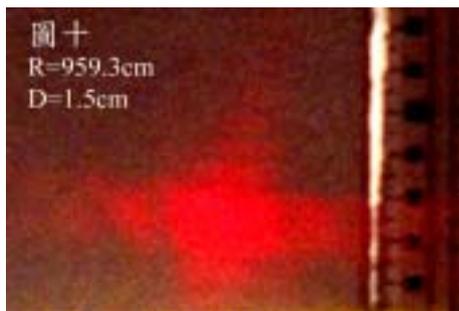
(2) 貼上頭髮的繞射條紋：

如圖九所示，可以很明顯看出包線中央極大值區有 3 條條紋。



(3) 遮住頭髮旁邊一孔，讓雷射通過另一孔的繞射條紋：

如圖十所示，實際測得的基本數據在圖旁。小孔不夠圓，繞射條紋變成橢圓形。亮度明顯下降很多，較難測量。



六、數據分析

(一) 實際測量

項次	R 值(cm)	D 值(cm)	N 值	d 值(cm)
小圓孔繞射(d ₀)	951.7	0.8		0.095
加上頭髮後的繞射(d ₁)			3	0.057
遮住一孔後的繞射(d ₂)	959.3	1.5		0.051
d ₀ =2×d ₂ +d ₁				0.159

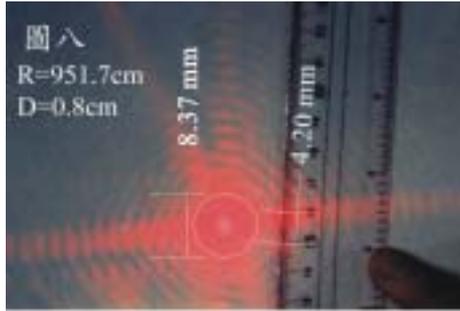
$$d_0 = 1.22 \frac{655 \times 10^{-7} \times R}{D} ; d_1 = \frac{n}{n+2} d_0 ; d_2 = 1.22 \frac{655 \times 10^{-7} \times R}{D}$$

$$\text{最後計算所得的 } d_0 \text{ 誤差率為 } \frac{0.159 - 0.095}{0.159} \times 100\% = 40.25\%$$

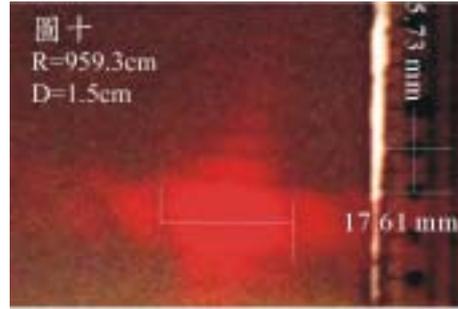
誤差最主要的原因是，D 值的測量要特別注意，因為相差 0.1mm 就會產生很大的誤差。

(二) 電腦分析

如下圖十一及圖十二：利用電腦再重新分析圖形，代入上列表格之中重新計算：



圖十一



圖十二

圖十一中：
$$\frac{8.37\text{mm(相片中的2倍D值)}}{4.20\text{mm(相片中的lcm)}} = \frac{2D}{1\text{cm}}$$
，解得 $D=0.996\text{cm}$ 。

圖十二中：
$$\frac{17.61\text{mm(相片中的2倍D值)}}{5.73\text{mm(相片中的lcm)}} = \frac{2D}{1\text{cm}}$$
，解得 $D=1.536\text{cm}$ 。

項次	R 值(cm)	D 值(cm)	N 值	d 值(cm)
小圓孔繞射(d_0)	951.7	0.996		0.076
加上頭髮後的繞射(d_1)			3	0.046
遮住一孔後的繞射(d_2)	959.3	1.536		0.050
$d_0=2 \times d_2 + d_1$				0.146

最後計算所得的 d_0 誤差率為 $\frac{0.146 - 0.076}{0.146} \times 100\% = 47.94\%$

七、討論

- (一) 雖然我們的結果誤差很大，但是我們瞭解光的波動現象如何觀測。
- (二) 光的干涉與繞射現象是我們第一次接觸到的觀念，在收集資料、建立觀念和分析數據時非常耗時，尤其是遇到許多波動光學的物理觀念時，真是超出我們的能力範圍。
- (三) 在本研究中，我們學習將繞射條紋拍攝下來，輸入電腦分析能力。
- (四) 工業上也常用類似的方法進行微測量。
- (五) 最後，我們是最簡單的設備來達成研究目標。

八、進行繞射實驗

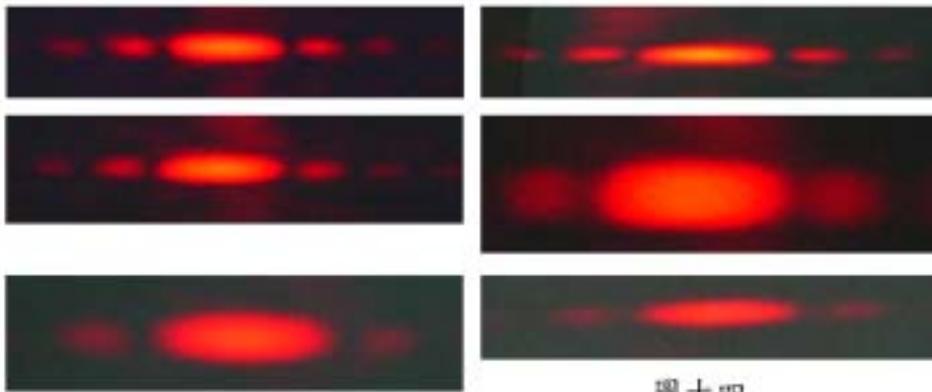
(一) 藉由前面雙孔干涉的實驗結果，分析出來的結果很令人挫折。因為我們的誤差率非常大。所以我們想進行另一種測量方式，就是利用我們所建立的實驗技巧來從事繞射實驗，看看是否能得到突破性的進展。

(二) 建立實驗系統：

1. 利用兩張硬紙板將頭髮夾在中間，再將頭髮抽離，便可得到一個與頭髮相近的單狹縫。
2. 將此單狹縫以雷射來進行繞射實驗。在此我們已再添購氦氖雷射，所以我們已不再使用損壞率極高的雷射筆了。如右圖十三。
3. 利用數位相機所得的相片，利用數位相機可



減少我們的工作量，因為可以馬上直接輸出到電腦上進行分析，而不用再利用傳統的單眼相機需要經過沖洗相片、掃描器才能輸入到電腦進行分析，真是拜科技進步所賜呀。以下便是我們的拍攝成果，圖十四。這是很成功的初步觀測，完全符合我們所預測的繞射條紋，而且我們各方面的技巧也已成熟。接下來便是進行實地測量及數據分析。

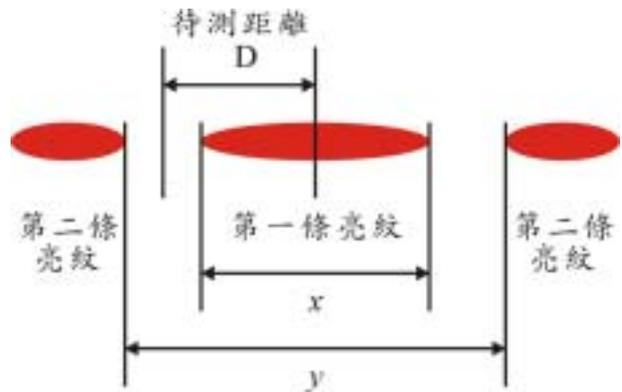


圖十四

九、繞射實驗的數據分析

(一) 要測量第一條暗紋到中心點的距離，我們利用了一點測的技巧，如圖十五所示。待測距離是第一條暗紋到中心點的距離 D ，但實驗測量時，第一條暗紋的中心點很難測出，所以我們先測出 x 、 y 再計算出 D 。

$$D = \frac{x}{2} + \frac{y-x}{4} = \frac{x+y}{4}$$



圖十五

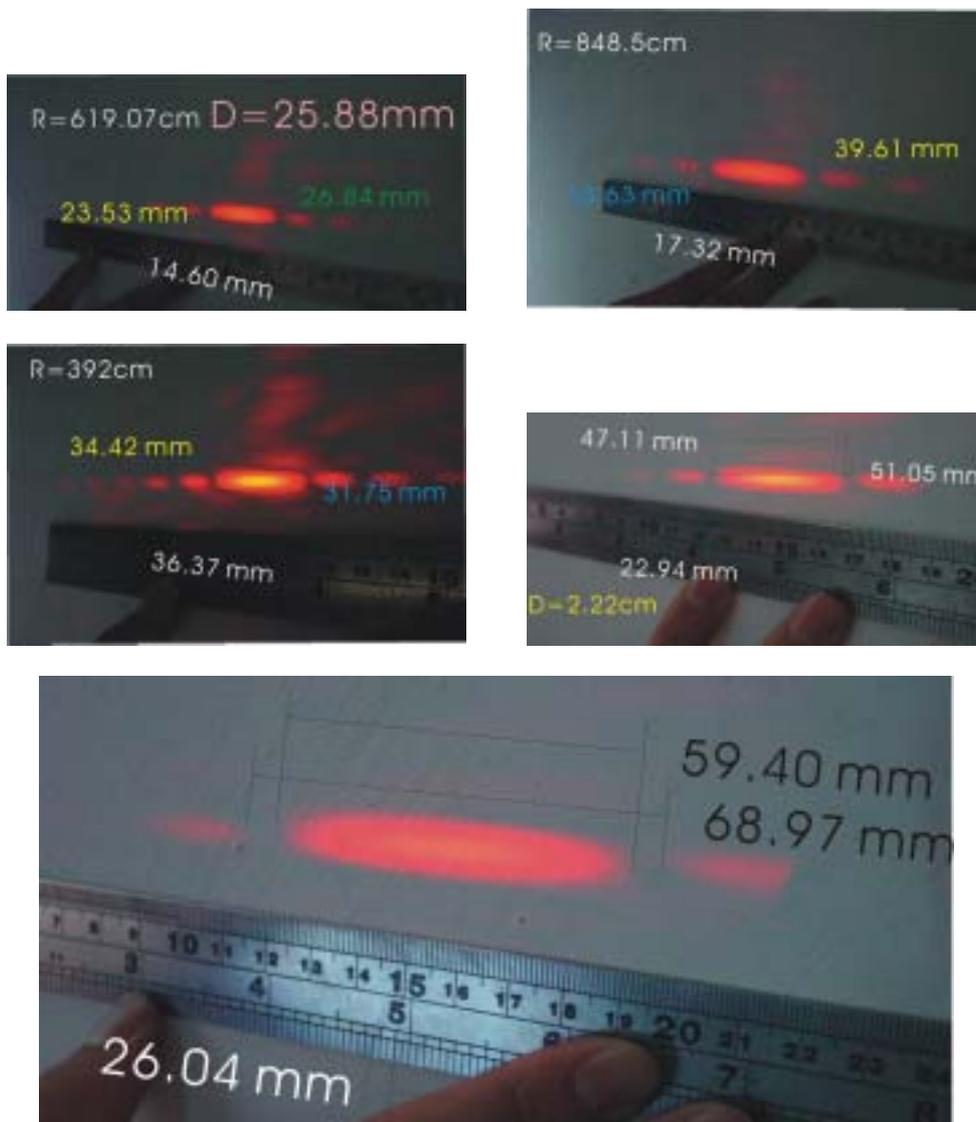
(二) 我們直接在現場測得馬上計算，另外再將數位相機所拍攝所得的相片再分析一次，可得下列數據及圖形。相片中的數據經比例換後填入下表。

	R	D			W	
1	619.07	2.59	2.78	6.55×10^{-7}	0.0157	0.0146
2	848.5	3.17	3.8		0.0175	0.0146
3	392	1.37	1.7		0.0187	0.0151
4	373.6	2.22	2.23		0.0110	0.0110
5	552.0	3.70	3.80		0.0098	0.0096
平均					0.01454	0.01298

電腦測量 現場計算

電腦測量 現場計算

單位：公分



十、結論

- (一) 我們採用了兩種不同的測量方式來找出頭髮的直徑，基本上我們對第二種利用雷射繞射的方式比較能掌握；對於第一種雙孔干涉的部分，我們花了較多時間，但效果較差。相較之下，這是我們對第一種的雙孔干涉的理論部分較難掌握，所以只能作為現象觀察，我們確實觀察到圓孔繞射及在極大區產生三條明紋的現象。這是很令人興奮的，因為我們作到了繞射與干涉同時出現的情況，雖然定量的分析不是那麼理想，但也使我們磨鍊了不少實驗技巧。
- (二) 第二種單純單狹縫的繞射現象，我們就顯得駕輕就熟了。我們可能產生實驗缺失的地方是狹縫的製作，我們真的無法回答我們作出來的狹縫與頭髮寬度的誤差量到底有多少，我們只能儘量接近。
- (三) 若以數據而言，是第二種以單狹縫繞射的方式所得的頭髮寬度較能符合實際的情況。

十一、參考書目

- (一) 牛津 台灣珠海 活用物理 第二冊第四部分：波動學。
- (二) 高中物理第三冊第 15 章：物理光學。

- (三) 大學物理 - 原理與範例 - 下冊第 36 37 章：光的干涉與繞射。
- (四) 網路資料 [http://www.auto.fcu.edu.tw/~cslin/scteach/diff/wch1\(~9\).htm](http://www.auto.fcu.edu.tw/~cslin/scteach/diff/wch1(~9).htm)