

作品名稱：踩地雷

高小組 數學科 第三名

縣市：台北縣

作者：林曉珣、張博欽

郭奕辰、胡雍岳

校名：興南國小

指導老師：林天國、潘怡文

關鍵詞：踩地雷、提示數字



【踩地雷】

一、 研究動機：

我喜歡玩電腦，在 WINDOWS98 遊樂場中的【踩地雷】遊戲，更是我喜歡的益智遊戲之一。由其掀開方塊後出現的「提示數字」，所代表的玄機，必須發揮數學的推理能力，更激發我研究的興趣。於是，在老師的鼓勵下，我們開始進行研究之旅。

二、 研究問題：

- 一、 「地雷」間的聚集及分散與「提示數字」的關係為何？
- 二、 「地雷」所形成的「數字面積」其交集與聯集的關聯是如何？與「提示數字」有關嗎？
- 三、 重疊間的「數字面積」有何規律的特性？
- 四、 「提示數字」除代表“地雷”數量外，也能透露“地雷”的位置的訊息嗎？
- 五、 「提示數字」隱含多少“概率”的變化，如何在「數字面積」中找出“概率”的優勢？

三、 研究過程與方法：

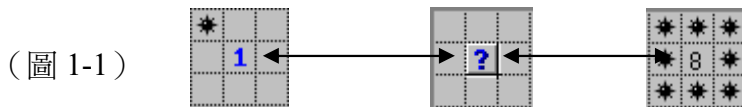
問題一、「地雷」間的聚集及分散與「提示數字」的關係為何？

研究一：

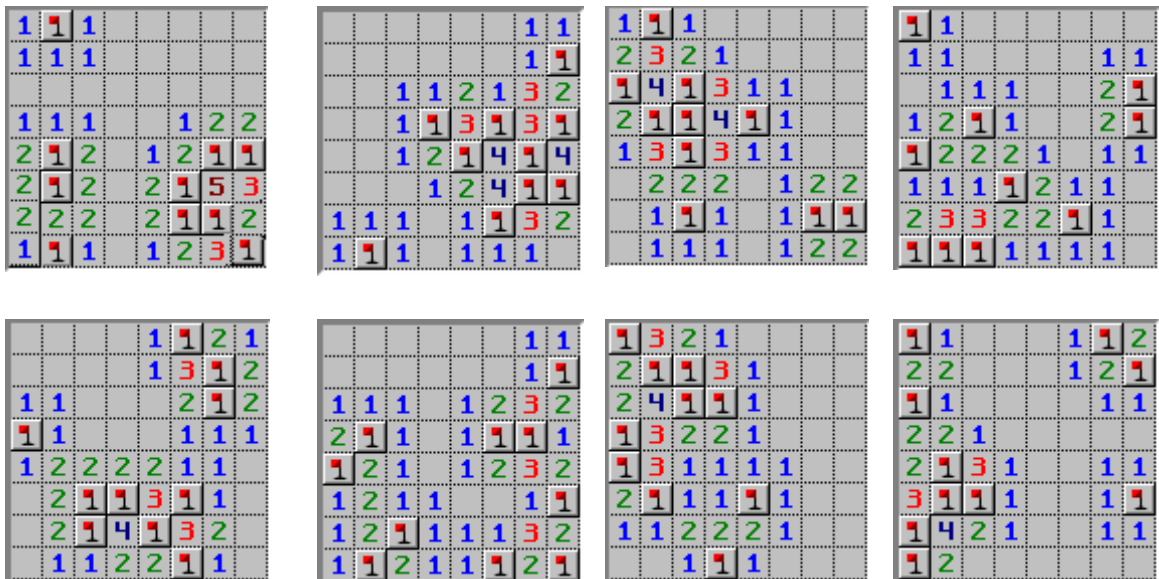
方法：1.我們實際玩【踩地雷】遊戲 10 次，同時統計遊戲中「提示數字 1」至「提示數字 8」出現的次數，並且紀錄下來。

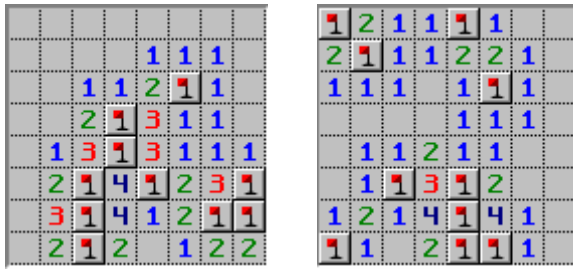
2.整理並歸納「地雷」聚散與「提示數字」之間的變化。

結果：1.由於「提示數字」周圍最多有 8 個方格，因此「提示數字」僅能顯示 1 至 8 的數字。(當空白時代表 0) 如 (圖 1-1)



2. 【踩地雷】遊戲 10 次的圖形數。





3. 「提示數字 1」出現的次數最多，「提示數字 5」只出現 1 次。而「提示數字 6」「提示數字 7」「提示數字 8」不容易出現。

4. 多數的「地雷」必須聚集在 3x3 的方格內，才有可能產生較大的「提示數字」。

5. 「地雷」分散時，會產生較多的「提示數字 1」。

問題二、「地雷」形成的「數字面積」其交集與聯集的關聯是如何？與「提示數字」有關嗎？

研究二：

方法：1. 先將二個【基本型數字面積】互相交互重疊觀察變化。

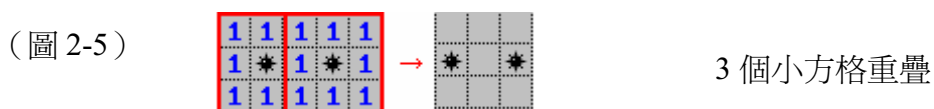
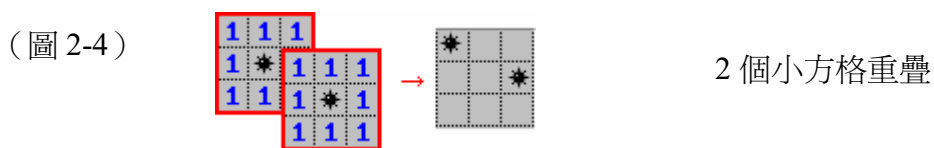
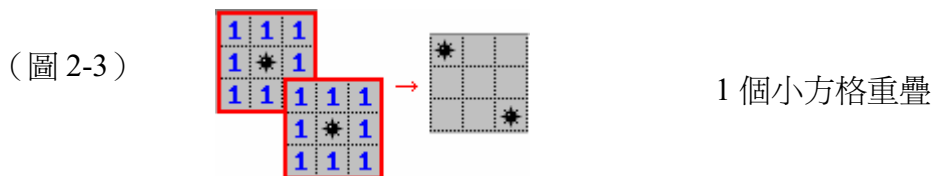
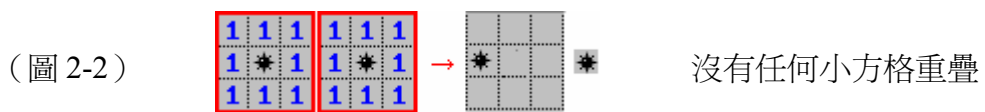
2. 計算並了解二個面積重疊後，面積間的交集與聯集的關聯。

結果：1. 【基本型數字面積】是由一個「地雷」與周圍 8 個「提示數字」所形成的，其面積為 $3 \times 3 = 9$ 個小方格的正方形，而「地雷」在正方形中心點。

(如下圖 2-1)



2. 每個「地雷」都擁有一個「數字面積」的正方形，當二個正方形必須重疊時，這二個「地雷」必須在 3×3 個的小方格範圍內。(如下圖)



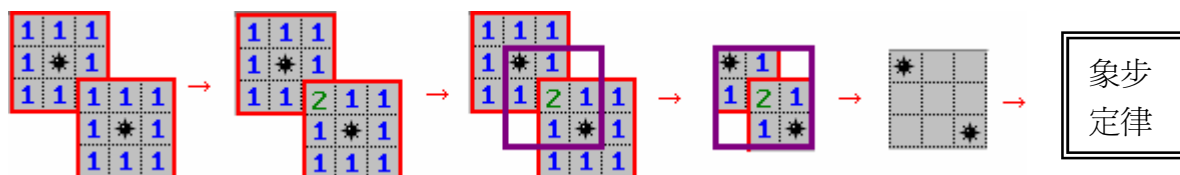
研究三：

方法：1.以 3 X 3 方格為範圍，排列出二個地雷間的各個相對位置。

2.了解每個類型對【踩地雷】遊戲的影響，並歸納出規則性且幫它命名。

結果：1.二個地雷共可以排列出五種類型。如（圖 3-1）至（圖 3-5）

（圖 3-1）



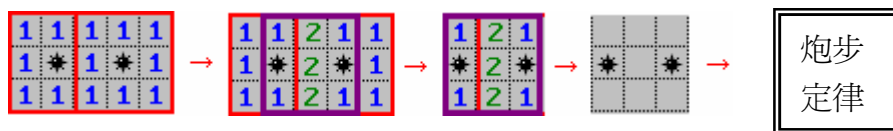
說明：由於二個地雷分別佔據田字對角，好像象棋中「象」的步法，所以命名為『象步定律』

（圖 3-2）



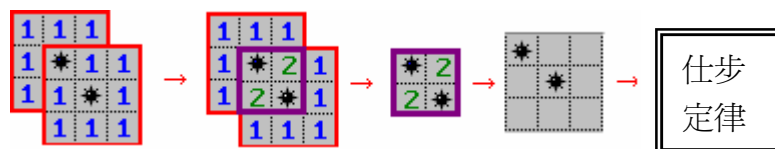
說明：由於二個地雷分別佔據日字對角，好像象棋中「馬」的步法，所以命名為『馬步定律』

（圖 3-3）



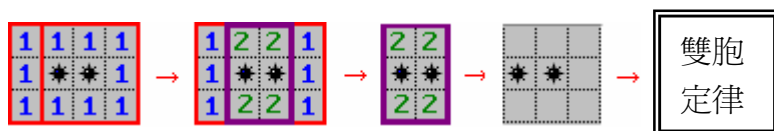
說明：由於二個地雷分別中間格一方格對壘，好像象棋中「炮」的步法，所以命名為『炮步定律』

（圖 3-4）



說明：由於二個地雷分別分別以斜對角對壘，好像象棋中「仕」的步法，所以命名為『仕步定律』

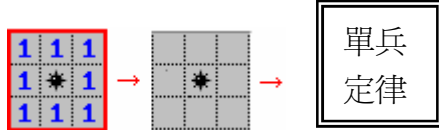
（圖 3-5）



說明：由於二個地雷緊鄰一起，好像是雙胞胎，所以命名為『雙胞胎定律』

2. 單一地雷因為有其特殊性存在，因此也可以成一種類型。如（圖 3-6）

（圖 3-6）



說明：單一地雷孤立於四周的「提示數字」中，所以命名為『單兵定律』

問題三、重疊間的「數字面積」有何規律的特性？

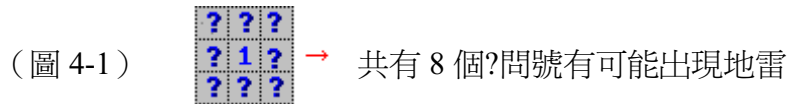
研究四：

方法：1. 首先以一個地雷為基準，分別給予 1 個 2 個 3 個「提示數字 1」與「地雷」，並觀察「地雷」位置的可能性。

2. 找出適合『單兵定律』的『關鍵方格』。

結果：1. 因為只有一個地雷，所以只會出現「提示數字 1」。

◎當「提示數字 1」只有一個時，地雷的位置變化的就有 8 種可能性。如下圖



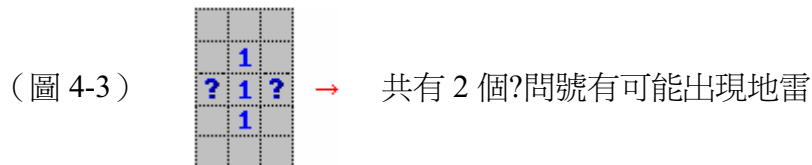
◎當「提示數字 1」有二個時，地雷的位置變化的就有 4 種可能性。如下圖



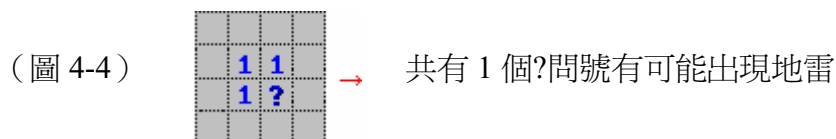
◎當「提示數字 1」有三個時，地雷的位置變化如下圖。

可分成【I 型】與【L 型】二種：

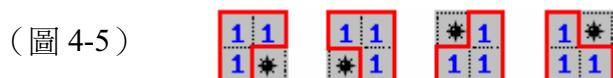
【I 型】時，地雷的位置變化的就有 2 種可能性。



【L 型】時，地雷的位置變化的就只有 1 種可能性。



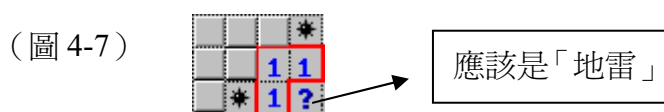
2. 由（圖 4-4）結果可以知道，『單兵定律』只要有三個「提示數字 1」並且排列成【L 型】時，其夾角一定有個「地雷」。



3. 在（圖 4-5）成【L 型】的三個「提示數字」方格，就是影響『單兵定律』的『關鍵方格』，只要遊戲中出現的『關鍵方格』有「提示數字」出現就適合『單兵定律』。如（圖 4-6）「提示數字」並不是 1，但有【L 型】的三個「提示數字」方格，因此符合『單兵定律』。

問題與討論

1. 在研究『單兵定律』過程中，我們發現特殊狀況。問號？的方格依照『單兵定律』的判斷，應該是「地雷」。可是在實際狀況下並不是「地雷」。如下圖（圖 4-7）



2. 在往後的研究過程中，我們會常遇到這類現象。為了方便說明，我們稱為『反相現象』。

3. 『反相現象』容易讓我們在遊戲推理中產生誤判，這也是我們探討過程中最困擾的地方。

但是『仕步定律』容易受『反相現象』而誤判。如（圖 4-8）小正方形中的二小格「提示數字 2」，並不是提示 A 格與 B 格的二個地雷。（圖 4-9）

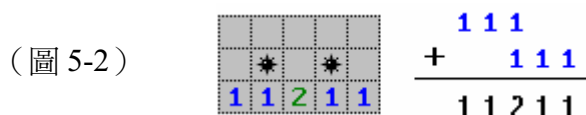


問題四、「提示數字」除了代表“地雷”數量外，也能透露“地雷”位置的訊息嗎？
研究五：

方法：1.將每個地雷形成的「提示數字串」依序進行累加作比較。

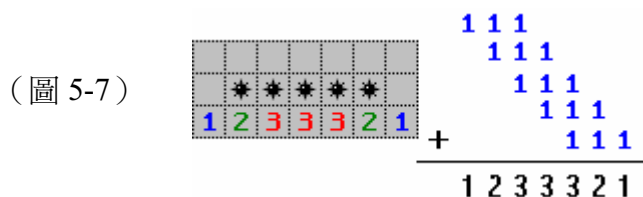
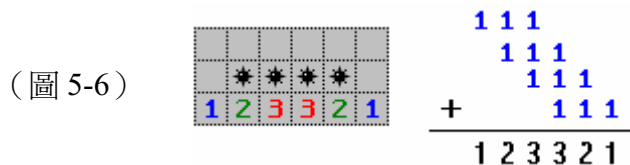
2.了解並觀察「提示數字串」集結的變化。

結果：1.每個地雷都會形成「提示數字串」1-1-1。如圖（圖 5-1）至（圖 5-3）



2.地雷連成串後，形成的「提示數字串」1-2-3-3-3-2-1。無論地雷數量如何增加，直線型「提示數字串」最大數是3。如圖（圖 5-4）至（圖 5-7）

3.地雷連成串後，「提示數字串」1-1-1 進行累加形成的圖形數是個梯形，由圖形數得知，每個縱列最多3個1。



2.當「提示數字」愈大時或互相密集時，則地雷就會愈僅靠在一起，所形成的圖形數「數字面積」就愈小。如（圖 5-8）

(圖 5-8)

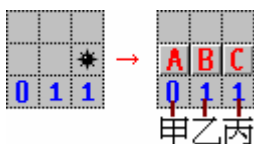


研究六：

方法：1.將”未掀開方格”以英文字母編號，再將「提示數字串」以甲、乙、....編號。
2.假設方格中有地雷的方格為 1，沒有地雷為 0，運用算式找出「地雷」位置的可能性。

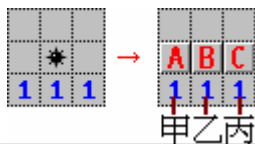
結果：1.運用算式計算直線型「提示數字串」可以正確找出地雷的位置。如圖（圖 6-1）至（圖 6-3）

(圖 6-1)



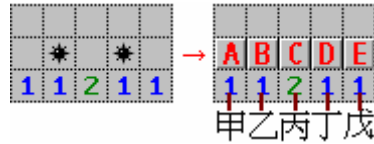
因為	所以
甲式 $A+B=0$	乙式 $- 甲式 = (A+B+C) - (A+B)$
乙式 $A+B+C=1$	$C = 1 - 0 = 1$
丙式 $B+C=1$	乙式 $- 丙式 = (A+B+C) - (B+C)$
	$A = 1 - 1 = 0$
※ A、B 格沒有地雷 因此 乙式 $A+B+C=0+0+1$ 所以 C 有地雷	
※ 可以得『0-1-1 定律』時，地雷有一個，地雷在右端的位置。(圖 6-1)	

(圖 6-2)



因為	所以
甲式 $A+B=1$	乙式 $- 甲式 = (A+B+C) - (A+B)$
乙式 $A+B+C=1$	$C = 1 - 1 = 0$
丙式 $B+C=1$	乙式 $- 丙式 = (A+B+C) - (B+C)$
	$A = 1 - 1 = 0$
※ A、C 格沒有地雷 因此 乙式 $A+B+C=0+1+0$ 所以 B 有地雷	
※ 可以得『1-1-1 定律』時，地雷有一個，地雷在中間的位置。(圖 6-1)	

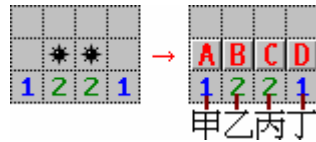
(圖 6-3)



因爲	所以
甲式 $A+B=1$ 符合『0-1-1 定律』	得 $A=0 B=1$
戊式 $D+E=1$ 符合『0-1-1 定律』	得 $E=0 D=1$
丙式 $B+C+D=2 = 1 + C + 1$	得 $C=0$

※ A、C、E 格沒有地雷 B、D 有地雷
 ※ 可以得『1-2-1 定律』時，地雷有二個，位置在二端。(圖 6-3)

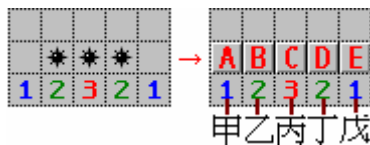
(圖 6-4)



因爲	所以
甲式 $A+B=1$	乙式 - 甲式 = $(A+B+C) - (A+B) = 2 - 1$
乙式 $A+B+C=2$	得 $C=1$
丙式 $B+C+D=2$	丙式 - 丁式 = $(B+C+D) - (C+D) = 2 - 1$
丁式 $C+D=1$	得 $B=1$

※ 由於 $B+C=2$ 則 A、D 格沒有地雷 B、C 有地雷
 ※ 可以得『1-2-2-1 定律』時，地雷有二個，位置在中間。(圖 6-4)

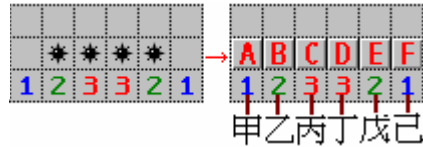
(圖 6-5)



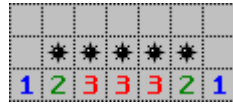
因爲	所以
丙式 $B+C+D=3$	得 $B=1 C=1 D=1$ (每小格最大值為 1)

※ A、E 格沒有地雷 B、C、D 有地雷
 ※ 可以得『1-2-3-2-1 定律』或『2-3-2 定律』時，地雷有三個，位置在中間。(圖 6-5)

(圖 6-6)



(圖 6-7)



因為

所以

丙式 $B+C+D=3$

得 $B=1 C=1 D=1$ (每小格最大值為 1)

丁式 $C+D+E=3$

得 $C=1 D=1 E=1$ (每小格最大值為 1)

※ A、C、E 格沒有地雷 B、D 有地雷

※ 可以得到『3-3 定律』，位置在二個「提示數字 3」加上二側，共有四個地雷。如(圖 6-6)

※ 同理可證『3-3-3 定律』如(圖 6-7)

問題五、「提示數字」隱含多少“概率”的變化，如何在「數字面積」中找出“概率”的優勢？

研究七：

方法：1.探討【踩地雷】遊戲中地雷的數量與機率關係。

2.以提示數字 1 至提示數字 8 旁的地雷區的機率，並且紀錄下來。

3.以提示數字 1 為基準，計算方格已經掀開後的機率。

結果：1.【踩地雷】遊戲的範圍是由 8 X 8 小方格 共 64 小方格組成，有 10 個地雷。

2.因此，當遊戲開始第一次掀開方格時，踩中地雷的機率有 10/64。如下表 7-1

(表 7-1)

地雷	1 個	2 個	3 個	4 個	5 個	6 個	7 個	8 個	9 個	10 個
機率	1/64	2/64	3/64	4/64	5/64	6/64	7/64	8/64	9/64	10/64

4.在『基本型數字面積』內提示數字愈大，踩中地雷的機率就愈大。

5.當分子愈大時值愈大，分子與值是成正比。

6.當分母愈大時值愈小，分母與值是成反比。

7.地雷區與未掀開區的機率優勢，會因地雷的出現與小方格的掀開而隨時變動。

六、討論

(一)、『反相現象』與「提示數字」條件不足時，容易讓我們在在推理上產生誤判。

當「提示數字」條件不足時，要選擇優勢的機率區域下棋。

- (二)、運用「對稱關係」協助「提示數字串」的判斷，甲字串減去乙字串可以得到 1-1-1 數，找出另一邊的地雷。



- (三)、在遊戲中『反相現象』雖然很困擾，但這也是遊戲中精采的部份。因為有『反相現象』才能增加遊戲的趣味挑戰性，邏輯推理性，雖然傷腦筋但我們喜歡它。
- (四)、所有的三個....到八個地雷組成的變化，其實可由拆成一個與二個地雷間互動的變化觀察。因此，『單兵定律』的【I 型】與【L 型】，是所有『定律』的基礎。

七、結論

- (一)、「地雷」的數量與位置是影響「提示數字」出現的主要原因，因此只要依據「提示數字串」互動關聯，也就能了解「地雷」的相對位置。
- (二)、以『線』的觀念，運用算式計算直線型「提示數字串」可以正確找出地雷的位置。
- (三)、以『面』的觀念，在 3 X 3 方格內二個地雷間的相對位置，我們可以歸納出七種『定律』。
- (四)、當「提示數字」愈大時或互相密集時，則地雷就會愈僅靠在一起，所形成的圖形數「數字面積」就愈小。
- (五)、在地雷區選擇有利的『機率優勢』，應該選提示數字小的地雷區。
- (六)、當分子不變分母愈小時，其值愈大。因此當逐步掀開個方格，而地雷又沒出現，踩中地雷的機率就提高。
相同地，若很幸運發現地雷而沒誤踩，失敗機率又會下降。那是因為地雷代表分子，當分母不變分子愈小時，其值愈小，因此危險降低。
- (七)、地雷區與未掀開區的機率優勢，會因地雷的出現與小方格的掀開而隨時變動。

八、參考資料

1. WINDOWS98 視窗軟體
2. members.dencity.com/chiwind0/3games22.html 網站

評語：

本作品“踩地雷”是一個非常活潑的題目，作者在本作品之分析與結論，雖然沒有完全達到預期之結果，但亦屬難能可貴了。

作者簡介

嗨！我的名字叫做林曉珣，我現在就讀興南國小五年十三班，我的專長是吹長笛、溜冰、打桌球。我的興趣是畫畫、看書、騎腳踏車和從事一些休閒活動，我最喜歡的科目是數學科，也希望有機會能和熱愛數學的小朋友多交流、討論。

張博欽

我曾是一位珠心算選手，用努力與毅力奪下不少獎杯，當通過十段檢定後。開始花時間在數學上，也二次參加數學科展比賽，比賽的經驗我非常珍惜。今年數學科展在林天國老師與潘怡文老師指導下，榮獲全國第三，數學我真的太喜歡了。

我是郭奕辰，目前就讀興南國小五年級，個性活潑開朗、善良、幽默、同學們都說我文允武。我的興趣是吹打樂器，在學校樂團擔任打擊手。假日我常出去露營，青山綠水是最愛。在學校我喜歡跟同學一起研究數學，因此老師推薦我參加這次的數學科展。

大家好！我是胡雍岳，星座是巨蟹座，我的專長是吹小喇叭、法國號；喜歡的顏色是藍色，科目是社會，因為喜歡歷史故事，並可以學習古人的智慧；我最喜歡的休閒活動是下象棋、養小動物，我養過小白兔、螳螂和鍬形蟲。