

作品名稱： Cool！看誰冷得快！~~ 尋找自然冷卻的規律性

國中組 物理科 第二名

縣市： 高雄市

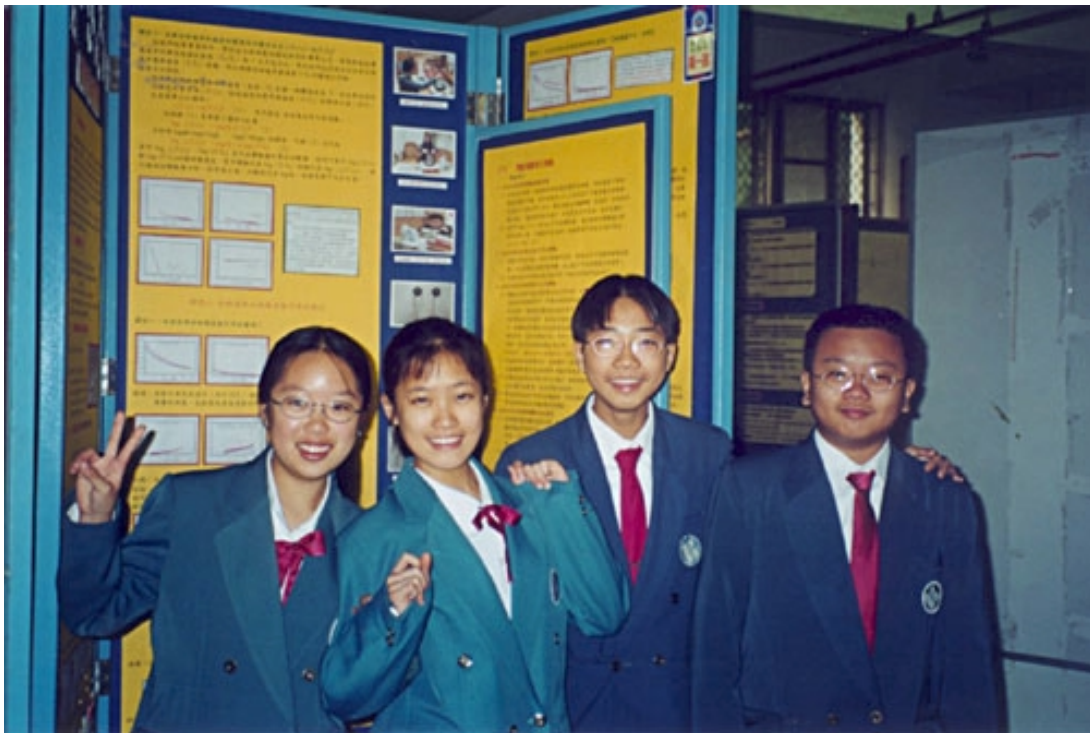
作者： 吳祥瑞、朱紹萱

康鈺玫、薛孝亭

校名： 高雄市立國昌國民中學

指導教師： 何莉芳、陳惠玲

關鍵詞： 自然冷卻、非絕熱散熱、 $\Delta T / \Delta t = K (T - T_0)^n$



朱
紹
萱

康
鈺
玫

吳
祥
瑞

薛
孝
亭

Cool！看誰冷得快！

～尋找自然冷卻的規律性

一・研究動機：

剛泡好的咖啡擺在桌上擱著沒喝，不到一會兒很快就冷了……物體的溫度高於周圍空氣的溫度時，物體將會冷卻，而冷卻是否具有**規律性**呢？又會受哪些因素影響？怎麼樣才會冷得快！所找的參考資料，幾乎都是在絕熱狀態中所進行的實驗，那麼**非絕熱狀態**呢？因此我們想反其道而行，探討在室溫中物體自然冷卻的關係。

一根試管、一個馬錶、一支溫度計，加上四個人的努力，究竟能玩出什麼花樣？為了解決我們的疑惑，希望藉由更細膩的角度來觀察這個簡單的實驗，**利用數值分析方法尋找出冷卻速率 $\Delta T/\Delta t$ 與溫度差 $T-T_0$ 的規律性**。

二・研究目的：

(一)利用**簡單作圖法**探討冷卻速率 $\Delta T/\Delta t$ 與溫度差 $T-T_0$ 的關係。

(二)利用數學中對數的觀念及作圖法，求出冷卻速率與溫度差的關係式

$$\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$$

(三)探討自然冷卻時，熱傳遞的方式（輻射、對流還是傳導？）

(四)冷卻速率的快慢與物體特性（表面積、狀態、比熱）及周圍介質的關係，比較其 K 值，並討論出 K 值與上述變因的相關。

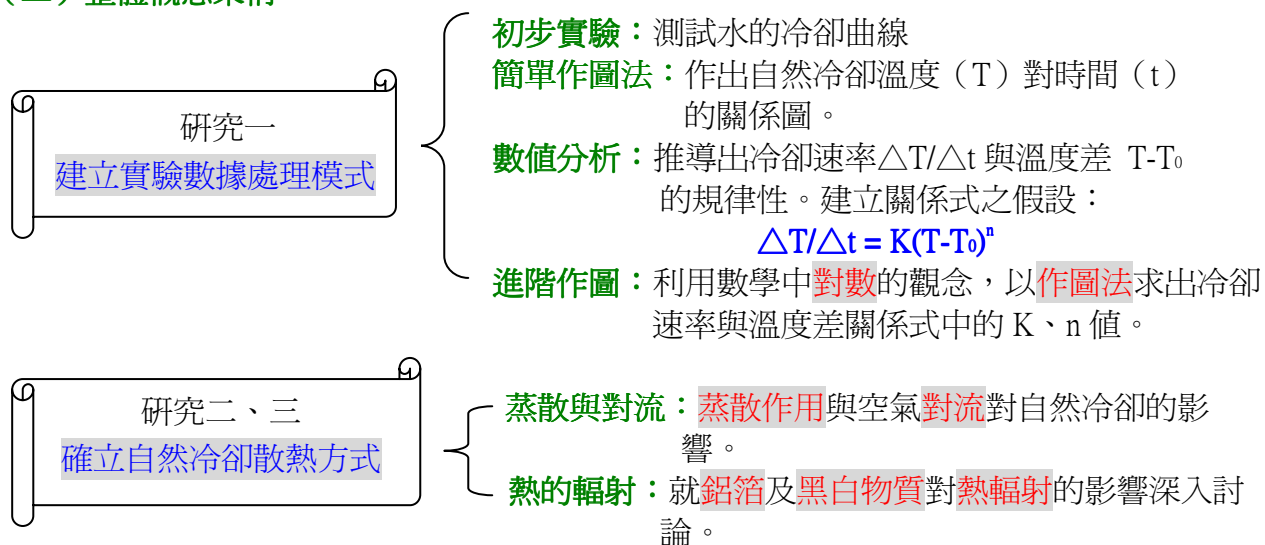
三・研究器具與材料：(略)

四・研究過程與方法：

(一) 實驗操作模式：

- (1) 燒杯中的水先加熱至 **79.5°C**，再將置有溫度計於試管浸於其中待**熱平衡**，記錄此時溫度。
- (2) 把試管連同溫度計取出放置於試管架上讓它**自然冷卻**（盡量不要晃動），每隔 **10 秒**記錄一次溫度 T，持續 **25 分鐘**。
- (3) 在實驗前後各測一次室溫，取他們的平均值作為室溫 T_0 。
- (4) 將實驗所記錄的 150 組數據輸入電腦，並利用 **Excel 進行計算及圖表處理分析**。設計不同變因，根據上述操作方式進行實驗，並就結果加以比較。

(二) 整體概念架構：



研究四、五
相關變因之探討

其他變因的影響：探討冷卻速率與**物體特性**（表面積、狀態、比熱）的關係。
K、n 值的比較：探討各變因對 K、n 值的影響，嘗試建立 K 值與變因的關係式。

(三) 研究內容細目：

研究一、水的自然冷卻實驗與關係圖探討

研究二、水的自然冷卻與**蒸散作用**的探討

探討 2-1：水的自然冷卻與**蒸散作用**有關嗎？

探討 2-2：空氣的**對流**是否會影響水的自然冷卻？

研究三、水的自然冷卻與**熱傳遞**方式的探討

探討 3-1：**鋁箔**的表面（亮面、霧面）對水的冷卻速率有何影響？

探討 3-2：水的自然冷卻與**保溫**材料有關嗎？

探討 3-3：**黑、白管**是否會影響水的自然冷卻？

研究四、水的自然冷卻與**物體特性**（比熱、表面積、、、、）有關嗎？

探討 4-1：**比熱**是否會影響液體的自然冷卻？

探討 4-2：物體**狀態**的不同（例如：膠態溶液），是否會影響自然冷卻？

探討 4-3：試管的**粗細**會影響水自然冷卻嗎？

探討 4-4：**水量**多寡對自然冷卻的影響？

研究五、探討 K、n 值與變因的關係

探討 5-1、實驗所得 $\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$ 的關係式中，K 與 n 值的列表

探討 5-2、 $\Delta T/\Delta t = K'(T-T_0)^1$ 的關係式中，K' 值與物體的性質之比較

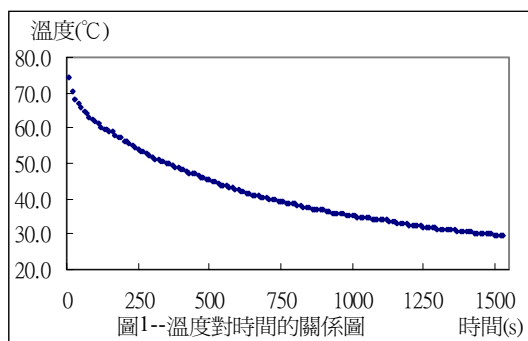
五、研究結果

研究一 水的自然冷卻實驗與關係圖探討

起源：一產生對水自然冷卻研究的興趣，我們便迫不及待的作實驗、找資料、問老師，而愈是向裡探，好奇心愈是濃厚，於是，爲了釐清整個冷卻的觀念，我們首先針對 **10mL 不加蓋**的裝水試管進行一步步的剖析。

探討 1-1：水的自然冷卻**溫度**和**時間**的關係？

將水在自然冷卻時溫度變化的 150 組數據輸入電腦，做出溫度與時間的關係圖

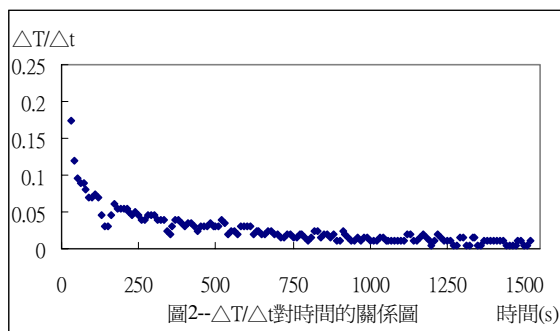


發現：由溫度與時間的關係圖，可明顯看出其趨勢並非是一直線，而是**曲線**，且一開始溫度下降很快，到最後則**趨於平緩**。

疑問：這個曲線可看出水冷卻時的速率，那**速率和時間的關係**又是如何呢？

探討 1-2：水的自然冷卻**速率**和**時間**的關係？

利用 Excel 進行計算及分析，將實驗數據轉成 $\Delta T/\Delta t$ 對時間的關係圖

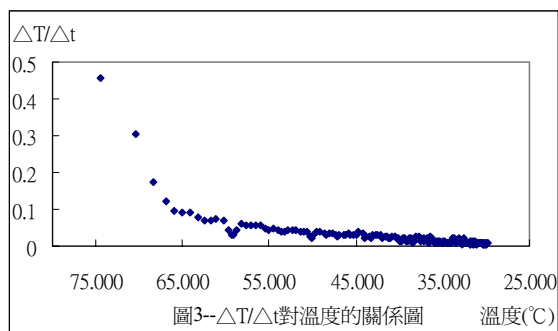


發現：自然冷卻速率時間的關係圖為**曲線**，而在最初溫度改變率最大，之後逐漸趨於平緩。

疑問：我們所作的速率對時間圖可看出冷卻的速率，若我們採用 $\Delta T/\Delta t$ 對溫度所作出的圖，是否會更有意義？

探討 1-3：水的自然冷卻速率對溫度的關係？

用 Excel 將數據轉換成 $\Delta T/\Delta t$ 對溫度的關係圖。



發現：**高溫時，冷卻速率最大**，隨溫度降低而減少，而溫度愈近於室溫時，速率愈穩定。

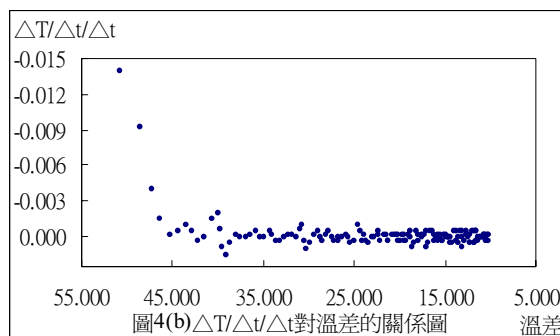
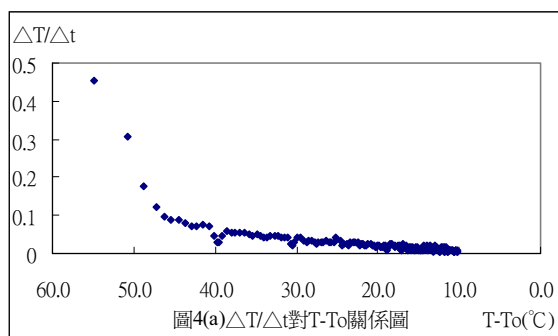
疑問：若我們用更進一步 $\Delta T/\Delta t$ 對溫差公式帶入，所得到的值，會更證實我們的理論嗎？

探討 1-4：水的自然冷卻速率和溫差的關係？

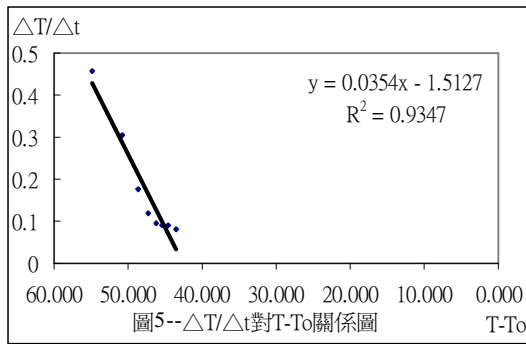
從我們的參考資料中，尋找出冷卻時最相關的對流和傳導公式，發現熱能的傳遞速率均與高低溫的差值 $(T_H - T_L)$ 的 1 次方成正比，因此我們也認為水的自然冷卻速率應與溫差 $(T - T_0)$ 有關，所以再將冷卻速率與溫差 $T - T_0$ 作圖進行討論。

關係式之假設：自然冷卻會受**外界溫度**（室溫） T_0 的影響……當物體溫度為 T ，在單位時間內溫度改變率為 $\Delta T/\Delta t$ ，若自然冷卻時溫度改變率與溫差 $(T - T_0)$ 有關（**但不一定是簡單正比關係**），則可假設其關係式為：

$$\Delta T/\Delta t = K(T - T_0)^n \quad \text{並將 } K \text{ 命名為自然冷卻係數。}$$

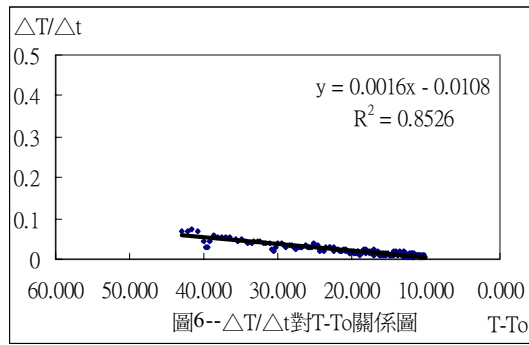


發現： $\Delta T/\Delta t$ 對 $T - T_0$ 關係圖，並非是我們所預期的簡單線性關係。進一步再將 $\Delta T/\Delta t$ 的變化率再對時間作圖，可清楚由**在溫差 $T - T_0$ 值約 45-50°C 左右時，圖形的斜率會發生明顯轉變**，低於 45-50°C， $\Delta T/\Delta t$ 的變化率相當穩定。



$T-T_0 > 50^\circ\text{C}$

$$\Delta T/\Delta t = 0.035(T-T_0) - 1.5127$$



$T-T_0 < 50^\circ\text{C}$

$$\Delta T/\Delta t = 0.0016(T-T_0) - 0.0108$$

$T-T_0 > 50^\circ\text{C}$ 斜率較大 表示冷卻速率變化較大，與 $T-T_0$ 的關係愈明顯
 $T-T_0 < 50^\circ\text{C}$ 斜率較小 冷卻速率變化較緩。

探討 1-5：利用作圖法，求出水的自然冷卻速率之關係式 $\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$

推導過程計算方法如下：

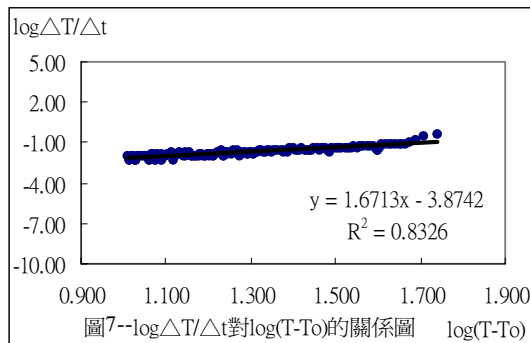
$$\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n \quad (1)$$

同時將等號 2 邊取 log 值 $\log \Delta T/\Delta t = \log K (T-T_0)^n$ (2)

又利用 $\log a \times b = \log a + \log b$ ， $\log a^b = b \times \log a$ 的關係

可將 (2) 式化成 $\log \Delta T/\Delta t = \log K + n \log (T-T_0)$ (3)

其中 $\log \Delta T/\Delta t$ 、 $\log (T-T_0)$ 是可由實驗值計算出的數據，我們只需作 $\log \Delta T/\Delta t$ 對 $\log (T-T_0)$ 的關係圖便成，以橫軸代表 $\log (T-T_0)$ 縱軸代表 $\log (\Delta T/\Delta t)$ ，進行線性回歸數值分析，斜率代表 n 值，而截距代表 $\log K$ ，經換算便可求出 K 值了。



發現：

圖形上點的分布，可以看出所趨向直線 $y=1.6713x-3.8742$ $R^2=0.8326$ 。

斜率代表 n 值= 1.6713 ，而截距代表 $\log K$ 為 -3.8742 經計算 $K=4.127 \times 10^{-4}$

則關係式為 $\Delta T/\Delta t = 4.13 \times 10^{-4} (T-T_0)^{1.67}$
 $R^2=0.8326$

疑問：此簡單的清水實驗求出的結果，令我們備感興趣！如果改變實驗的變因，是否會得到更值得探討的結果？

研究二～四（略）

研究五、探討 K 、 n 值與變因的關係

探討 5-1、實驗所得 $\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$ 的關係式中， k 與 n 值的列表

在 $\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$ 的關係式中，自然冷卻常數 K 值均介於 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 之間，非常小。而 n 值介於 $1 \sim 2$ 之間。列舉如下表所示：

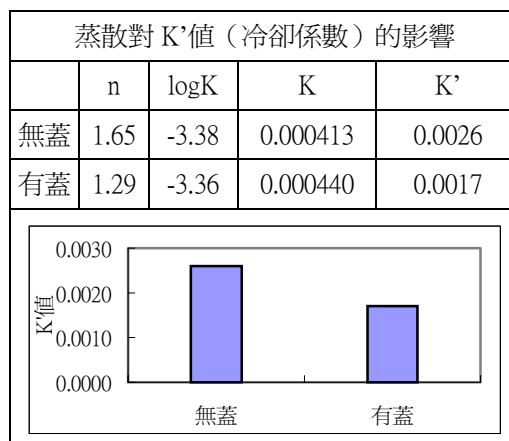
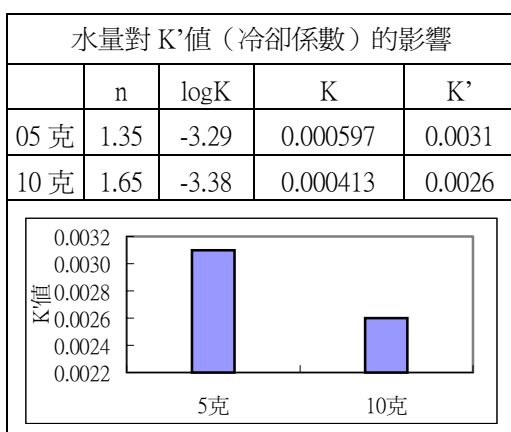
	n	logK	K
5 克清水	1.35	-3.29	0.000597
有蓋	1.29	-3.36	0.000440
鋁箔霧面內	1.70	-3.98	0.000145
鋁箔亮面內	1.37	-3.54	0.000285
黑管	1.44	-3.54	0.000289
白管	1.32	-3.30	0.000501
黑色水溶液	1.36	-3.34	0.000460
白色水溶液	1.48	-3.55	0.000281
細試管	1.16	-3.02	0.000961

不管是在熱對流【 $dQ/dt = h A*(T_H-T_L)$ 】或是熱傳導【 $dQ/dt = k A*(T_H-T_L)/d$ 】的公式，均與溫差的一次方有關（參考資料 5、6）。

它們所列出的數據，多是在絕熱的情況下所進行的。而我們所作的結果 n 值皆大於 1，可見在**非絕熱環境中，水的自然冷卻方式應不只是熱對流與傳導的關係，應與輻射、蒸散作用……有關。**

探討 5-2、 $\Delta T/\Delta t = K'(T-T_0)^1$ 的關係式中，K' 值與物體的性質之比較

正因為 n 值並不固定，所以在探討 k 值時，發現並不能直接相比。除非將公式中的溫差訂為一次方關係，成為 $\Delta T/\Delta t = K'(T-T_0)^1$ ，再討論 K' 的關係較有意義。因此我們也將之前實驗所做的 $\Delta T/\Delta t$ 對 $(T-T_0)$ 的關係圖，再作一次方的線性回歸，並以此次所得之 K' 值（冷卻係數）與物體的性質進行比較。



質量愈小，K' 值愈大，冷得快！ 蒸散作用也會使水冷的快！

（其餘比較圖：略）

六、討論：

（一）實驗部分：

1. 水的自然冷卻實驗與關係圖：

- （1）由溫度與時間的關係圖，可明顯看出其趨勢並非是一直線，而是曲線。開始溫度下降很快，到最後則趨於平緩。而冷卻速率 $\Delta T/\Delta t$ 對溫差 $T-T_0$ 關係圖，並非是我們所預期的簡單線性關係。高溫時，冷卻速率最大，隨溫度降低而減少，而溫度愈近於室溫時，速率愈穩定。**在溫差 $T-T_0$ 值約 50°C 左右，圖形斜率會轉變。**

- (2) 我們可 $\log \Delta T/\Delta t$ 對 $\log (T-T_0)$ 的關係圖，進行線性回歸數值分析，斜率代表 n 值，而截距代表 $\log K$ ，經換算便可求出 K 值計算出： $\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$ 。研究一的實驗數據中：斜率 $n=1.6463$ ，截距 $\log K=-3.38437$ ，經計算得 $K=4.127 \times 10^{-4}$ 則關係式 $\Delta T/\Delta t = 4.12 \times 10^{-4} (T-T_0)^{1.64}$ ，值得注意的是，我們將 150 組數據做線性回歸，得到 R^2 值為 0.8326，對一個以手工操作所得之數據分析來說，此結果已是相當接近了。（ R^2 值愈接近 1，表示線性回歸結果與數據點的誤差愈小。）

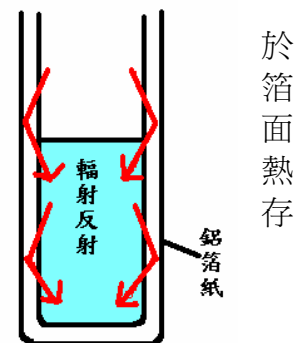
2. 水的自然冷卻與蒸散作用的實驗：

- (1) 蒸散作用愈旺盛時，水的冷卻速率愈快，因為蒸散時水分子由液態變為氣態會吸收熱能，而此影響在高溫時較明顯，加上蓋子可有效減緩冷卻速率。
- (2) 空氣的對流作用則加速蒸散作用，因此冷卻速率也加快了。

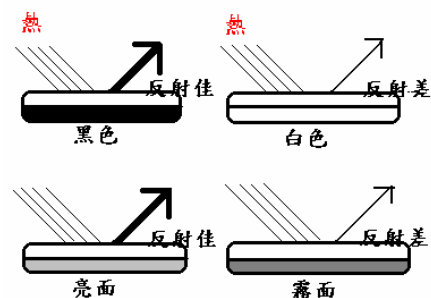
3. 水的自然冷卻與傳熱方式的實驗：

- (1) 輻射的反射和吸收會影響水的自然冷卻，由於水溶液釋放玻璃試管中，因此外裹的物質會形成熱的反射面，隨著鋁箔的霧面、亮面性質的不同，而影響水的冷卻速率。鋁箔的亮就像一面鏡子，會將熱能聚集，使冷卻速率較為緩慢。對的不易散出，而霧面在內，反射效果較不佳，非但不易保熱能，反而因本身為金屬加速冷卻。

冷卻速率：霧面在內 > 未裹鋁箔 > 亮面在內



- (2) 保溫的材料會影響水的冷卻。當物體多了一層隔熱材料時，不利於熱輻射及玻璃與周圍空氣的熱傳導，熱能不易散出，所以冷卻所需的時間也增加。
- (3) 外裹有色物質的試管內部如同鏡子，能將熱能聚集，黑色較白色產生之‘鏡子效應’強，故白試管冷卻的快！而鋁箔的亮面霧面差異也是相同道理。



- (4) 黑色水溶液由於容易放出輻射熱，冷卻也較快，但白色則否，符合黑色物質吸收放出輻射較快的理論。

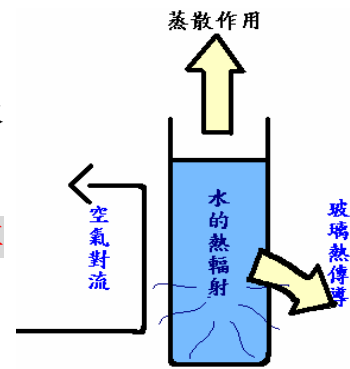
4. 水的自然冷卻與物體特性的關係

- (1) 比熱會影響液體的自然冷卻，比熱愈大，冷卻愈慢，反之則否。實驗所得的冷卻速率為：酒精 > 鹽水 > 水，主要因前 2 者的比熱皆小於水，且酒精為低沸點的液體，蒸散效應明顯，因此在 $80^\circ\text{C} \sim 50^\circ\text{C}$ 時，酒精的冷卻速率最快。
- (2) 物體狀態的不同，在本實驗中並無顯著的差異，可能是由於液態與膠態物質，在本質上並未有太大的改變的關係。
- (3) 水量愈少，物體冷卻愈快。根據 $H=m \cdot s \cdot \Delta T$ 的公式得知，水量多得和水量少的要降到同樣溫度，須放出的熱量較多，所以冷得慢，且水量多時分子作用力大，對流較慢，較慢冷卻。

(二) 綜合討論：

1. 水在室溫中的自然冷卻散失熱能的方式，經由我們實驗後歸納如下：

- (1) 受到液體接觸空氣表面的蒸散作用
- (2) 水溶液的熱能亦會以熱輻射形式散失（可由黑白水溶液實驗可加以佐證：黑色溶液易吸收放出輻射，冷卻較快！）
- (3) 由於水溶液是裝在玻璃試管中，玻璃管本身以熱傳導方式與空氣達到熱平衡（而玻璃管的接觸面積與空氣對流是否旺盛皆會影響水的自然冷卻。）

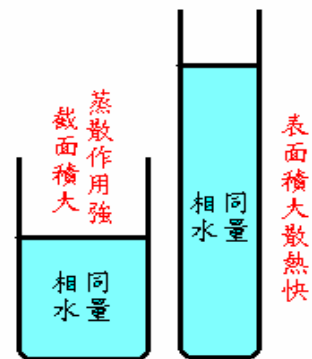


2. 使用不同粗細的試管進行冷卻實驗，我們發現一個相當有趣的現象，不僅表面積有影響，截面積的影響也很大！

- (1) 高溫時主要以液面接觸空氣的截面積大小影響冷卻的快慢。

細試管與空氣接觸面積大，蒸散作用較旺盛，因此冷卻較快。粗試管的截面積大於細試管的截面積，所以粗試管溫度下降的速率比細試管還快。

- (2) 到了 50°C 以下時，由於蒸散作用已不明顯，而以試管與空氣接觸的表面積大小作為冷卻快慢的依據。細試管表面積大於粗試管，單位時間內散出的熱量較多，因此冷卻快！



	基本測量	液面截面積	整體表面積
粗試管	口徑：1.5 cm 高度：3 cm	$(0.75)^2 \times \pi = 0.5625 \pi$ (截面積大)	$0.5625 \pi + (1.5 \pi \times 3) + 1/2 (4 \times (0.75)^2 \times \pi)$ $= 6.1875 \pi$
細試管	口徑：1 cm 高度：5.5 cm	$(0.5)^2 \times \pi = 0.25 \pi$	$0.25 \pi + (1 \pi \times 5.5) + 1/2 (4 \times (0.5)^2 \times \pi)$ $= 6.25 \pi$ (表面積大)

(三) 探討 K、n 值與變因的關係

1. 在 $\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$ 的關係式中，自然冷卻常數 K 值均介於 $10^3 \sim 10^4$ 之間，非常小。
2. 實驗所得的 n 值則介於 1~2 之間，在對流傳導的理論值部分，我們發現不管是熱對流【 $dQ/dt = h A*(T_H-T_L)$ 】或熱傳導【 $dQ/dt = k A*(T_H-T_L)/d$ 】的關係式（參考資料 5），均是與溫差的一次方有關，而它們所列出的數據，多是在絕熱的情況下所進行的。而我們所作的結果 n 值皆大於 1，可見在非絕熱環境中，水的自然冷卻速率變化關係應不只是熱對流與傳導的關係，與輻射、蒸散作用及周圍環境皆有關。

3. 正因為 n 值並不固定，所以在探討 k 值時，改以將公式中的溫差訂為一次方關係： $\Delta T/\Delta t = K'(T-T_0)^1$ ，再討論係數 K' 的關係，雖未得到 K' 值與質量、比熱、接觸面積的線性關係，但我們經由實驗分析其相關性如下：

質量愈小，K' 值愈大，冷得快！比熱愈小，K' 值愈大，冷得快！

表面積愈大（溫度 < 50°C），K' 值愈大，冷得快！

由上述實驗結果可知，自然冷卻係數 K' 值，應與質量 m、比熱 s、接觸面積 A 有關！到目前為止只能瞭解到這個地步，未來將鎖定較小的溫差範圍進行實驗，以避免在高溫時受到的蒸散作用影響—不僅吸收熱能加速冷卻，還有可能使水量減小增加誤差。

七、結論：

- (一) 水的自然冷卻主要受到液體表面(分子擴散) vs 遠離物體表面(空氣整體運動~對流)的影響，高溫時蒸散作用效應明顯，加速空氣對流則會加速冷卻！相同的水量裝於不同粗細的試管中，整體接觸空氣的表面積以細試管較大，自然冷卻速率快。但在較高溫時，考慮蒸散作用的影響，粗試管中液面截面積較大，反而冷得快！
- (二) 雖然黑色物質吸收或放出輻射相當快，但仍需視黑色物質所擔任的角色而定。黑色水溶液符合理論：放出熱輻射較快，冷卻較快！但若黑色物質包裹在玻璃試管外，則產生較白色物質明顯的‘鏡子效應’，會將熱輻射反射聚集，反而冷得慢！
- (三) 由實驗可得在 $\Delta T/\Delta t = K(T-T_0)^n$ 的關係式中，改變不同的變因，常數 K 值均介於 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 之間，其 n 值則介於 1~2 之間。不同於理論在絕熱環境中熱對流、熱傳導的關係與溫差的一次方成正比，我們所作的結果 n 值皆大於 1，可見在非絕熱環境中，水的自然冷卻方式應不只是熱對流與傳導的關係，應與輻射、蒸散作用及周圍環境有關。
- (四) 冷卻在日常生活中是常發生的現象，但卻很少有人會對『自然冷卻』做深入的探討。因此，基於尋找問題及解答疑惑的精神，我們對此作了進一步的研討。雖然此階段所完成的實驗成果，『學術』的意味較濃，但往後我們將會朝著與生活中的各種事物做結合，找出其應用價值！

八、參考資料：

- 1.吳文政 物理進階叢書－熱學 建宏出版社 民 87，p11~p44
- 2.楊介信 張大同，中學物理實驗大全 凡異出版社 民 86，p645~p648
- 3.Jearly Walker 物理學飛行馬戲 凡異出版社 民 85
- 4.郁仁貽 水的科學 復文書局 民 83
- 5.黃福坤，〈衣服與絕熱〉，
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/class/demolab/日常生活中的物理/衣服/衣服和絕熱.html>
- 6.許績勳，〈日常生活中的熱現象〉
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/class/demolab/Others/thermal/index.htm>

評語：

一、利用簡單實驗儀器，探討自然冷卻規律性，內容完整，深入探討問題並能發掘問題，定性分析完整，團隊合作精神及全隊參與性高。

二、定量數據之解釋不夠清楚應加強。

作者簡介

吳祥瑞，國中二年級資優班學生，對於電腦及科學相當有興趣，喜歡閱讀相關書籍，負責此次科展作品所有數據處理。領悟力佳，觀察裡也相當敏銳，會主動探究問題。國小參加科展獲應用科學組佳作，寫作、演說等競賽也有不錯的成績。

朱紹萱，國中二年級資優班學生，負責此次科展作品實驗討論部分，科學觀念統整能力極佳。興趣廣泛，勇於挑戰，觀察力強，反應快。團體活動參與感高，具領導才能。曾獲資優班科學研究第一名，國中參與全國性電腦網頁製作比賽表現出色。

康鈺玫，國中二年級資優班學生，美工能力好，國小美術班畢業，科展作品所有的插圖出自她的手。非常開心這次參加比賽能有此成果，也藉此學到作研究的科學精神與態度。興趣則是看書、打球、畫畫、個性隨和，做事認真負責，學業品行均相當優異。

薛孝亭，國中二年級資優班學生，負責此次科展實驗操作部分工作。創造力，想像力，思考力佳。具有高度好奇心，喜歡冒險試探事物的極限，經常問為什麼，越困難的工作越有興趣。