

作品名稱：水蔥花 --- 散射水膜所激起的完整水苞

高中組 物理科 第二名

縣市：新竹市

作者： 江郁嫻、吳旻蓁

江蕙如、湯雅淳

學校：國立新竹女子高級中學

指導老師：林智遠 老師



江郁嫻（左一），吳旻蓁（左二），江蕙如（左三），湯雅淳（左四）林智遠老師（左五）

.....有一種花.....叫做”水蔥花”.... 發現他會長大.....會變胖.....會變瘦..... 是真的嗎...揉揉
雙眼...教人不敢相信....這大自然完美的傑作..... 我們與她邂逅在寒冬.....我們無時無刻不
想著她.....甚至看到竹女的日出...用隨手可得的東西...發現別人看不見的現象...最後...我們
知道如何讓她含苞 or 綻放...我們愛物理...玩物理..設計一個自編自導自演的實驗....你管我們
怎麼做.....

一、研究動機

生活中我們常看到水柱衝擊物體時，形成散射的水膜，卻不知道在適當的條件下，水膜可以完整接合，第一次發現這種神奇現象時，十分驚喜，因為就像含苞待放的花朵，所以我們稱之為「水苞」。我們懷疑是否在不同變因下水苞的形狀、大小會有奇妙的規律，在好奇心的驅使下，我們在寒冬裡展開了與水苞的邂逅，探索—物理之美。

二、實驗目的

針對水膜散射形成的完整水苞加以研究。

<一>實驗並歸納圓水柱水苞的規律。

測量之物理量名詞及定義：(如圖二-1)

D(cm)：水苞截面的最大直徑，稱為水苞寬。

L(cm)：圓板到水苞接合處的鉛直距離，稱為水苞長。

h(cm)：水柱出口到圓板的鉛直距離，我們稱作水降差。

H(cm)：最大水苞(衝擊板形成最大直徑 D_{max} 水苞時)的水降差。

V(c.c./sec)：在水柱出口處注滿 1000c.c.的水所需秒數，即流量。

d(cm)：衝擊板的直徑。

<二>記錄最大水苞的 H、 D_{max} 、L 並探討形成的條件。

<三>實驗並規納扁水柱水苞的規律。

改變出水口形狀為橢圓形，形成扁水柱，探討其水柱振盪的波形(駐波)與所形成水苞的關係，及扁水苞和圓水苞的交替、旋轉現象。

測量之物理量名詞及定義：(如圖二-2、3、4)

節：由平行橢圓出水口長軸方向觀察，水柱最細的部分。

腹：由平行橢圓出水口長軸方向觀察，水柱最粗的部分。

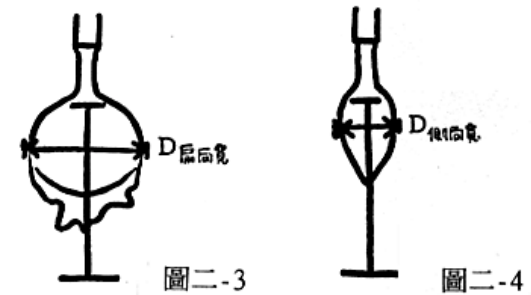
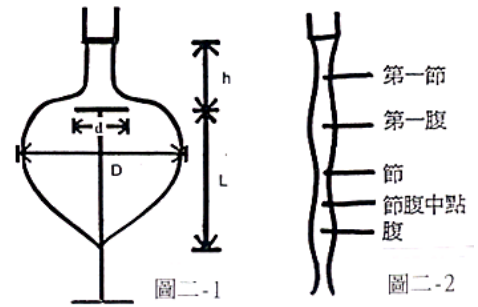
$D_{扁向寬}$ (cm)：扁水苞橢圓剖面的長軸。

$D_{側向寬}$ (cm)：扁水苞橢圓剖面的短軸。

<四>比較圓水柱與扁水柱形成的水苞異同。

<五>觀察不同形狀的衝擊板對散射水膜的影響。

<六>測量水苞內外的空氣是否有壓力差的存在，並探討水溫、壓差、水膜表面張力、重力、水的黏滯性等以了解形成水苞的原因。



三、參考理論

<一>能量方程式

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g y_0 = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y$$

$$\because p_0 = p \Rightarrow \frac{1}{2} \rho (v^2 - v_0^2) = \rho g (y_0 - y) \quad v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$\therefore v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad v_0 = \frac{\Delta V}{A_0 \Delta t} \quad (A_0 : \text{出水口截面積}) \quad \text{可求 } v \text{ 值}$$

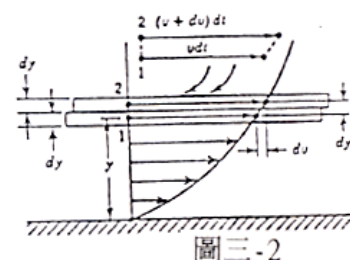
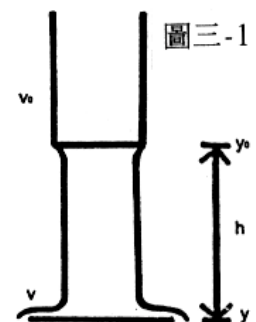
<二>水柱衝擊在板，流體的層與層間，必然有摩擦力或剪應力 τ 存在。

剪應力 τ ：表示每單位接觸面所受的摩擦力或剪力。

層流間的剪應力：正比於相對應變率(速度的梯度) dv/dy 。 $\tau = \mu dv/dy$

μ ：黏滯性係數(coefficient of viscosity)。

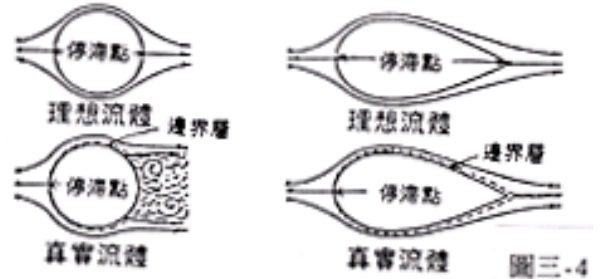
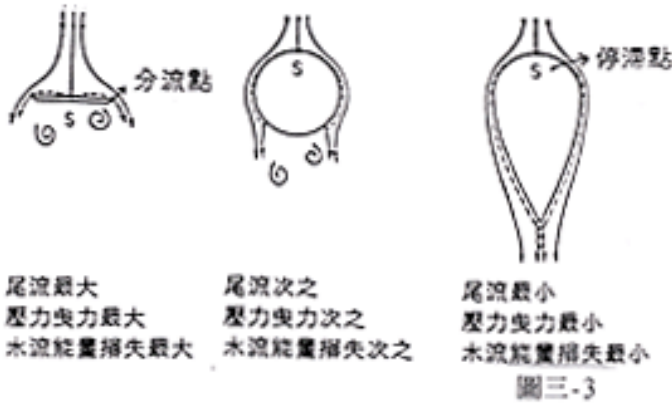
黏滯性根源於流體層間的凝聚力與分子動量交換而造成層流間的剪應力。



<三>分流對圓板的作用分析

水柱衝擊圓板、球體、流線形物體，都會產生停滯點 S 及層流壓力 P_0 。

- (1) 停滯點會造成動能的損失，對圓板作功。
- (2) 層流壓力會造成壓力曳力 (pressure drag)。(如圖三-3)
- (3) 真實流體與理想流體比較。(如圖三-4)



<四>牛頓力學—從落體碰撞看水膜噴射

假設：

- (1) $\frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot \rho = \frac{\Delta m}{\Delta t}$ 為微小粒子綿密落下碰撞圓板、不反跳。
- (2) 分流在 x 水平方向之速度為 v_{0x} ，

垂直沿 y 方向之速度為 v_{0y} ，向下加速度 g

$$\begin{cases} x: v_{xt} = v_x - a_x t \\ y: v_{yt} = v_y + gt \end{cases} \quad a_x \text{ 由黏滯力 } F_x \text{ 造成}$$

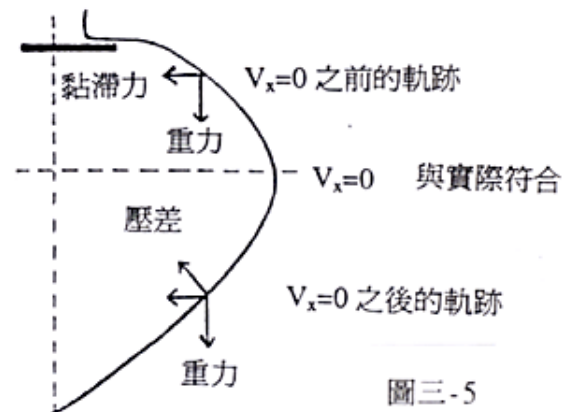
$$\begin{cases} x_{(t)} = v_x t - \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y_{(t)} = v_y t + \frac{1}{2} gt^2 \end{cases} \quad \text{設為 } a_x \text{ 為定值, } g \text{ 亦為定值}$$

當 $v_{xt} = 0$ 時 $t = \frac{v_x}{a_x}$ 時 x 達最大值 $= \frac{D_{\max}}{2}$ 時

$$\text{則 } x = v_{0x} \cdot \frac{v_{0x}}{a_x} - \frac{1}{2} a_x \cdot \left(\frac{v_{0x}}{a_x} \right)^2 = \frac{v_{0x}^2}{a_x} - \frac{v_{0x}^2}{2a_x} = \frac{v_{0x}^2}{a_x} \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{D_{\max}}{2}$$

此時水膜很薄，表面張力明顯增大，而向負 x 軸方向內聚力持續，產生 a'_x (表面張力所造成)

$$x = -\frac{1}{2} a'_x t^2 \quad \text{此時為反向之拋體軌跡，至正下方會注成水束。 (如圖三-5)}$$



<五>水苞內外空氣壓力差也提供水膜收縮的效果。

本實驗得 $\Delta P \approx 2 \times 10^{-1} \text{ cm-H}_2\text{O}$ 可知對水苞有一定的影響。

四、實驗裝置與器材

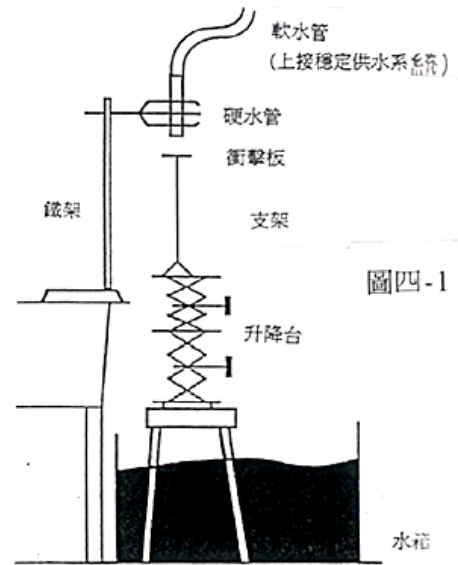
基本裝置：(如圖四-1)

- | | |
|-----------|----------|
| (1)穩定供水系統 | (5)塑膠水箱 |
| (2)軟水管 | (6)升降台 |
| (3)硬水管 | (7)支架 |
| (4)鐵架 | (8)各種衝擊板 |

測量水苞大小：自製游標尺。

測量流量：碼表、量杯。

測量壓差：簡易測壓器(滴管、L型管、橡皮管)。



五、實驗步驟

<一>圓水柱實驗

- (1)調整水束，使之穩定流暢，且不可偏斜、振盪。
 - (2)在出水口收集水量 1000c.c.，並以碼表計時，以求流量，重複多次並將數據記錄下來。
 - (3)用 A、B、C、D、E 五種不同直徑的衝擊板，分別大略觀察其在各水降差 h 下的水苞變化情形。
 - (4)支架頂端固定 A 衝擊板、從距出水口 1cm 起，每 2cm 為間距，下降衝擊板，測量並記錄水苞的 h 、 D 、 L ，直到水苞破裂不完整。
 - (5)找出最大水苞，並記錄其 H 、 D_{max} 、 L 。
 - (6)換 B、C、D、E 衝擊板，重複上述步驟(4)、(5)，為一組完整實驗。
 - (7)改變流量重複(1)~(6)實驗。
 - (8)將數據作各種統計或分析以探討其中的規律。
- ※注意: 1.水束需衝擊在板的正中央，且水束與衝擊板需垂直。
2.隨時注意水是否穩定及流量是否有改變。
3.記錄數據同時，留意水苞的形狀及特殊變化。

<二>扁水柱實驗

- (1)將出水口改為橢圓形，並調整水束，使振盪波形(駐波)明顯、穩定。
- (2)在出水口收集水量 1000c.c.，並以碼表計時，以求流量，重複多次並將數據記錄下來。
- (3)測量水束的節、腹位置，及節、腹、節腹中點在正、側兩面的寬。
- (4)用 A、B、C、D、E 五種不同直徑的衝擊板，分別大略觀察其在水降差 h 下的水苞變化情形。
- (5)支架頂端固定 A 衝擊板、從距出水口 1cm 起，每 1cm 為間距，記錄扁水苞接合的方向，和 $D_{扁向寬}$ 、 $D_{側向寬}$ 及 H 、 L 。
- (6)找出最大水苞，並記錄其 H 、 D_{max} 、 L 。
- (7)依節、腹、節腹間的水降差觀察扁、圓水苞交替、旋轉的現象。
- (8)更換 B、C、D、E 衝擊板，重複步驟(5)、(6)，為一組完整實驗。
- (9)改變流量重複(1)~(8)實驗。
- (10)將數據作各種統計或分析以探討其中的規律。

<三>改用不同形狀的衝擊板，觀察記錄其差異性。

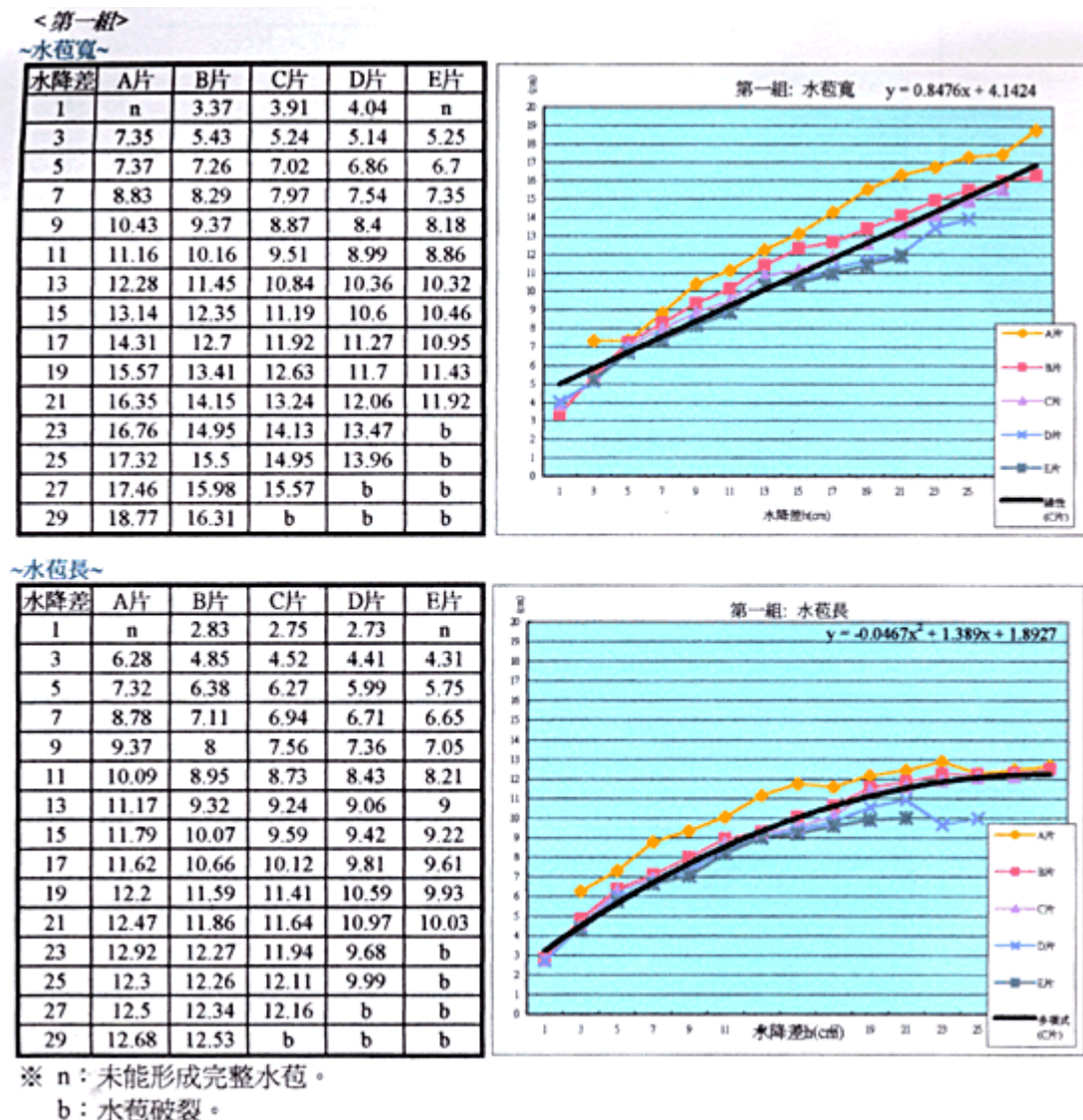
<四>用簡易的測壓器測量水苞內外的空氣是否有壓力差的存在。

- (1)將些許水裝入 U 型管(由兩個 L 型管組合而成)中，使兩邊水等高，並用油性筆作上記號。

(2)將滴管尖端小心伸入水苞中，觀察兩邊水面是否改變。

六、數據分析

~ 圓水柱實驗 ~ 不同衝擊版在固定流量(57.3c.c /sec)下 水苞寬長 DL 之變化情形

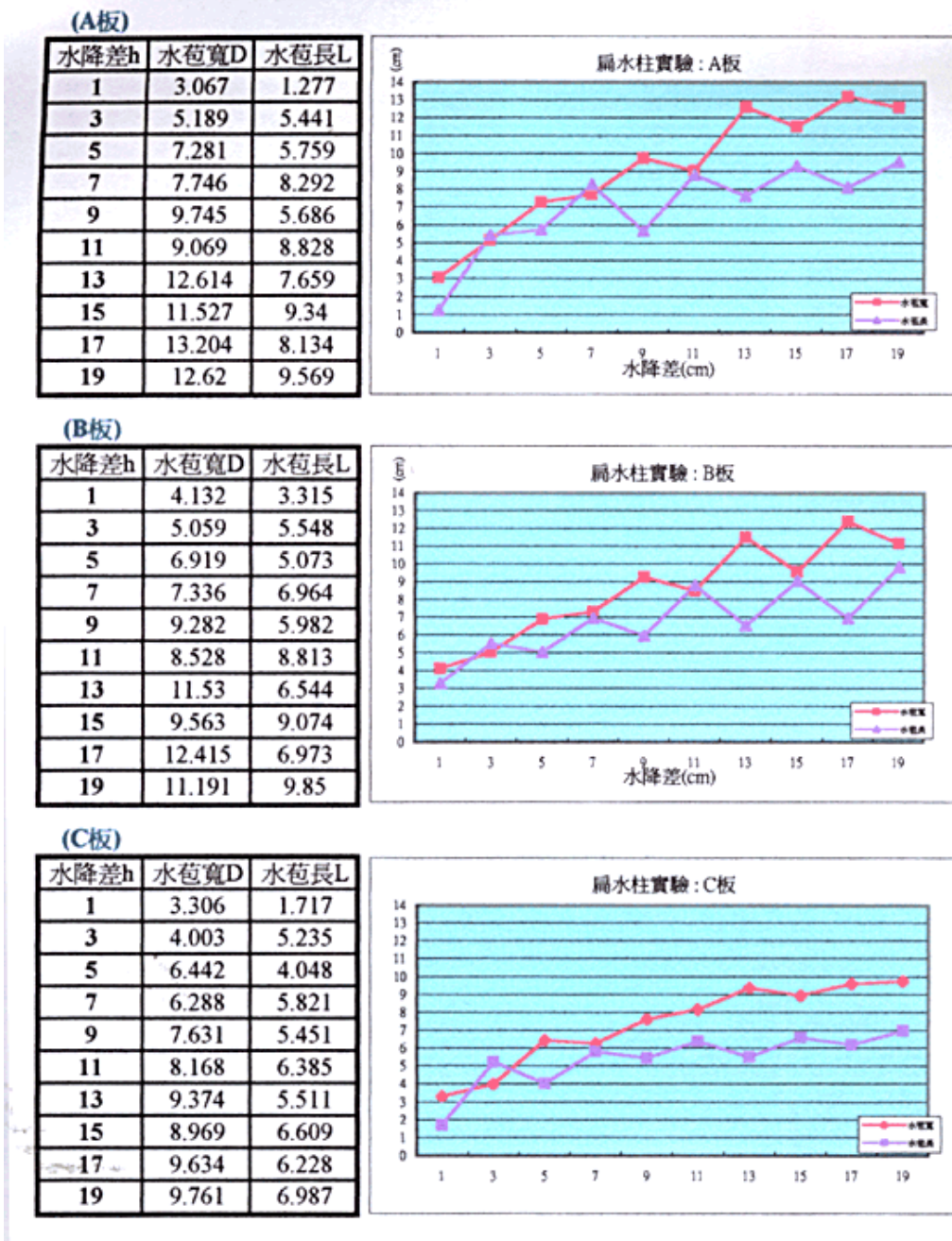


<一>圓水柱實驗

- (1)隨水降差增大，水苞寬 D 依比例增大，但水苞長 L 增大幅度依次漸緩，所以水苞寬對水降差的變化趨勢圖較接近直線，而水苞長對水降差的變化趨勢圖較接近二次曲線，方程式如表。
- (2)比較相同 V、h，不同 d 的水苞，發現 d 大者產生的水苞比較小，因為衝擊板面積較大時，水與板之間的摩擦力的效應影響大， $(-ax)$ 較大，水層流離開端點時之 v_{xt} 銳減以致 D 較小；且衝擊板大時水膜較薄，膜內縮力大，表面張力較顯著；相對的，衝擊板小時水膜較厚，水膜的重力明顯。
- (3)固定 h、d，當 V 越大時，所形成的水苞亦較大，因為水柱衝擊到板的 v 也較大的緣故。
- (4)調整適當 h，使水柱擊板時的黏滯力、表面張力、重力三力恰到好處時可得最大直徑 D_{max} 。流量小時，形成最大水苞之水降差 H 愈大，因為 v_0 小，v 亦小，所以欲產生最大水苞之水降差 H 會比流量一、二還大。且流量小時，形成的最大水苞長寬皆變小，得知流量影響較顯著，而水降差影響較小，原因是流量大者 v 之增強超過水降差 $v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$ 之增加。當水降差大於 H 時水苞尖端會打開，D 變大，L 卻變小，且未接合，有時像水母，有時像雨傘，有時就像裙擺，我們稱為水苞破裂，另外，當水柱偏斜沒有垂直打擊板的正中央時水苞亦容易破裂。

(5)固定流量 V 及水降差 h 時，水苞寬 D 隨板徑 d 增大而遞減，水苞截面積 D^2 與圓板截面積 d^2 比值銳減，同一圓板產生之水苞直徑 D 隨流量減小而變窄；水苞長 L 隨板徑 d 增大而遞減，水苞長 L 與圓板截面積 d^2 比值銳減，同一圓板產生之水苞長 L 隨流量減小而變短。

~ 扁水柱實驗 ~ 在同一流量(51.4c.c/sec)下 不同衝擊板之水苞寬長 DL 比較情形



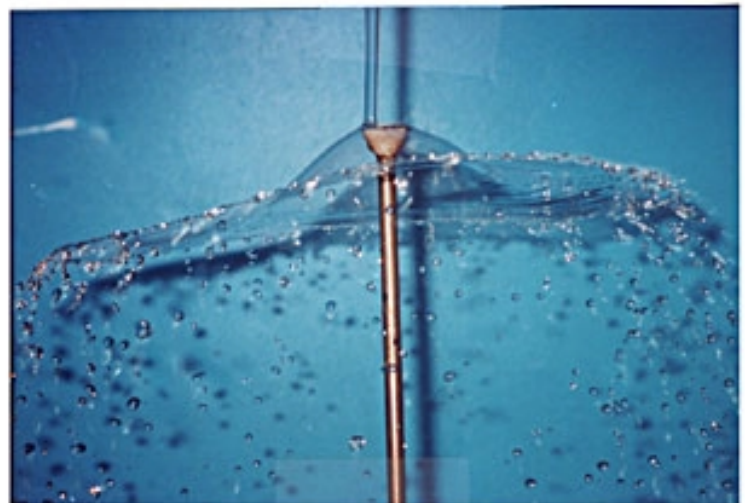
<二>扁水柱實驗

- (6)由正面觀察水柱節、節腹中點、腹的寬度為遞增，由側面觀察則為遞減，即節腹位置對調，但節腹中點寬度不變，可知節、腹為扁水柱，節腹中點則為圓水柱。
- (7)水苞長寬變化趨勢與圓水柱水苞相似，會遞增，但有高低弧狀起伏的現象，即函數圖如波浪一般。
- (8)測量水柱節、腹處的水苞，發現水苞接合於一線，隨水降差增加，水苞寬與水苞長的比值漸增，即越寬扁。仔細觀察由節到腹的水苞變化過程，發現水苞會先變得渾圓，並在節腹中點形成圓水苞。若將水苞長和水苞寬對水降差的關係置於同一函數圖，會發現水苞長寬的差值

Δy 規律的疏密相間， Δy 大的如 Δy_1 ，代表扁水苞，且水降差恰為節、腹位置； Δy 小的如 Δy_2 ，代表圓水苞，水降差為節腹中點。我們甚至能夠往回推算出當時的駐波情形，這也是我們實驗的過程中最精彩的部分。

<三>我們用不同形狀的衝擊板進行實驗，發現衝擊板為多邊形時，水膜深受衝擊板之形狀所影響，又發現在特定的流量、水束粗細以及衝擊板（大小、形狀）的完美配合下，在某一特定的範圍內，會形成閉合的完整水苞，所以我們認為仍以輻射對稱的圓板最易形成完整水苞，且衝擊板形狀是影響水苞形成的重要因素。

扁水苞與圓水苞的比較圖



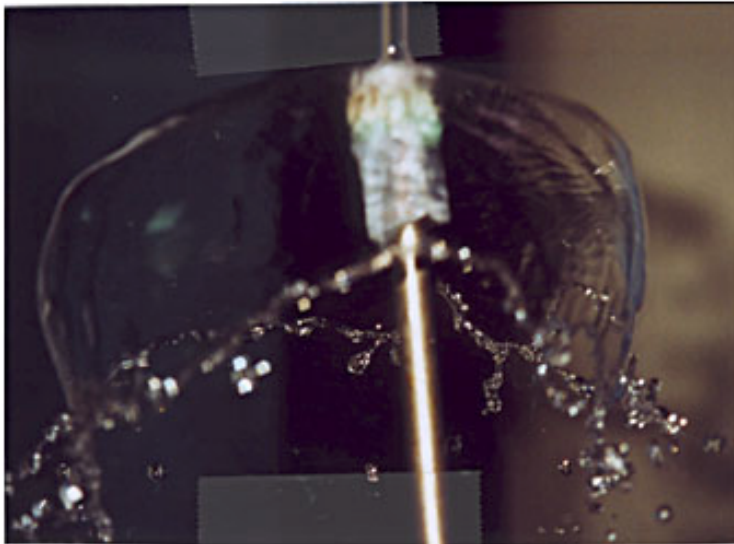
破裂的水苞

七、討論

(1)穩定供水系統的設計是極為重要的控制變因，限於無皮氏管測量流速，因此我們以流量 V 取代流速來看實驗。由右式 $V_{c.c.} = v_0 \cdot \pi r^2$ (r 表出水口半徑) 計算 v_0 ，則注入衝擊板的流速 $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ 。

- (2)我們在測量時，常無意間碰觸到水苞，而觀察到水苞會突然變大，有時是碰到板面，有時則是碰到水苞。碰到板面會突然變大的原因，可能是其因為邊界層被剝離，以及碰水苞會變大的原因，則可能是因為白努力定律效應的關係。
- (3)實驗中我們在換片時，常會感覺圓板中央熱熱的。其因是當流體下沖到衝擊板時，愈接近板的流速會愈慢，因為中央停滯點的能量大多轉換成熱能釋放出來，所以圓板中央才會熱熱的。
- (4)由拍攝的照片中發現，水苞接合後，落下的水滴呈螺旋狀，軌跡逐漸擴大。

不同形狀的衝擊板所形成的水膜情形



橢圓形的衝擊板



正方形的衝擊板



水苞接合後，落下的水滴呈螺旋狀，軌跡逐漸擴大

八、結論

- (1)水柱衝擊板面的速度 $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ 由流量、水降差決定。 v 愈大衝擊板面時散射速度 v_x 愈大，所以水苞寬 D 一定隨之變大，但散射水膜間之層流(分流)間之黏滯力造成 $(-a_x)$ ，以致非理想之線性關係。
- (2)激起的水苞寬 D 愈大者，相形之下水苞長 L 增大幅度漸緩，完全符合力學能守恆觀點。當水苞寬愈大時，水膜愈薄，除了表面張力作用增強，還有白努力流力效應，雙重作用之結果，形成水苞是必然的。且測得水苞內氣壓較小，壓差約 $2\text{mmH}_2\text{O}$ ，此時水苞形狀是穩定不變的。
- (3)衝擊板太小、水束太大，不利水苞的形成，平板上水分流的剪應力相形增大， v_y 增大，此時水流散射水膜因重力作用明顯，立即合閉而下；但是板小、水流速太大，理論上會因板阻在 x 方向上減小， v_x 較大，就散射而出，難以形成水苞。
- (4)選擇適當流量、板徑，控制水束大小、水降差，使板阻效應減到最小，降低 $(-a_x)$ ，可得最大水苞。
- (5)扁水柱的實驗中，了解圓水柱在橫截面的某方面(x 軸)受擠壓時，另一垂直方面會伸張，對於水彈性介質而言，橫截面上兩垂直方面產生似 S.H.M.之振盪，隨水下降一路產生，使得實驗更加精彩、豐富。
- (6)扁水柱在水束之節腹間之截面為圓水柱，與圓水柱實驗結果相同。當衝擊板在水束節點處及腹點處，水苞寬 D 、水苞長 L 就有很大變化。依 S.H.M.之振盪理論而言，節點處水苞 D 扁向寬變得很大，這表示在水束衝擊板時釋出較大能量，而下一個腹處 D 扁向寬變得很小，這顯示腹點處正是 S.H.M.之端點，隨 v_x 較小而變小。

九、感想與展望

好幾個寒冷的日子，我們都是穿著雨衣、赤著腳泡在水中度過的，但第一次看見水苞的驚喜和不斷發現的新奇結果一直支持著我們。後來發現扁水柱水苞的神奇現象，使我們的作品頗具新味且具挑戰性，更確立了不同以往水膜散射研究的實驗方向。在偶然的機會裏展開這一連串有趣的實驗，看著許多未曾注意的現象道理被一一發現、解釋。以實驗物理、統計分析的方法，以期了解自然界一力一的奧秘。這次做水蔥花的實驗，說它做完了，又好像沒有做完。誠如老師所說：「科學研究的問題永遠做不完，最好的作品也有沒做完的缺點。」很高興前人的經驗提供我們訊息，每件作品都還有很多發展的空間，我們會繼續設計更多樣的實驗，就這樣玩下去吧！

十、參考文獻

- (1)Fundamentals of Physics Halliday · Resnick · Walker
- (2)Elementary Fluid Mechanics Vennord/Street
- (3)Mathematical Methods of Physics Mathews · Walker
- (4)University Physics Benson ——歐亞出版
- (5)The Flying Circus of Physics With Answers ——Jearl Walker 著
- (6)流體力學概論 陳慶芳 編著 ——徐氏基金會出版
- (7)科學中的數學方法 ——凡異出版
- (8)中華民國中小學第三十八屆科展作品專輯

評語：

本作品從水柱沖擊到物體時會形成薄膜的現象去探討該水膜是否可以包合。經由變化水柱形狀，水速及物體形狀等各種因素，由實驗證明確實可行。因此可以再進一步探討可以包合的條件。故本作品具有創意，（作品）雖然未量化，但開創一可以繼續探討的現象。