

作品名稱：簡易的太陽 \longleftrightarrow 地球距離之測量

高中組 地球科學科 第一名

縣市：嘉義縣

作者：林佩蓁、翁于晴

鄭偉宏、陳昭先

校名：私立協同高級中學

指導老師：翁啓訓老師



一、研究動機：

最接近地球的星球當屬月球及太陽，古人如何測量太陽與地球的距離，一直是我們好奇所在。

二、研究目的：

想以簡單的方法測量太陽與地球之距離。

三、研究器材及設備：

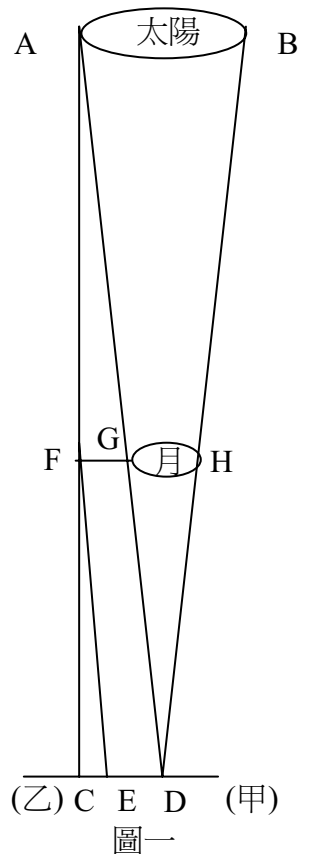
天文望遠鏡及攝影器材。

四、研究步驟：

1. 當甲地發生日全食時，在同一時刻在乙地對日偏食作詳細觀測並記錄日偏食的食分。(最好能做天文攝影)
2. 在已知月球直徑(\overline{GH})大小及月地距離(\overline{GD})的條件之下，可利用相似三角形原理計算出日地距離(\overline{AD})。
3. 由於地球是個球體，且發生日食時，太陽並非垂直於甲、乙兩觀測點上，所以必須把甲、乙兩地點的座標投射在太陽的橫切面上，也就是說把甲、乙兩地點的座標投影在與太陽光垂直的平面上，並算出甲、乙兩投影點的直線距離(\overline{CD})。
4. 若日全食的位置由甲地移到乙地時，月球必須平移 \overline{GF} 的距離，而 \overline{CD} 一定大於 \overline{FG} 。 $\rightarrow \overline{CE} = \overline{CD} - \overline{FG}$

$$\text{由 } \frac{\overline{EF}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} \rightarrow \frac{384400}{\overline{CE}} = \frac{\text{太陽距離}}{\overline{CD}}$$

由以上公式可求出太陽與地球之距離。



五、研究結果：

1. 假設太陽垂直照射地球的緯度是以簡諧運動的方式在南回歸線(-23.45°)及北回歸線(23.45°)之間來回運動。
2. 以 23.45° 為圓周運動的半徑可導出簡諧運動的公式為

$$X = 23.45^\circ \times \cos\left(\frac{360^\circ \times n}{366}\right) \quad n = 1, 2, 3 \dots 366$$

一年中每天太陽垂直照射在地球上緯度，如下：

表(一)

日期	太陽直射緯度 X	日期	太陽直射緯度 X	日期	太陽直射緯度 X	日期	太陽直射緯度 X
1/1	-23.03	1/20	-20.41	2/8	-15.63	2/27	-9.21
1/2	-22.95	1/21	-20.21	2/9	-15.33	2/28	-8.83
1/3	-22.87	1/22	-20.00	2/10	-15.02	2/29	-8.46
1/4	-22.78	1/23	-19.79	2/11	-14.71	3/1	-8.08
1/5	-22.68	1/24	-19.57	2/12	-14.39	3/2	-7.70
1/6	-22.57	1/25	-19.34	2/13	-14.08	3/3	-7.32
1/7	-22.46	1/26	-19.11	2/14	-13.75	3/4	-6.94
1/8	-22.34	1/27	-18.88	2/15	-13.42	3/5	-6.55
1/9	-22.21	1/28	-18.63	2/16	-13.09	3/6	-6.17
1/10	-22.08	1/29	-18.39	2/17	-12.75	3/7	-5.78
1/11	-21.94	1/30	-18.14	2/18	-12.42	3/8	-5.39
1/12	-21.80	1/31	-17.88	2/19	-12.07	3/9	-4.99
1/13	-21.65	2/1	-17.61	2/20	-11.73	3/10	-4.60
1/14	-21.49	2/2	-17.35	2/21	-11.37	3/11	-4.20
1/15	-21.32	2/3	-17.07	2/22	-11.02	3/12	-3.81
1/16	-21.15	2/4	-16.79	2/23	-10.66	3/13	-3.41
1/17	-20.98	2/5	-16.51	2/24	-10.30	3/14	-3.01
1/18	-20.79	2/6	-16.22	2/25	-9.94	3/15	-2.61
1/19	-20.60	2/7	-15.93	2/26	-9.57	3/16	-2.21

日期	太陽直射 緯度 x	日期	太陽直射 緯度 x	日期	太陽直射 緯度 x	日期	太陽直射 緯度 x
3/17	-1.81	5/12	18.14	7/7	22.57	9/1	7.70
3/18	-1.41	5/13	18.39	7/8	22.46	9/2	7.32
3/19	-1.01	5/14	18.63	7/9	22.34	9/3	6.94
3/20	-0.60	5/15	18.88	7/10	22.21	9/4	6.55
3/21	-0.20	5/16	19.11	7/11	22.08	9/5	6.17
3/22	0.20	5/17	19.34	7/12	21.94	9/6	5.78
3/23	0.60	5/18	19.57	7/13	21.80	9/7	5.39
3/24	1.01	5/19	19.79	7/14	21.65	9/8	4.99
3/25	1.41	5/20	20.00	7/15	21.49	9/9	4.60
3/26	1.81	5/21	20.21	7/16	21.32	9/10	4.20
3/27	2.21	5/22	20.41	7/17	21.15	9/11	3.81
3/28	2.61	5/23	20.60	7/18	20.98	9/12	3.41
3/29	3.01	5/24	20.79	7/19	20.79	9/13	3.01
3/30	3.41	5/25	20.98	7/20	20.60	9/14	2.61
3/31	3.81	5/26	21.15	7/21	20.41	9/15	2.21
4/1	4.20	5/27	21.32	7/22	20.21	9/16	1.81
4/2	4.60	5/28	21.49	7/23	20.00	9/17	1.41
4/3	4.99	5/29	21.65	7/24	19.79	9/18	1.01
4/4	5.39	5/30	21.80	7/25	19.57	9/19	0.60
4/5	5.78	5/31	21.94	7/26	19.34	9/20	0.20
4/6	6.17	6/1	22.08	7/27	19.11	9/21	-0.20
4/7	6.55	6/2	22.21	7/28	18.88	9/22	-0.60
4/8	6.94	6/3	22.34	7/29	18.63	9/23	-1.01
4/9	7.32	6/4	22.46	7/30	18.39	9/24	-1.41
4/10	7.70	6/5	22.57	7/31	18.14	9/25	-1.81
4/11	8.08	6/6	22.68	8/1	17.88	9/26	-2.21
4/12	8.46	6/7	22.78	8/2	17.61	9/27	-2.61
4/13	8.83	6/8	22.87	8/3	17.35	9/28	-3.01
4/14	9.21	6/9	22.95	8/4	17.07	9/29	-3.41
4/15	9.57	6/10	23.03	8/5	16.79	9/30	-3.81
4/16	9.94	6/11	23.11	8/6	16.51	10/1	-4.20
4/17	10.30	6/12	23.17	8/7	16.22	10/2	-4.60
4/18	10.66	6/13	23.23	8/8	15.93	10/3	-4.99
4/19	11.02	6/14	23.28	8/9	15.63	10/4	-5.39
4/20	11.37	6/15	23.33	8/10	15.33	10/5	-5.78
4/21	11.73	6/16	23.36	8/11	15.02	10/6	-6.17
4/22	12.07	6/17	23.39	8/12	14.71	10/7	-6.55
4/23	12.42	6/18	23.42	8/13	14.39	10/8	-6.94
4/24	12.75	6/19	23.44	8/14	14.08	10/9	-7.32
4/25	13.09	6/20	23.45	8/15	13.75	10/10	-7.70
4/26	13.42	6/21	23.45	8/16	13.42	10/11	-8.08
4/27	13.75	6/22	23.45	8/17	13.09	10/12	-8.46
4/28	14.08	6/23	23.44	8/18	12.75	10/13	-8.83
4/29	14.39	6/24	23.42	8/19	12.42	10/14	-9.21
4/30	14.71	6/25	23.39	8/20	12.07	10/15	-9.57
5/1	15.02	6/26	23.36	8/21	11.73	10/16	-9.94
5/2	15.33	6/27	23.33	8/22	11.37	10/17	-10.30
5/3	15.63	6/28	23.28	8/23	11.02	10/18	-10.66
5/4	15.93	6/29	23.23	8/24	10.66	10/19	-11.02
5/5	16.22	6/30	23.17	8/25	10.30	10/20	-11.37
5/6	16.51	7/1	23.11	8/26	9.94	10/21	-11.73
5/7	16.79	7/2	23.03	8/27	9.57	10/22	-12.07
5/8	17.07	7/3	22.95	8/28	9.21	10/23	-12.42
5/9	17.35	7/4	22.87	8/29	8.83	10/24	-12.75
5/10	17.61	7/5	22.78	8/30	8.46	10/25	-13.09
5/11	17.88	7/6	22.68	8/31	8.08	10/26	-13.42

日期	太陽直射 緯度 x	日期	太陽直射 緯度 x	日期	太陽直射 緯度 x	日期	太陽直射 緯度 x
10/27	-13.75	11/13	-18.63	11/30	-21.94	12/17	-23.39
10/28	-14.08	11/14	-18.88	12/1	-22.08	12/18	-23.42
10/29	-14.39	11/15	-19.11	12/2	-22.21	12/19	-23.44
10/30	-14.71	11/16	-19.34	12/3	-22.34	12/20	-23.45
10/31	-15.02	11/17	-19.57	12/4	-22.46	12/21	-23.45
11/1	-15.33	11/18	-19.79	12/5	-22.57	12/22	-23.45
11/2	-15.63	11/19	-20.00	12/6	-22.68	12/23	-23.44
11/3	-15.93	11/20	-20.21	12/7	-22.78	12/24	-23.42
11/4	-16.22	11/21	-20.41	12/8	-22.87	12/25	-23.39
11/5	-16.51	11/22	-20.60	12/9	-22.95	12/26	-23.36
11/6	-16.79	11/23	-20.79	12/10	-23.03	12/27	-23.33
11/7	-17.07	11/24	-20.98	12/11	-23.11	12/28	-23.28
11/8	-17.35	11/25	-21.15	12/12	-23.17	12/29	-23.23
11/9	-17.61	11/26	-21.32	12/13	-23.23	12/30	-23.17
11/10	-17.88	11/27	-21.49	12/14	-23.28	12/31	-23.11
11/11	-18.14	11/28	-21.65	12/15	-23.33		
11/12	-18.39	11/29	-21.80	12/16	-23.36		

3. 利用整年度對日正當中時竿影之觀測值換算成太陽垂直照射的地球緯度與理論值的比較。

$$\left[\tan^{-1} \left(\frac{K}{L} \right) \right] - 0.25^\circ = M \quad (K: \text{竿長}, L: \text{中天時間竿影長}, 0.25^\circ \text{ 爲 } \frac{1}{2} \text{ 太陽視角})$$

$M - 66.55^\circ = N$ (正值代表北緯, 負值代表南緯。)

表(二)

日期	竿長 K (公分)	中天時間竿影長 L (公分)	仰角 M	換算成太陽垂直 照射的地球緯度 N	理論值
88/03/21	110	47	66.61	0.06	-0.20
88/04/04	110	35	72.10	5.55	5.39
88/04/25	110	20	79.45	12.90	13.09
88/05/23	110	5.3	87.15	20.60	20.60
88/05/30	78	1.9	88.36	21.81	21.80
88/06/02	78	1.3	88.80	22.25	22.21
88/06/12	78	0	89.75	23.20	23.17
88/06/21	78	0	90.00	23.45	23.45
88/07/08	78	1	89.02	22.47	22.46
88/07/15	110	3.3	88.03	21.48	21.49
88/07/22	110	5.8	86.73	20.18	20.21
88/08/02	110	10.8	84.14	17.59	17.61
88/08/09	110	14.6	82.19	15.64	15.63
88/08/19	110	21.0	78.94	12.39	12.42
88/08/26	110	25.9	76.50	9.95	9.94
88/09/06	110	34.5	72.34	5.79	5.78
88/09/19	110	45.8	67.15	0.60	0.60
88/09/26	110	52.3	64.32	-2.23	-2.21
88/10/10	110	65.8	58.86	-7.69	-7.70
88/11/12	110	97.6	48.17	-18.38	-18.39
88/11/21	110	104.8	46.14	-20.41	-20.41
88/12/11	110	115.1	43.45	-23.10	-23.11
88/12/21	110	116.5	43.11	-23.44	-23.45
89/01/01	110	114.2	43.68	-22.87	-23.03
89/01/02	110	116.5	43.36	-23.19	-22.95
89/01/08	110	111	44.49	-22.06	-22.34
89/01/15	110	107	45.54	-21.01	-21.32
89/01/16	110	109	45.26	-21.29	-21.15
89/01/30	110	98.7	48.10	-18.45	-18.14
89/02/10	110	87.4	51.53	-15.02	-15.02

4. 確定我們所設的公式正確後，由表(一)查出(1998)87年8月22日太陽垂直照射的地球緯度為北緯 11.3746° 。
5. 87年8月22日8時22分時刻遠在馬來西亞豐盛港正上演日環食天文奇景利用地球儀可推算出當時太陽垂直照射的經度為東經 174.5° 。
6. 查地圖資料可算出馬來西亞豐盛港的經緯度為北緯 2.39° ，東經 103.81° 。
7. 查地圖資料可算出嘉義市的經緯度為北緯 23.483° ，東經 120.45° 。
8. 利用數學運算可算出嘉義市與馬來西亞豐盛港投影在太陽橫切面上的直線距離如下：
 - i. 設某地的經緯度為 (θ, α) ，則我們可找出其在地球表面上的座標為 $(\cos\theta \cos\alpha, \sin\theta \cos\alpha, \sin\alpha)$ 設地球為半徑 1 的正球體。
 - ii. 今已知太陽直射處 A 地經緯度 (θ_1, α_1) ，欲求 $B(\theta_2, \alpha_2)$ 、 $C(\theta_3, \alpha_3)$ 兩地投影在太陽面上的直線距離 DE 。

iii. 以 A 點為切點的切平面為 $F: (\cos\theta_1 \cos\alpha_1)X + (\sin\theta_1 \cos\alpha_1)Y + \sin\alpha_1 Z = 1$

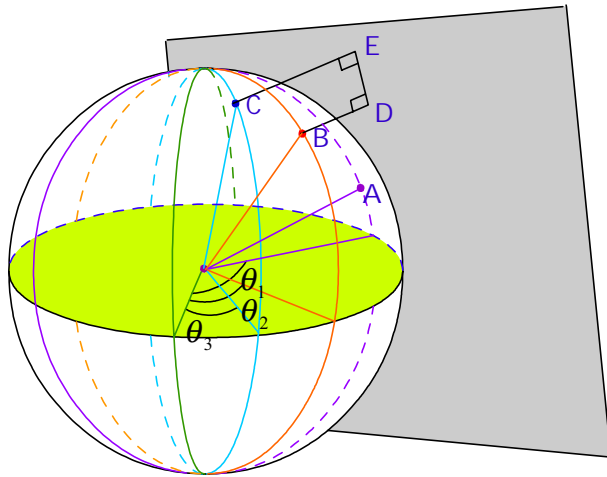
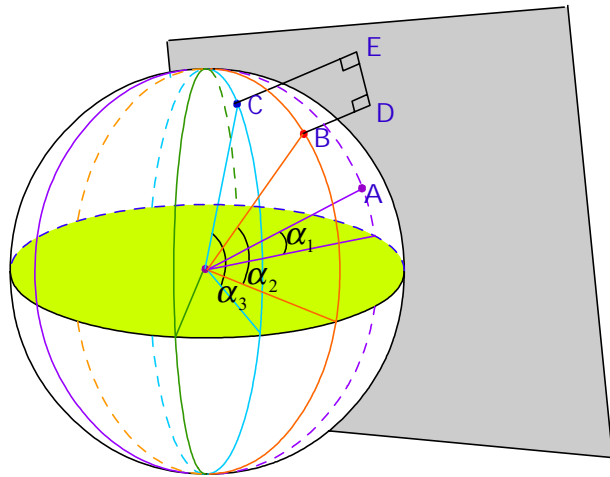
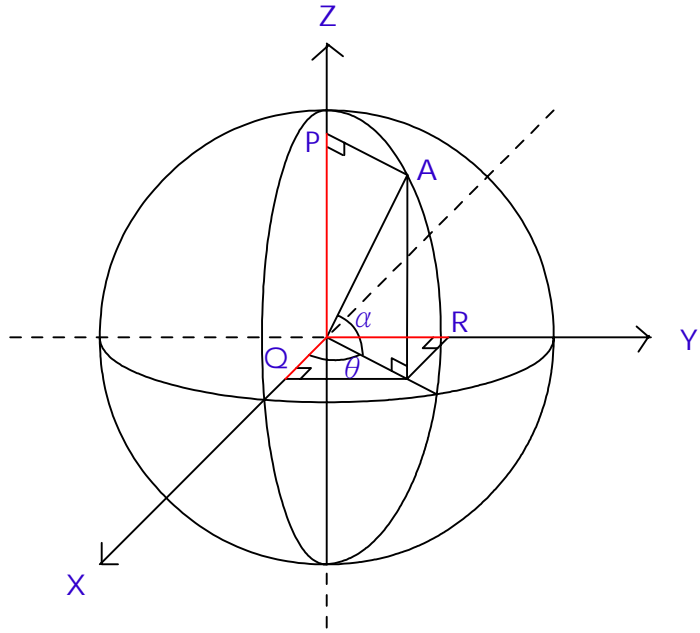
$$\begin{aligned}
 \text{iv. } (\text{所求})^2 &= \left[\overline{BC}^2 - (\overline{BD} - \overline{CE})^2 \right] \cdot r^2 \\
 &= r^2 \left[(\cos\theta_2 \cos\alpha_2 - \cos\theta_3 \cos\alpha_3)^2 + (\sin\theta_2 \cos\alpha_2 - \sin\theta_3 \cos\alpha_3)^2 \right. \\
 &\quad \left. + (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)^2 \right] \\
 &\quad - r^2 \left[\frac{\cos\theta_1 \cos\alpha_1 (\cos\theta_2 \cos\alpha_2 - \cos\theta_3 \cos\alpha_3)}{\sqrt{\cos^2\theta_1 \cos^2\alpha_1 + \sin^2\theta_1 \cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_1}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\sin\theta_1 \cos\alpha_1 (\sin\theta_2 \cos\alpha_2 - \sin\theta_3 \cos\alpha_3) + \sin\alpha_1 (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)}{\sqrt{\cos^2\theta_1 \cos^2\alpha_1 + \sin^2\theta_1 \cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_1}} \right]^2
 \end{aligned}$$

化簡後可得

$$\begin{aligned}
 \text{所求} &= \left\{ 2 - 2 \sin\alpha_2 \sin\alpha_3 - 2 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) - [\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \right. \\
 &\quad \left. - \cos\alpha_1 \cos\alpha_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) + \sin\alpha_1 (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_3)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot r
 \end{aligned}$$

r 為地球半徑

由以上的計算可知嘉義市與馬來西亞豐盛港的距離為 2347.7 公里。





8:17



8:26



8:22

◀日蝕在馬來西亞當地時間上午七時十一分延續到九時四十七分。日環蝕發生時，月亮通過太陽正前方，太陽大部分被遮蔽，僅剩一道環。圖為馬來西亞半島東海岸豐盛港上午八時廿二分時所見。(路透)

9. 由新聞照片(日環食)可量出月球直徑為 3.9 公分，太陽直徑為 4.15 公分，太陽是月

$$\frac{4.15}{3.9} = 1.064 \text{ 倍。}$$

10. 自己拍攝的日蝕照片可量出太陽直徑為 4.25 公分

在 8:17 的照片顯示未蝕部分有 2.9 公分， $\frac{2.9}{4.25} = 0.68235$

在 8:26 的照片顯示未蝕部分有 2.75 公分， $\frac{2.75}{4.25} = 0.64706$

所以在 8:22 太陽未蝕部分可用平均法算出為 0.66274

$$4.15 - 3.9 = 0.25 \quad \frac{0.25}{4.15} = 0.06024$$

$$0.06024 \div 2 = 0.03012 \text{ (日環食食甚時刻與剛開始進入日環食之食分差)}$$

$$0.66274 - 0.03012 = 0.63262$$

$$3476 \times 1.064 \times 0.63262 = 2339.7 \text{ 公里}$$

11. 若月球再平移 2339.7 公里，則嘉義地區我們將可看到日環食的正中心點食甚情形。

$$\overline{CE} \rightarrow 2347.7 - 2339.7 = 8 \text{ 公里}$$

$$\overline{CD} \rightarrow 2339.7 \text{ 公里}$$

$$\therefore \frac{384400}{8} = \frac{X}{2339.7} \quad X = 112,422,580 \text{ (太陽距離)}$$

查出一個天文單位為 149,597,870 公里 $\frac{112,422,580}{149,597,870} \times 100\% \approx 75\%$

六、討論：

1. 我們對 1995 年 10 月 24 日的日食曾嘗試算出發生日全食的柬埔寨吳哥窟與台北天文台的距離及發生日全食的沙巴→古達市與台北天文台的距離，再利用

$$\frac{384400}{CE} = \frac{\text{太陽距離}}{CD}$$

之公式計算太陽距離，但精確度不高。

2. 我們對 1997 年 3 月 9 日的日食也曾嘗試算出發生日全食的黑龍江省的漠河地區與台灣小雪山的距離，再利用 $\frac{384400}{CE} = \frac{\text{太陽距離}}{CD}$ 之公式計算太陽距離，但精確度也不高。

3. 唯一成功的是由親自拍攝的天文日蝕照片進行一系列的計算才成功。
4. 本實驗只要觀測日全食時間紀錄不正確，觀測地點座標不明確，或者是天文攝影的時間紀錄不正確，則產生的誤差極大，可謂差之毫釐失之千里。以致由其他管道所得知的天文攝影照片無法順利計算出太陽與地球的距離。
5. 我們同時可大略估算出日全食的本影在地表上大約的直徑及在地表上移動的速度如下：

假設太陽由初虧到復圓前後約 150 分鐘且日全食的時間總長 3 分鐘，則

$$\frac{3476 \times 2}{150 \times 60} = 0.772 \text{ km/秒} = 772 \text{ m/秒}$$

為月球在太陽表面掠過的速度，也等於本影在地球表面掠過的速度。

$$0.772 \text{ km/秒} \times 3 \times 60 = 139 \text{ km (日全食本影的直徑)}$$

你可曾想像出一個直徑約 140 公里的暗影在地表上以每秒 772 公尺的速度快速移動的壯觀場面，太棒了。

七、結論：

1. 利用日全食來做太陽與地球距離的測量必須確實的在座標明確的甲、乙兩地同時觀測且紀錄好天文攝影的正確時間，否則誤差極大。
2. 本實驗的方法簡單易懂，但精確度要求及高，否則差之毫釐失之千里。
3. 在深入探討過程中，可大約估算出日全食的本影約直徑 140 公里，且以每秒約 772 公尺的速度快速移動的情境是另一大收穫。

八、參考資料與其他：

1. 牛頓雜誌—3 期、152 期、176 期
2. 天文通訊—271 期—台北市立天文台
3. 世界地圖集第一冊東亞諸國—張其昀主編，國防研究院印行
4. 中華民國地圖及第三冊中國北部——張其昀主編，國防研究院印行

評語：

配合實際觀測資料及簡單推理，能導出計算日、地距離公式。誠實呈現誤差，合乎正確科學態度，尤其難能可貴。

作者簡介

我是林佩蓁，目前就讀於嘉義縣協同高中三年級，在學校的大力推動下，加上自己的興趣使然，參加了多次的科展活動。而從老師適時的指導及與同學們的討論過程中，自己也著實獲益良多，也覺得科學研究非常有趣

我是翁于晴，從國一就開始作科展了，也曾在國三時參加全國科展，獲得佳作，經過了三年，這次能有幸在參加，又得到全國第一，實在令人雀躍不已。在今日多變的世界潮流中，希望人人都能培養出科學探究的精神，以提升台灣的科技素養。

我是陳昭先，從國一開始便開始作科展，對於科學研究有著濃厚的興趣。國二，國三皆得到縣賽優勝，代表參加全國科展。今年高一，榮獲全國第一名，實感榮幸，往後的高中生活，還會繼續努力於科學研究方面。

我是鄭偉宏，我的家庭有四個成員，爸爸是醫生，媽媽是家管，姊姊正在讀大學，高一時參加校內的英語演講比賽獲高中組優勝，高一校外地球科學科展“校園土壤分析”獲雲嘉區佳作，高二時，參加 2000 年國際物理奧林匹亞競賽，國家代表隊初選考試入選，以及校外數學科展“線性規劃求解法”獲雲嘉區佳作，參加校內的創意思考比賽，高空擲蛋獲第一名。

