

# 阻擋正多邊形

高小組 第二名

縣市：高雄市

校名：陽明國小

作者：蔡政江、羅元琮、侯智文

指導教師：萬國興、陳永富



我是蔡政江我最大的興趣是數學，從小一直很想做科展，在五年級時跟隨萬老師做科展，目前已做了兩年了。數學是我的最愛，從三歲時就開始接觸數學，雖然，學到高中的數學，還是學得零零落落，不是很完整，反而，我覺得科展給我更大的挑戰空間，今後，還要再繼續做科展。

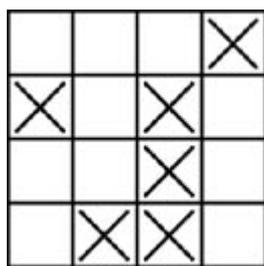
我是羅元琮我不是「柏原崇」，就讀獅湖國小，四年級時，第一次接觸科展，抱著好奇的心理，對數學特別感到有興趣，剛好萬老師開了一個科學小博士的活動，報名了以後就展開了我的科展生活！後來，我就跟著萬老師到處搜集資料，做了三年的科展，每一次總是讓我受益良多，當每次的比賽，看到了別人的作品時，我總是覺自己是多麼的渺小，而提醒我要再加油努力。

我是高雄市陽明國小五年四班的侯智文，喜歡做有關數學的問題，我之所以會想要去作科展，是因為我覺得多給自己一個機會去嘗試各種不同的活動，這樣也對自己有所幫助，我的興趣是打籃球、踢足球、打躲避球．．．．。專長是下五子棋、象棋．．棋藝之類的東西。我也希望大家跟我一樣喜歡作科展。

## 一、研究動機

有一次，政江參加香港保良局奧林匹亞第三屆數學競賽比賽前，在高師大進行數學訓

練，左教授發給我們一張數學試卷，其中有一題很有趣，內容是說，在一個的正方形棋盤儘可能打最少的「x」，使其找不到四個空格，以空格當頂點，可連成一個正方形：



後來，政江和同學討論，我們都覺得這個題目很有挑戰性，我們想；加大棋盤或改變棋盤形狀，是不是能找到規律性？於是在老師的指導下完成下面的研究。

## 二、研究目的

(一)從簡單的正方形，邊長 $2 \times 2$ 開始研究，歸納正方形棋盤「x」的個數，得到一般性，再想到正三角形、正六邊形，最後再到長方形。當棋盤的邊加大時，找出「x」記號增加的規律。

(二)從遊戲中來學數學，找尋規律性，寓教於樂，讓我們對數學產生更深的認識，也能引起我們對數學的興趣。

## 三、問題

(一)正方形的棋盤最少需要多少個「x」記號，才能阻擋小正方形的出現？

(二)正三角形的棋盤最少需要多少個「x」記號，才能阻擋小正三角形的出現？

(三)正六邊形的棋盤最少需要多少個「x」記號，才能阻擋小正六邊形的出現？

(四)長方形的棋盤最少需要多少個「x」記號，才能阻擋小長方形的出現？

(五)正方形的「x」記號的個數，有什麼規律？怎樣安排「x」記號？

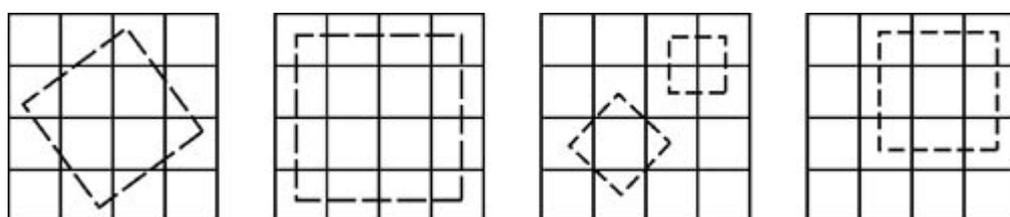
(六)正三角形的「x」記號的個數，有什麼規律？怎樣安排「x」記號？

(七)正六邊形的「x」記號的個數，有什麼規律？怎樣安排「x」記號？

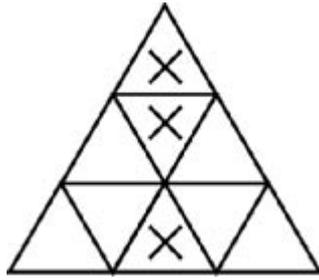
(八)長方形的「x」記號的個數，有什麼規律？怎樣安排「x」記號？

## 四、遊戲規則

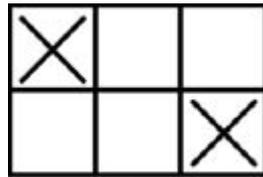
(一)正方形棋盤，當「x」記號填完後，裡面不可以再形成一個以空格當頂點的正方形(長方形不在此限)。如下圖的小正方形：



(二)如正三角形的棋盤，儘可能用最少的「x」記號，使正三角形的棋盤內找不到任意以空格當頂點連成一個正三角形。如下圖：



(三)長方形棋盤，因為正方形是長方形的一種，所以也要阻擋正方形。

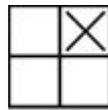


例如：

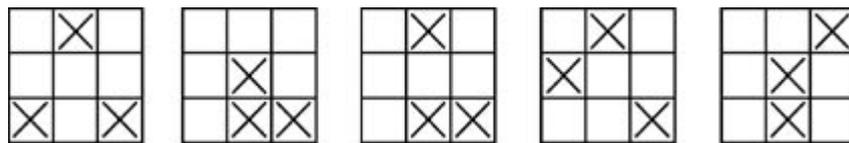
## 五、研究過程和方法

(一)正方形(請參閱紀錄)

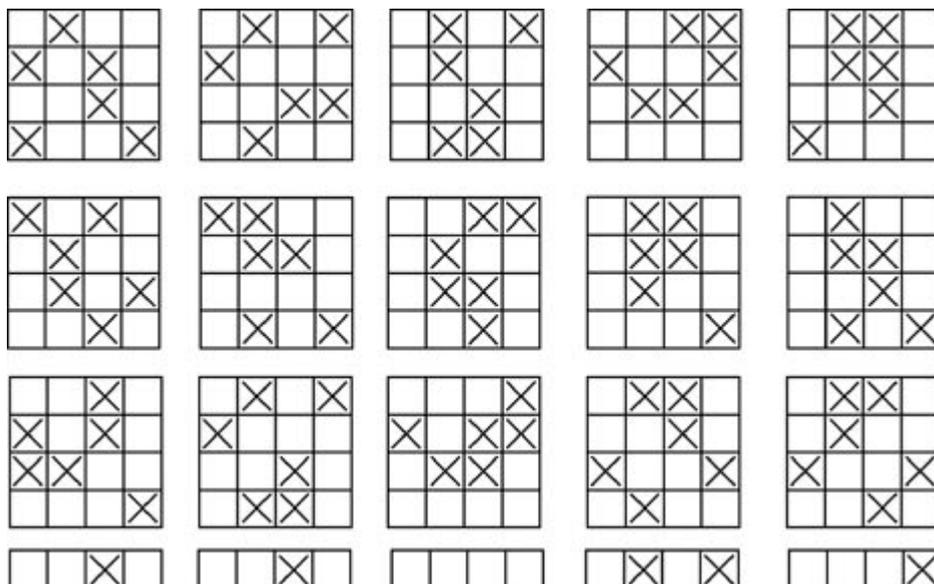
1.2x2(只有1種方式)

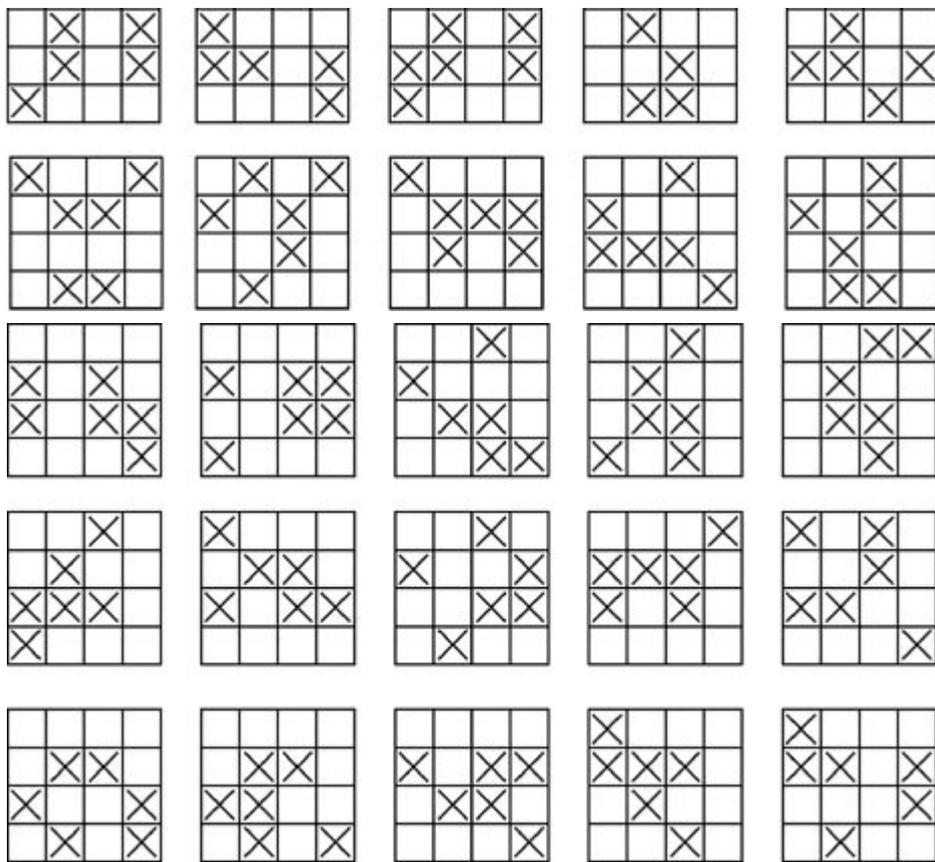


2.3x3(共有5種方式)

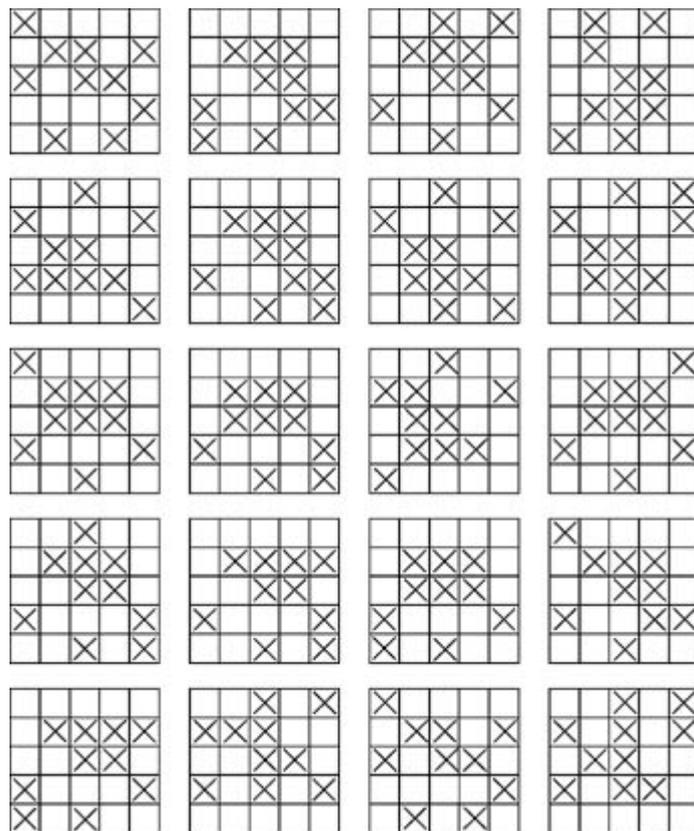


3.4x4(共有40種方式)





4.5x5(請參閱紀錄)



5.我們把「x」的個數整理如下表，卻發現是有規律性。

正方形 棋盤	2×2	3×3	4×4	5×5	6×6	……N×N
「x」 個數	1	3	6	10	15	□?

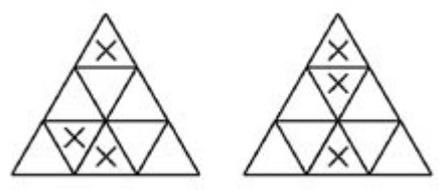
6.既然正方形棋盤是有規律性，讓我們想到正三角形棋盤，是不是也有規律性?因此，我們繼續來完成正三角棋盤。

(二)正三角形(請參閱紀錄)

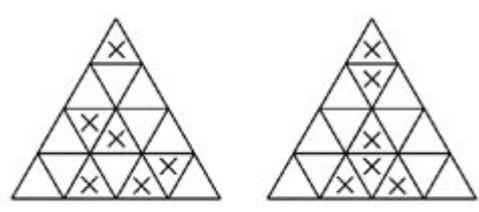
1.每邊為2 (只有1種方式)



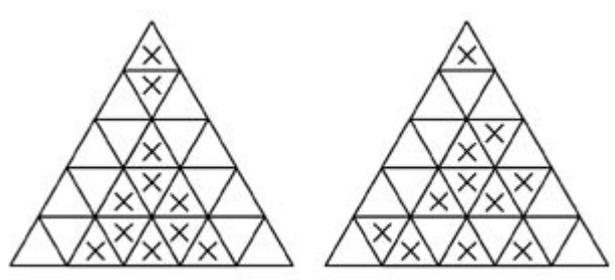
2.每邊為3 (共有2種方式)



3.每邊為4 (共有2種方式)

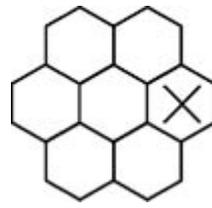


4.每邊為5 (共有2種方式正六邊形)

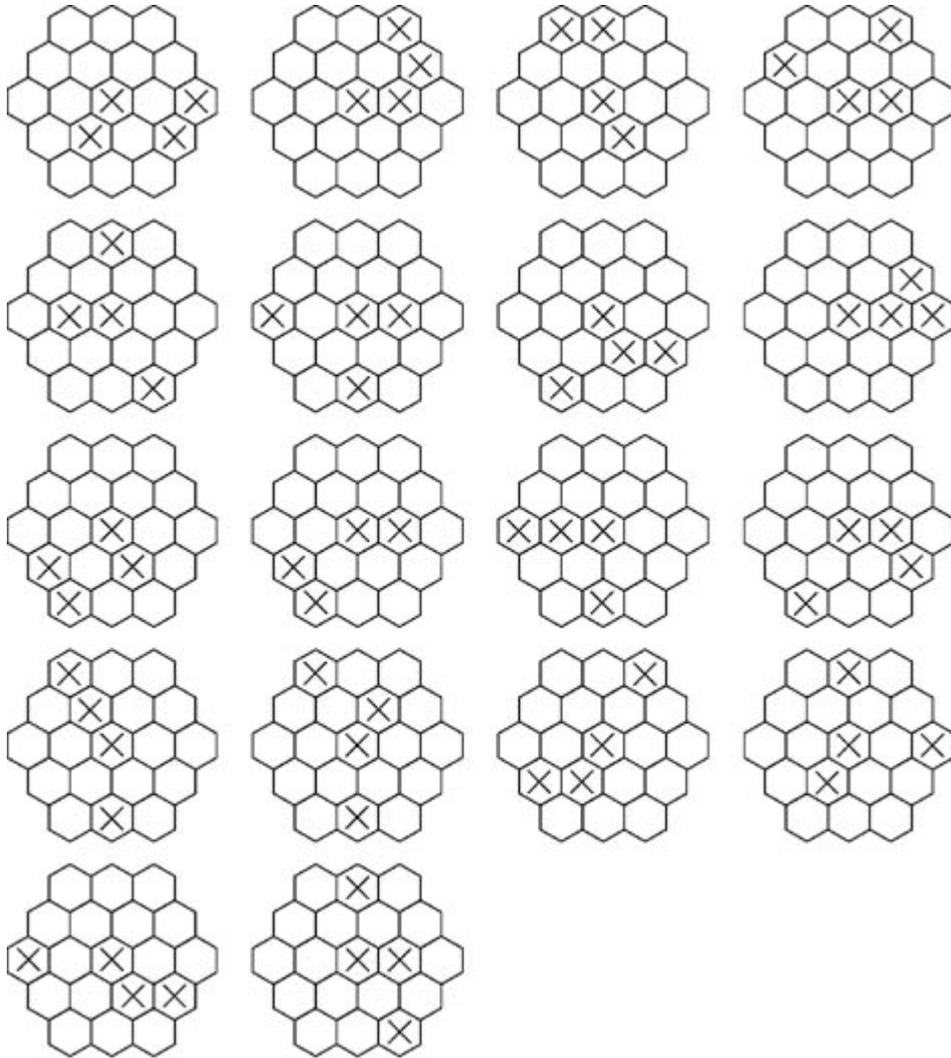


(三)正六邊形

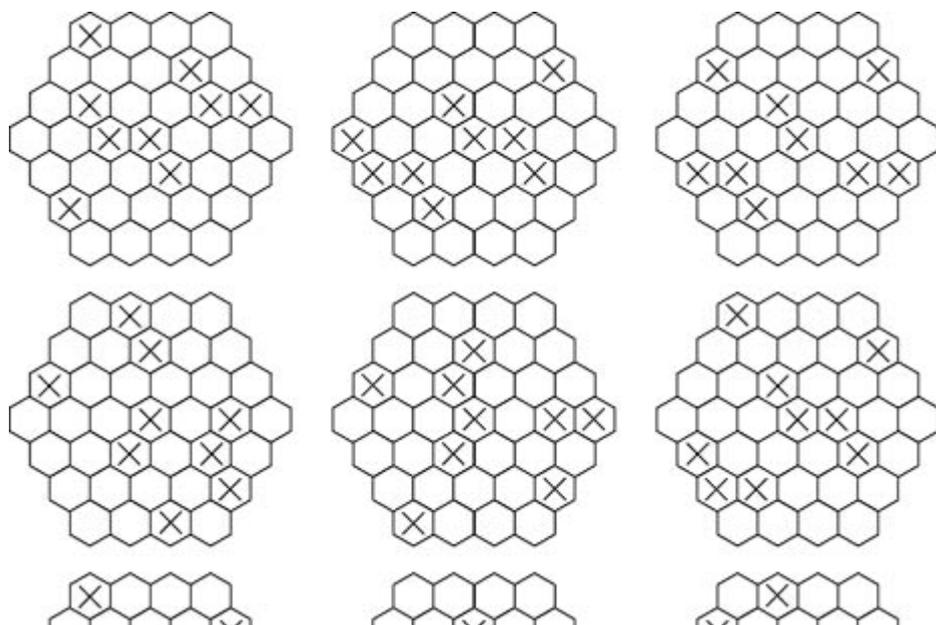
1.每邊為2 (只有一種方式)

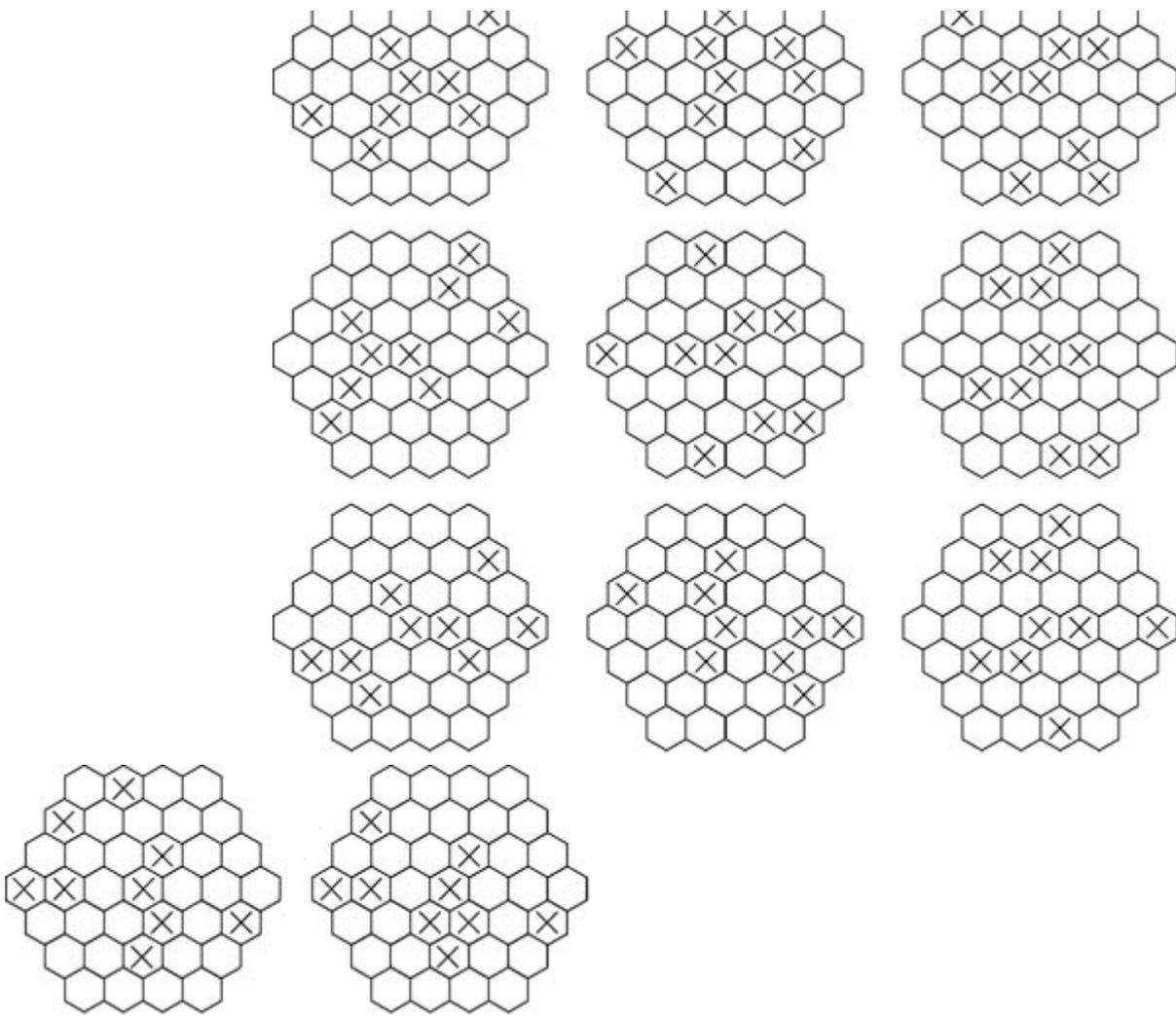


2. 每邊為 3

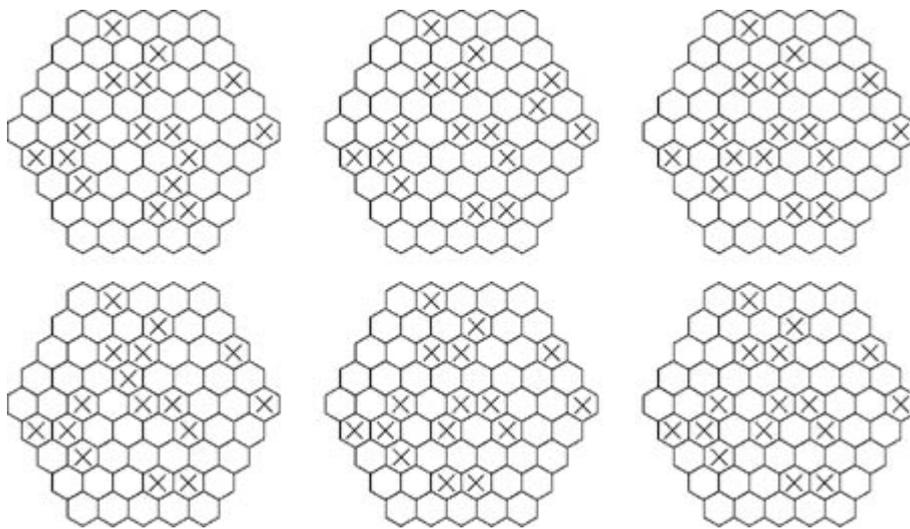


3. 每邊為 4





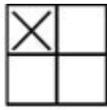
4.每邊為5



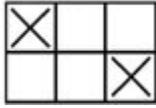
5.正多邊形棋盤做到正六邊形，忽然，我們想到長方形棋盤是不是也有規律呢？

(四)長方形(裡面不可有正方形長方形)請參閱紀錄

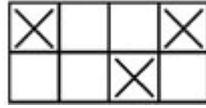
1.2x2(最少用四塊組成的長方形、正方形)



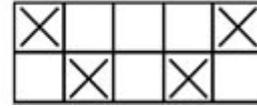
2.  $2 \times 3$



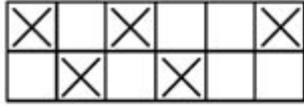
3.  $2 \times 4$



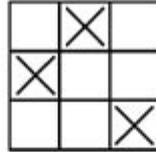
4.  $2 \times 5$



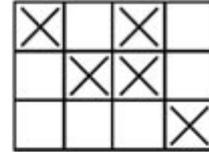
5.  $2 \times 6$



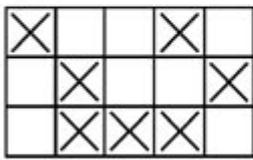
6.  $3 \times 3$



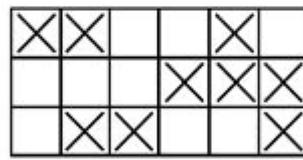
7.  $3 \times 4$



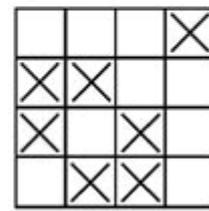
8.  $3 \times 5$



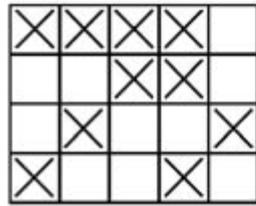
9.  $3 \times 6$



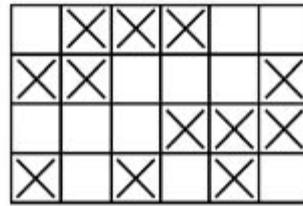
10.  $4 \times 4$



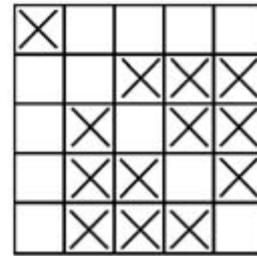
11.  $4 \times 5$



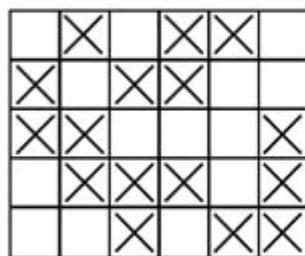
12.  $4 \times 6$



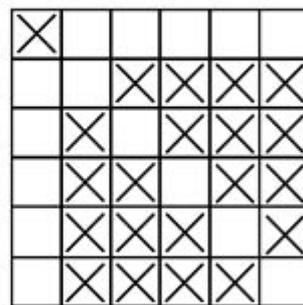
13.  $5 \times 5$



14.  $5 \times 6$



15.  $6 \times 6$

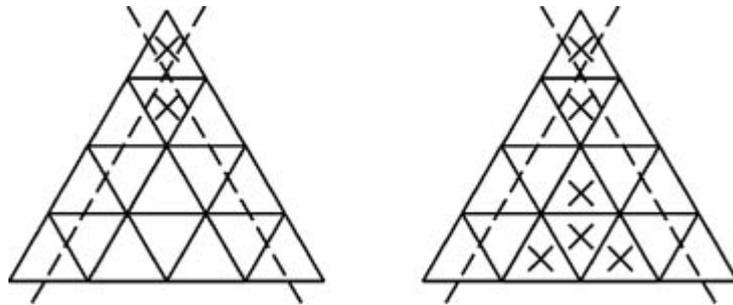


## 六、討論

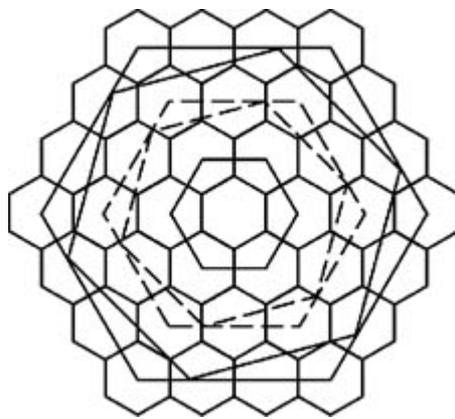
(一)正方形安排「x」記號時，本身難度不高，但是無固定的方法，在畫時要注意到許多小正方形。如遊戲規則。

(二)正三角形安排「x」記號，我們發現有二種方法。

- 1.在三角形畫上兩條虛線，虛線交叉處畫上「x」。
- 2.在下面四個空格打「x」。



(三)正六邊形，變化多端，更要細心，注意四周圍的小正六邊形，有下列五種類型。



(四)長方形，要注意裡面的小正方形，更加複雜，因畫出的線太多請參閱紀錄。

## 七、結論

(一)從以上圖形的研究中，發現同類型的圖案所需要的「x」，有異曲同工之妙，隱藏著有趣的規律，經過一番努力後，我們找出了以下的規律：

1.正多邊形:

棋盤	邊長 格內 數容	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	合計
正方形棋盤	「x」 記號	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	286
	「x」 記號差		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
	空格	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	364
	全圖	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	650
正三角形	「x」 記號	0	1	3	6	11	18	27	38	51	66	83	101	406
	「x」 記號差		1	2	3	5	7	9	11	13	15	17	19	

棋盤	空格	1	3	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	244
	全圖	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	650
正六邊形棋盤	「x」記號	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	506
	「x」記號差		1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	
	空格	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190	231	276	1222
	全圖	1	7	19	37	61	91	127	169	217	271	331	397	1730

由上表可知:

(1) 「x」記號是正三角形最密，正六邊形最疏散。

(2) 每一種圖形的「x」記號數都有規律性，所以可以導出公式:

1 設n為邊長，則正方形「x」記號公式為  $n \times (n-1) \div 2$

2 正三角形為  $(n-2) \times (n-2) + 2$

3 (r)正六邊形為  $(n-1) \times (n-1)$

長 寬	2	3	4	5	6
2	1	2	3	4	5
3	2	3	5	7	9
4	3	5	7	10	12
5	4	7	10	13	16
6	5	9	12	16	21

2.長方形，也有規律性，不過要操作一段時間，這個時間隨著長寬加大而變久。例如，假如固定一邊是5的話，要做十幾個棋盤，才能找出規律性。固定一邊是6的話，要二十多個棋盤，才能找出規律性。

(三)因為長方形不是正多邊形，所以雖然有規律性，因為很複雜，涉及很廣，所以無法找到公式。

(四)正三角形在安排「x」記號，是最簡單的，但是找規律性是最困難的。

## 八、心得與展望

(一)這個實驗讓我們絞盡腦汁，擠破頭殼，尋找「x」記號，不過我們覺得很有挑戰性與趣味性。半年來，我們發揮集體智慧，分工合作，總算找到結果。

(二)未來，我們要朝長方形和正五邊形、正七邊形研究和證明公式的方法，也期望評審先進，給予指教使我們能對數學有深切的認識。

(三)我們發現一種新式的遊戲，利用「阻擋」的策略，探討遊戲輸贏的方法。如附件說明。

## 九、參考資料

(一)裘宗滬、魏有德、夏興國小學數學資優生輔導教材 九章出版社 1994.8p.530~630

(二)張遠南使人聰明的智力遊戲 九章出版社 1995.7

(三)張靜馨、念家興譯數學教學方法 九章出版社 1996

## 評語

本作品透過數學遊戲討論在一個正方形棋盤中儘可能劃最少的「×」使棋盤中找不到四個空格連成一個正方形，作者從正方形開始再推展到正三角形、正六邊形及長方形；由思考過程中找到規律，作品生動有趣，資料記錄完整是一件優良的作品。

[回到目錄頁../Index.htm](#)