

「捨得！捨得！有捨才有得！！」 中國民俗遊戲「造房子」之最佳策略探討

初小組數學科第三名

嘉義縣太保國民小學

作者：廖慧娟、馬秋慧、李則逸、林韋丞
指導教師：王嘉宗、熊慧婷

一、研究動機

「嗨！阿慧，你想不想玩一種流傳五千年的民俗遊戲呢？」，姐姐又在打啞謎，賣關子了。「到底是什麼遊戲，快告訴我吧」，「那就是『造房子』遊戲，玩過沒有？」

「聽是聽過，剛聽你說過，玩倒沒有玩過，到底是怎麼玩，快告訴我嘛！」，「別急！別急！你先聽下列這首詩『四四方方一間房，多走一步作獎賞，有輸有贏無平局，出奇制勝靠獨創。』以上就是造房子的遊戲規則，你自己去體會吧！」

看起來，蠻簡單的，每人輪流畫一線，排成一個正方形，就算得到一間房子，還要再畫一線，運氣好的話，說不定還可連得幾間房子呢！最後算算誰的房子多，誰就是贏家。

規則簡單，不過玩起來，學問可大著的呢！如果你是先手，應該如何去佈局？若是後手，又要如何去對付呢？這些都值得我們去探討。

二、研究目的

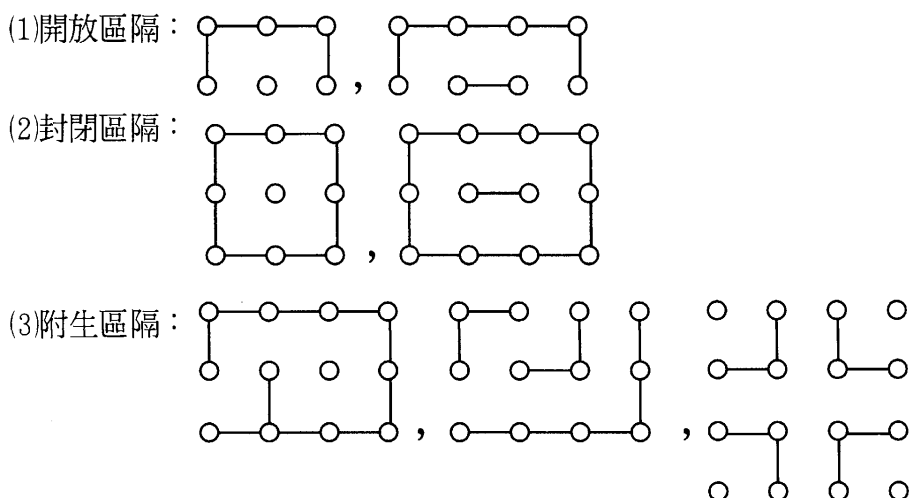
- (一) 對「造房子」遊戲的走法，有一個基本的認識。
- (二) 雙方應該怎樣去創造，對自己有利的格局？
- (三) 如何妥善處理「附生區隔」？

三、研究過程

(一) 走法分析

1. 在某個區域裡，雙方都還沒有得到房子，而如果有人在這個區域內走了一步，就會使另一人連得這個區域的所有房子，那麼這個區域就叫做一個「區隔」。

2.若某一個區隔，有兩端開口的，叫做「開放區隔」，而四周完全封閉的，稱為「封閉區隔」，又「開放區隔」的開口處，開在另一個區隔的不是開口地方，那麼就構成「附生區隔」了。區隔圖例如下：



(二) 雙方應該怎樣去創造，對自己有利的格局

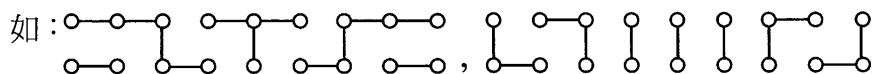
為了探討的方便，我們對走法多加了一個條件，那就是每個格子通通都走了兩步（附生區隔的開口處除外），才可開始完成房子，這種情形，我們叫它做「格局」。

在實際操作過程中，我們以「○」代表先手，「△」代表後手，（∪）代表格局的總步數為∪步，「：」比例形式代表處理區隔的順序。

1.房子排成一列，對先手有利的走法

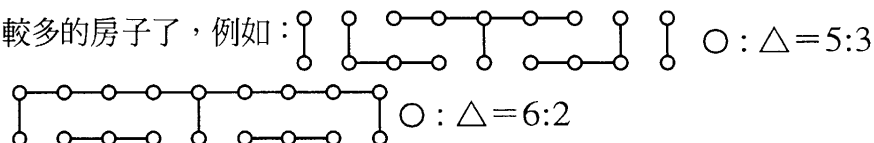
(1)格子數為偶數時，先手先走正中央直畫，再以此畫為對稱軸，依後手所畫的位置，在對稱位置畫線，完成格局。

①如果所畫的每一個區隔都只含1或2格時，先後手可以打平手，例



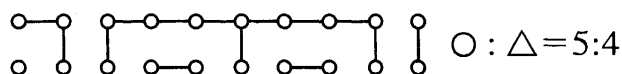
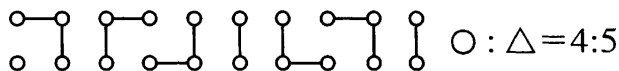
雙方都得4格房。

②若有3格以上的區隔出現時，先手就可用「讓先」的技巧，取得較多的房子了，例如：



(2)格子數為奇數時，先手先在左端（或右端）用直畫隔開一格房子，（其餘的就是偶數格了）。

- ①如果後手在隔開的那一格畫線，則先手在其餘的偶數格正中央畫直線，接著按格子數為偶數的情況來畫對稱圖形。
- ②如果後手在其餘的偶數格正中央畫直線，則先手在隔開的那一格畫線，接著再完成對稱圖形。
- ③如果後手在其餘偶數格正中央直線的其他位置畫線，則先手也跟

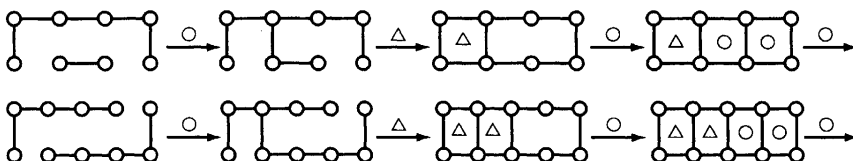


著畫以中央直線為對稱軸的對稱圖形。例如：

這對一來，如果所畫的每一個區隔都只含1或2格時，先手比後手只少得1格而已。而若含有3格以上的區隔出現時，先手就可以用「讓先」的技巧，反敗為勝了。

(3) 「讓先」的技巧

在含3格以上的區隔，由對方起步時，自己若不想為下一區隔的起步者，那麼就要使用「讓先」的技巧了。方法就是留下兩格房子給對方得，使得對方為下一個區隔的起步者。（如此一直進行下去，



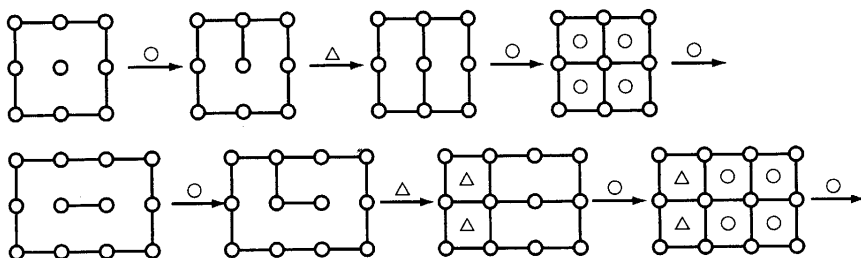
自己就可以得到最後一個含最多房子的區隔了。）例如：

2. 多列格局，對自己有利的走法

在兩列以上的格局，可能會出現開放區隔或者是封閉區隔，也有可能出現界線不很明顯的附生區隔。在每一個區隔裡，起步者都要讓對方得房子，而最後一個區隔的房子數最多，而且又可以全部得到，因此利用「讓先」的技巧來造成對自己有利的局勢是非常重要的。

- (1)開放區隔的讓先：同前所說，得房者可得其餘的房子，而讓2格房子給起步者。
- (2)封閉區隔的讓先（區隔內的格子數為4格以上的偶數）：得房者可得其餘的房子，而讓4格房子給起步者。

如果使用「讓先」的技巧，那麼下一個區隔還是由原來的起步者先起



步。現在以4格及6格封閉區隔，來說明「讓先」的技巧：

因為在一個區隔裡，先手起步，後手得房，所以在一個格局中，先手是處於較不利的地位。如果要化危機為轉機，那麼讓先的技巧是必要的。

累積了相當多的經驗後，我們得到一些對先手比較有利的規則如下：

- (1) 起步者要先從格子數最少的區隔走起。
- (2) 設法在含有3格以上的區隔時，使對方為起步者，自己得「讓先權」。
- (3) 讓先時，所得格子數總和再加上最後一個區隔的格子數，是不是比所讓的格子數總和還來得多，如果多才讓，不然就不讓了。
- (4) 若格局總步數為偶數時，一開始由先手起步，則要使只含1或2格的區隔數為奇數個，先手最先得「讓先權」。
- (5) 若格局總步數為奇數時，是由後手先起步的，只含1或2格的區隔數為偶數個，先手才最先得「讓先權」。

3. 格局總步數之探討：（每個區隔都是開放區隔）

設有 $A \times B$ (即A行, B列) 格房子，形成C個區隔，所需的步數為D，則

- (1) 首先，我們將每列的相鄰兩圈點連起來，一列有A步，可畫出 $B+1$ 列，共可得 $A \times (B+1) = A \times B + A$ 步。
- (2) 其次，再連最左及最右兩行的相鄰兩圈點，每行有B步，共要 $B+B$ 步。
- (3) 我們在各列的其中一端，由上而下，分別一左一右的順序各開一口，這樣共開了 $B+1$ 個口。
- (4) 如此，我們可以得到 $C=1$ 時 $D = (A \times B + A) + (B+B) - (B+1) = A \times B + A + B - 1$ 步
- (5) 每增加一個區隔時，則多了一個分隔步，但是也多了二個開口，如此一來，總步數就少了一步。因此，C個區隔的總步數比一個區隔的總步數少了 $C-1$ 步，是故C個區隔的總步數 $D = A \times B + A + B -$

$1-(C-1)=A \times B + A + B - C$ 步。

(6)因為，含相同格數的封閉區隔比開放區隔多了一步，所以增加一個封閉區隔時，總步數還是不變的。

(7)我們可以改變公式為 $C = A \times B + A + B - D$ ，而D可以由點算求得，因此，對於附生區隔中的開放區隔個數不容易看出時，就可用這公式來求得。

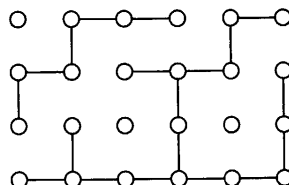
例如在 $A = 5, B = 3, D = 19$ ，

如右圖所示， $C = ?$

解： $C = A \times B + A + B - D =$

$$5 \times 3 + 5 + 3 - 19 = 4$$

答：開放區隔的個數有4個



4.再探「誰得讓先權」

我們規定，只含1或2格的開放區隔有E個，含3格以上的開放區隔有F

A	B	E	F	D	得讓先權者
奇	奇	奇	奇	奇	△
奇	奇	奇	偶	偶	○
奇	奇	偶	奇	偶	△
奇	奇	偶	偶	奇	○
奇	偶	奇	奇	奇	△
奇	偶	奇	偶	偶	○
奇	偶	偶	奇	偶	△
奇	偶	偶	偶	奇	○

A	B	E	F	D	得讓先權者
偶	奇	奇	奇	奇	△
偶	奇	奇	偶	偶	○
偶	奇	偶	奇	偶	△
偶	奇	偶	偶	奇	○
偶	偶	奇	奇	偶	○
偶	偶	奇	偶	奇	△
偶	偶	偶	奇	奇	○
偶	偶	偶	偶	偶	△

個，即 $C = E + F$ 。我們在下表中列出各種情況來做觀察：

經過觀察的結果，發現A、B、F可以決定誰得讓先權，其結果如下：

(1)若A、B不全為偶數時，F為偶數由先手得「讓先權」，F為奇數由後手得「讓先權」。

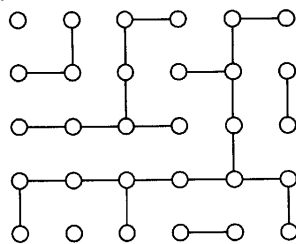
(2)若A、B全為偶數時，F為奇數由先手得「讓先權」，F為偶數由後手得「讓先權」。

現在，實際來進行下列的格局：

於此， $A = 5, B = 4, C = 6, E = 2, F = 4$

$D = A \times B + A + B - C = 5 \times 4 + 5 + 4 - 6 = 23$ (步)

因為D為奇數，所以此格局由後手起步，



先手先得房。又A、B不全為偶數，F為偶數，故由先手得「讓先權」。

得房記錄如下：

區隔內的格子數	1	2	3	3	3	8	合計
先手 (○)	1	0	1	1	1	8	12
後手 (△)	0	2	2	2	2	0	8

↑ (先手開始讓先)

5. 「讓先」也要先加以評估

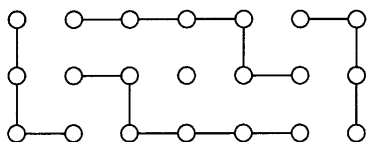
讓先可以使讓方得到最後一個含最多格房子的區隔，但是要事先考慮到，由於讓先所損失的格子數是不是比最後一個區隔的格子數少，如果是的話，那麼「讓先」才有意義。

現在以A=5、B=3「3:3:3:3:3」的格局為例，此格局C=F=5，D=5×3+5+3-5=18(步)，所以由後手先得房且得「讓先權」，若後手一開始就讓先，我們來看結果如何呢？

區隔內的格子數	3	3	3	3	3	合計
先手 (○)	2	2	2	2	0	8
後手 (△)	1	1	1	1	3	7

從記錄可以清楚的看出，後手在前四個區隔裏共損失4格，而在最後一個區隔才贏回3格，如此一來，就輸了1格。

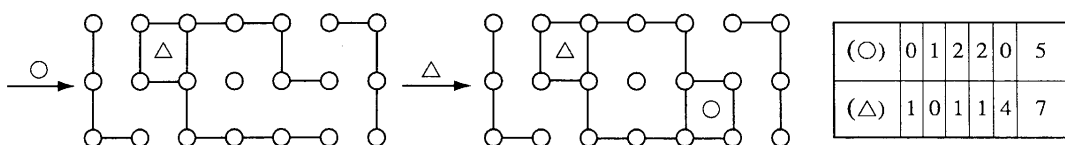
(三) 如何妥善去處理「附生區隔」



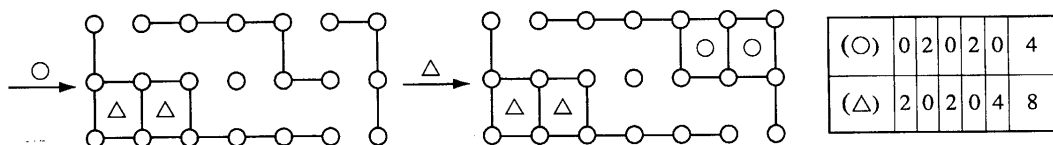
附生區隔才會因為起步的不同，而使同一個形勢有不同的區隔表示法，因此也會有不同的結果。現在有一個形勢如下：

(共16步，由先手起步，後手先得。)

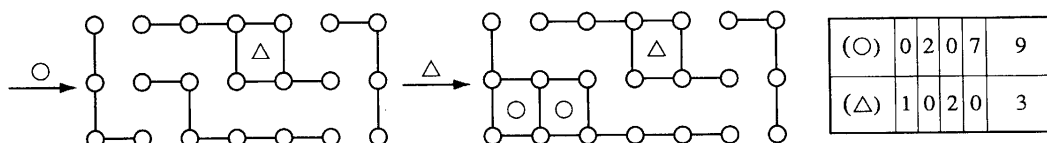
1. 化為五個區隔 (1:1:3:3:4)



2. 化為五個區隔 (2:2:2:2:4)



3. 化為四個區隔 (1:2:2:7)



由此可知，先手如果能夠採用第三狀況，不但不會失敗，又可比後手多得6格房子呢！起步也蠻重要的，所謂「畫龍點睛」真是不假。

四、結論

造房子遊戲，方法簡單，很容易學通，但是要把它學精，那可要長期的琢磨、體會，才能功成圓滿。

我們為了觀察方便起見，而多加了一個要形成「格局」以後，才可以得房子的規則，雖然變化少了一些，但是卻便我們更容易看出獲勝的訣竅。（等到玩熟練以後，為了對自己取得有利的形勢，也可以在還沒形成格局前，就讓對方得房。）

經過多次的觀察、試玩、嘗試錯誤、歸納整理，慢慢地終於找到了以下一些要領：

(一) 格局的步數 = 行數 × 列數 + 行數 + 列數 - 開放區隔個數。

1. 若步數為奇數，則由後手起步，先手先得房。
2. 若步數為偶數，則由先手起步，後手先得房。

(二) 格子數相同時，封閉區隔比開放區隔多一步。

(三) 「讓先」的技巧如下：

1. 開放區隔要讓二格。
2. 封閉區隔要讓四格。

(四) 當行數與列數都是偶數時

若含三格以上的開放區隔個數為奇數時，先手先得「讓先權」，而如果為偶數，則改由後手先得「讓先權」。

(五) 當行數與列數不全為偶數時

若含三格以上的開放區隔個數為偶數時，先手先得「讓先權」，而如果為奇數，則改由後手先得「讓先權」。

(六) 若含有「附生區隔」時，起步者要設法找到「竅門」，導出對自己有利的「區隔表示法」。

(七) 眼光要看得遠一點，如果後面的利益甚大時，前面的吃虧是不算什麼的。

最後，在這一次的研究中，讓我們深深的感覺到，一個小小的問題中，竟然包含了這麼大大的道理，而且也懂得「有捨才有得」的道理，真是一舉數得，獲益良多呀！

五、參考資料

「數學奇趣錄」，7~10頁「造房子」，臺灣商務印書館出版。

評語

本展品以我國民俗遊戲——造房子開始，有系統之討論致勝策略。且作者亦相當熟悉作品內容與操作，學生參與度極高，惟對其歸維似尚可更完整。