

洞裡乾坤

高中組物理科第三名

台灣省立台南第一高級中學

作者：陳信嘉、王煜智、王堯生、廖翊廷
指導教師：蕭權利

一、研究動機

水——生命中原始的要素，在日常生活扮演極平凡卻也極重要的角色，但這個流質的種種現象卻一樣非同小可於一般物體，從一般的基礎理論延伸到特立的理論學派，可比於其生活中的角色——偉大出於平凡。淺談生活中的現象，如澡盆及洗手台的單孔漩渦，洗衣機的渦流等現象的觀察，更加上強烈的好奇心使然，便希望由其他的環境因素來窺透種種的結果，以及所知的一些微薄知識來嘗試了解這美麗的現象。

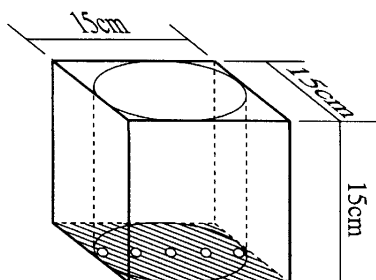
二、研究目的

- (一) 設計實驗驗證所推導的流體轉動曲面形狀。
- (二) 設計實驗驗證所推導的漩渦的曲面形狀。
- (三) 設計實驗以期了解孔的形狀對漩渦的影響（雙孔，改變孔徑，長方孔）。
- (四) 利用電腦程式模擬繪出理論曲線以期與實際比較。

三、研究設備器材

轉動慣量實驗用旋轉台（外頂及鐵圈排除）	一座
傳動用橡皮帶（適當長）	一條
馬達（經數次嘗試，決定用電扇馬達，將外殼及葉片事先清除）	一個
照相機	一台
洋菜粉（8.5克可泡700c.c.）	三包
電腦加掃描器及數學軟體	一套
酒精燈	一個
鐵圈；鐵架；玻棒	一套
光電計時器（含鐵架）	一套

明膠粉	若干
墨汁	一瓶
皮托管	一支
燒杯500ml	數個
壓克力容器	一個 (如附圖)
水槽	一個
流速計	一個



四、研究過程

(一) 理論：

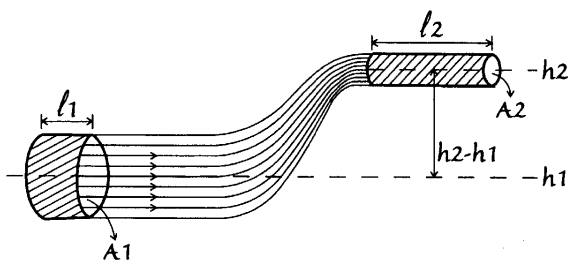
1. 已知：

【白努力方程式】

穩定不可壓縮流體中，

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{const}$$

其中為P液壓； ρ 為流體密度； v 為流速； g 為重力加速度； h 為高度。



考慮一穩定流體之流線（每一單位流質流經的路徑）；多條流線可視為一條導管，但每一流線並不相交，且流線上每一位置有一固定流速，否則即為亂流。想像這假想導管中有一小塊質量素，它的左右當然都是水，不過我們可以把它當作性質和左右液體相同的

另一塊物質而獨立出來。現在，由於這物質質量很小，體積很小（我們所取的），所以它在導管中將成為圓柱形；設在某一處（此處高度定為 h_1 ）之截面積為 A_1 ，流速 v_1 ，柱長 l_1 ，在下一時刻，雖然此質量素只被推進了很小一段距離，但在較遠處卻因推進而多被推出了另一質量素，當然，這質量素之體積和先前之質量素一樣（不可壓縮流體），如此一來，就像是先前的質量素在此時刻被推到後來質量素的位置一般（這觀念並沒有什麼古怪的地方，這和電子一樣，電子移動的速度其實是很慢的（mm/sec），但是電場傳播的速度卻是光速，為何為這樣呢？電子雖在這端只推進一個，但遠端卻又馬上推出一個電子來。這效應看來就像是這電子從這裡馬上跑到遠端!!），假設後來質量素的截面積 A_2 ，流速 v_2 ，柱長為 l_2 ，高度為 h_2 ，並假設先後液壓為 P_1 及 P_2 ，因為這流質被水壓推到了另一處，根據功—能原理：

$$\boxed{\text{外界做功} = \text{機械能的改變量}}$$

則：

$$(P_2 A_2 l_2 - P_1 A_1 l_1) = \left(-\frac{1}{2} \rho A_2 l_2 v_2^2 - \frac{1}{2} \rho A_1 l_1 v_1^2 \right) + (\rho A_2 l_2 g h_2 - \rho A_1 l_1 g h_1)$$

但由於體積前後相同

$$\Rightarrow A_1 l_1 = A_2 l_2$$

代入得

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

延伸下去可知

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{const}$$

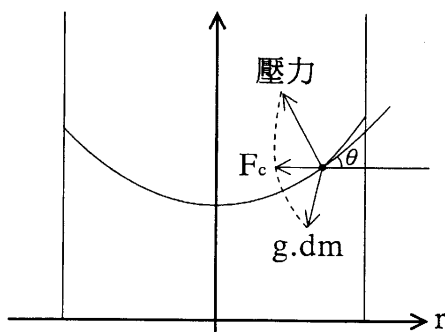
此式稱為『白努力方程式』#

2. 推導：

勺. 流體的轉動：

如圖，流體裝置杯中，以角速度 ω 繞中心旋轉，因為水有黏滯度，所以靠近杯壁的水會和杯壁一起以角速度 ω 轉動，而內層的水，雖一時不會轉動，但最終亦被靠近杯壁一層的水牽引，因而最

終整杯水的轉速為 ω 。



其受重力 $g \cdot dm$ 及壓力作用。此兩力合力為向心力

$$F_c = \omega^2 r \cdot dm$$

流質所在之處的液面切線斜率

$$\frac{dz}{dr} = \tan \theta \dots\dots\dots (I)$$

由圖中幾何關係知

$$\tan \theta = \frac{F_c}{g \cdot dm} = \frac{\omega^2 r \cdot dm}{g \cdot dm} = \frac{\omega^2 r}{g} \dots\dots\dots (II)$$

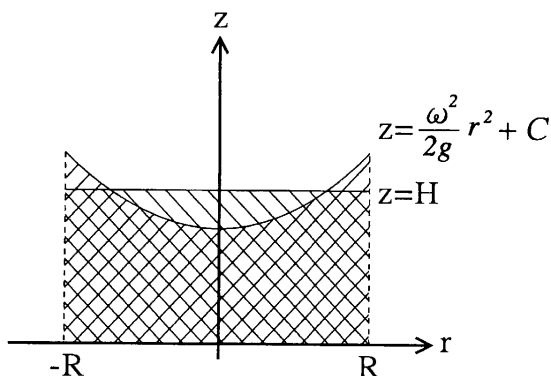
由(I)(II)得

$$dz = \frac{\omega^2 r}{g} dr$$

積分得

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + C$$

現在要算出C。可度量出半徑為R，水平靜置時水高為H，則由於所取液體設為不可壓縮，故下圖中斜線面積應相等。



亦即 $z = H$

$$\text{及 } z = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + C$$

在區間 $[-R, R]$ 其下的面積應相等，

所以

$$2RH = \int_{-R}^R \left[\frac{\omega^2}{2g} r^2 + C \right] \cdot dr$$

$$\text{得 } C = H - \frac{\omega^2}{6g} R^2$$

是以水面方程式為

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + \left[H - \frac{\omega^2}{6g} R^2 \right] \dots\dots\dots (III)$$

這正是拋物面 #

ㄨ. 漩渦：

如圖，圓形水槽中央開孔，先製造一環流，放水時可見漩渦。否則即如圖所示，不會有漩渦。而水面上一小流質會由外內旋而入直至底孔（如圖(ㄨ)-1），若如此，則如圖(ㄨ)-2所示，流質降落水面水平而無漩渦。此時（漩渦初形成），流質所受到的拉力僅有向

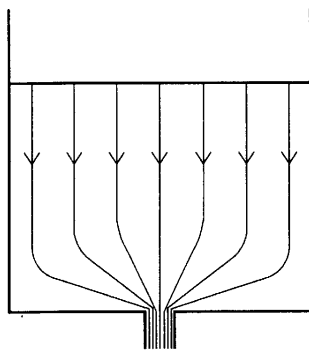


圖 ㄨ-1

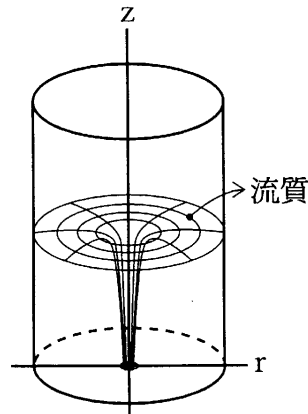


圖 ㄨ-2

中心遞補的壓力，是沿徑向，所以流質的角動量守恆，即流速 $v = C/r$ ，其中 r 為距圓心長度， C 為常數（與初始環流流速有關）。又因為流質為螺旋而下，使我們能視縱切面上的弧線為流線中的一

部份（如圖），故我們可用白努力方程式：

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + Pgh = \text{const}$$

現取位表面的流質，則 $P=0$ ，因為此處壓力（大氣壓）各處皆相等，並不記入。

又知 $v = \frac{C}{r}$ 代入，得

$$\frac{1}{2}\rho \cdot \frac{C^2}{r^2} + \rho gz = \frac{1}{2}\rho \cdot \frac{C^2}{R^2} + \rho gH$$

（表面上任一點） （表面上最高點）

但由此式觀之，必知 Z 為 $\frac{1}{r^2}$ 的函數，則此函數有漸進線，若杯壁做寬一些，將可見遠處成水平線，故若 H 取為最高點的高度，則半徑 r 將大到可忽略 $\frac{1}{r^2}$

$$\text{化簡得：} \quad \frac{1}{2}\rho C^2 \frac{1}{r^2} + \rho gz = \rho gH$$

$$\Rightarrow z = H - \frac{C^2}{2g} \cdot \frac{1}{r^2}$$

這便是「渦面方程式」

（這式實際上並不完全正確，一方面最高處不為 H ；另一方面，水有黏滯度。）

現在只要取得初始環流流速即可計算 C 。

使用流速計，把皮托管尖端置於容器壁水面上，測量得 v_0 ，又測得容器內半徑為 R 則 $v_0 R = C$ 代入方程式，得

$$z = H - \frac{v_0^2 R^2}{2g} \cdot \frac{1}{r^2}$$

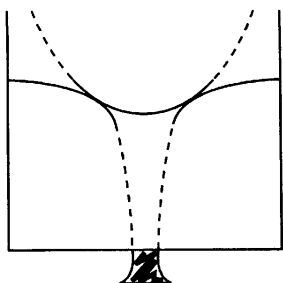
這便是漩渦面方程式 #

□. 阻塞渦流：

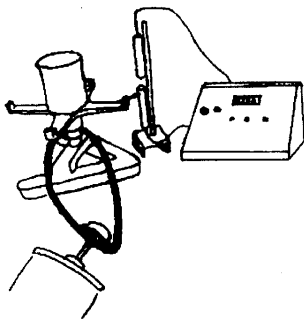
如果在放掉洗澡水時多注意一下，你會發現有一向下延伸的曲面，這正是我們在 Δ .中所推導的結果（有時候並不那麼容易，因為水的表面張力，黏滯力，或是環流不夠強大而黏在一起，就看不到漩渦了），但是如果你覺得這水還有什麼別的用途而再把它塞起來，你會看到另一種曲面，這就是我們現在要討論的，我們稱之為「阻塞渦

流」。至於為什麼說『討論』呢？因為我們還不完全了解它的性質。

像 ω .中的裝置，在水流得正順的時候，把洞塞起來，夠幸運的話，你可以看到如圖的結果。你可以發現這是由兩條曲線構成的，說明如下：當水流得正順的時候，當然，如果你在水面上放一個小浮標，那麼這浮標會沿著某種螺線向中心加速流下去，這是我們能夠計算水面的原因，換句話說，水面因此形成。但若我們把洞塞住了，那麼水不能再向中心加速流下，便只能在原地盤旋；是的！在原地旋轉，這就是我們在 ω .中得到的結果，是條拋物線。



至於上半部，它們仍不知情的向中心流去；因此，是條 $\frac{1}{R^2}$ 的曲線。慢慢地，大家都不能前進了；到最後只留下少許在中心的環流（有黏滯性）。當然，最好的情況是我們能知道每條流線的分佈情形，那不太好弄，只好退而求其次找水面的形狀。



(二) 實驗：

1. 實驗一：

(1) 步驟：

- ω . 將500ml燒杯A中心對準旋轉台中心後固定。
- ω . 將馬達，橡皮帶，即旋轉台構成如圖之裝置。

- . 將燒杯A裝水至250ml。
- . 啟動馬達，以不同轉速 ω 轉動燒杯A。
- ◇. 拍攝轉動中的燒杯A並將照片掃描進入電腦取得各點之座標。
- △. 配合(III)之方程式，預先測量 ω ，水平放置水平H，杯半徑R，再代入

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + \left[H - \frac{\omega^2}{6g} R^2 \right]$$

畫出函數圖形和實驗曲線做比較。

(2)結果：參看討論

因為光線折射，反射的緣故，使得水面看來有兩層，這是完全不對的，因此又設計以下之明膠法：

2. 實驗二——再續實驗一：

(1)步驟：

- ◇. 同上之裝置
- ◇. 將250cc的水加入8.0 g 明膠粉置入燒杯B。
- . 將燒杯B加熱至沸騰，經20分鐘。
- . 將燒杯B之溶液到入燒杯A中。
- ◇. 啟動馬達，12分鐘後停止，可見到凝固定型之明膠。

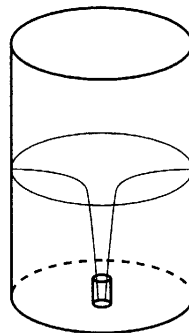
(2)結果：參看附件

3. 實驗三——單孔漩渦

(1)步驟：

- ◇. 把壓克力圓孔容器（雙圓孔封死）底孔塞住，加水至14 cm高。
- ◇. 用馬達加上扇葉在水中攪拌一分鐘。
- . 把洞放開，約1到2秒後有漩渦出現，拍照並記錄流速計速率。
- . 隔幾秒鐘後再拍照。
- ◇. 重複◇~○步驟數次。
- △. 驗證是否為如推導的曲線。

(2)結果：參看附件



4. 實驗四——阻塞渦流

(1) 步驟：

ㄅ. 如實驗三步驟ㄅ、ㄆ、ㄇ所述。

ㄆ. 在漩渦形成，水尚未流完時，把洞口封住。

ㄇ. 拍照。

(2) 結果：參看附件

5. 實驗五——雙孔漩渦

(1) 步驟：

ㄅ. 把壓克力圓形容器中心孔封死，雙圓孔塞住。

ㄆ. 如實驗三ㄆ。

ㄇ. 加水至14cm高，而後由雙圓孔放水。

ㄏ. 過數秒等渦流出現。

ㄏ. 拍照，並推想其成因。

(2) 結果：參看討論

6. 實驗六——直孔渦流

(1) 步驟：

ㄅ. 把壓克力圓形容器（底板用長方孔）底孔塞住。

ㄆ. 加水至14cm高，而後由長方孔放水。

ㄇ. 過數秒等渦流出現後。

ㄏ. 拍照，並推想其成因。

ㄏ. 改變長方孔形狀，重複步驟ㄅ.~ㄏ.。

(2) 結果：參看討論

7. 實驗七——觀察漩渦流線

(1) 步驟：取一質輕軟的有色繩（此用塑膠繩），在漩渦形成後，自某一定點適當速率放入，至其到達中心後，予以拍照。

(2) 結果：參看討論

五、實驗討論

(一) 實驗二：

1. 馬達轉速非十分穩定，在液體凝固時會造成形狀不一的情形。
2. 轉盤雖然有調整成水平，但轉盤本身仍有些微的震動，使形狀不定。
3. 經過多次嘗試材質（水，洋菜膠，明膠，石膏），洋菜膠經嘗試以

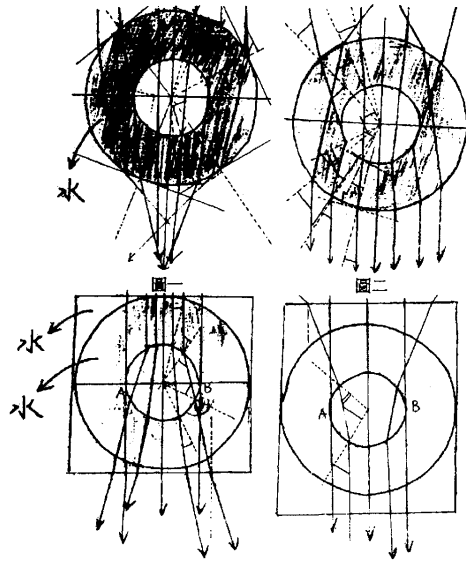
3.4g/250ml水為最合宜，但仍嫌太脆，且會出水；明膠凝固後，認為明膠為最適合之材質（水不易觀察；洋菜後表面光滑又不易破碎；石膏表面粗糙，易有氣泡，且凝固後會稍微膨脹）。

- 4.雖然選用有高黏滯度的液體，但是因為有黏滯度液體僅能承受一時的切力，故最後每一流質之間無相對運動，所以無妨；僅僅是明膠達到拋物面的形狀較久而已。
- 5.煮明膠時會有氣泡產生，為排除氣泡而在換杯傾倒時用紗布過濾。
- 6.液面與杯壁接觸的部分有表面張力的影響而不準確，須捨棄。
- 7.雖嘗適用光學原理印證曲面為拋物面（銀鏡反應中的 AgNO_3 會侵蝕明膠；墨汁塗上後效果不彰；銀漆顆粒太粗），但失敗了。且時間不足以找到代替的方法。

（二）實驗三：

- 1.洞口越大，水面高度越高（流速越快）時，水面出現螺線形條紋。
- 2.水有黏滯度，但我們予以忽略乃因為若計入黏滯度將增加一非常複雜的項，超出我們理解範圍。
- 3.水面最高點不為H，（因兩端向一水平線漸近），但由圖觀知若r取得夠大，則H可認為是最高點。
- 4.地球自轉偏向力（科里奧里力）會影響本實驗結果，（提供流質力矩使角動量不守恒而使公式錯誤）但由於科氏力為垂直運動方向且軌跡為螺線使得運動軌跡的法線方向近似於通過圓心，結果科氏力造成的力矩幾乎等於零。再者，科氏力在此加入，則必須考慮一三度空間的修正，實超出我們理解範圍（經計算知在緯度 23.5° ，速度 2.0m/s 時，科氏力造成的加速度為 $1.16 \times 10^{-4}\text{m/s}^2$ ）
- 5.不論拍攝的技巧和角度，因為容器的形狀和厚度均會因為折射的效果而使像物和實物的形狀有差異（圖一到圖四為橫剖面圖）。圖一和圖二之折射情形（根據Snell's Law所繪）：外來平行光偏折至中央（如圖一），或所看到的光線由中央的光線折射後形成（如圖二）；因此，觀察渦流側面是愈中央愈準確（效果如凸透鏡），但這並非我們所需要，因為所要的形狀是通過外圍的光線形成。

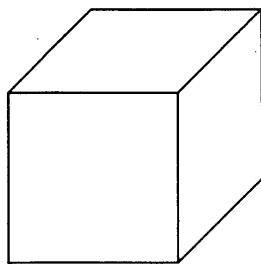
有鑑於此：將圓筒的外圍加上矩形外框灌滿水（效果如凹透



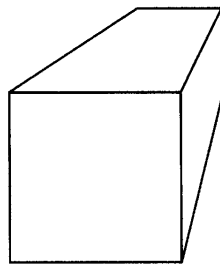
鏡)，其折射情形如圖三和圖四，通過A和B的光為直線前進，所以由側面看所得的縱剖面可看出如實物的兩條曲線，得到實際的形狀（中央偏折不影響）。而實驗容器均因薄壁所以折射忽略。

- 攝影採用望遠鏡頭，因為用近鏡頭會產生『魚眼效應』；而用望遠鏡頭從遠距離拍攝所產生的魚眼效應較小。

(三) 實驗四：



實物



魚眼效應

- 剛剛把洞塞起時，可能施力不均，製造了些氣泡，而後才漸趨平滑，最終又恢復為原水平。

(四) 實驗五：

- 基本上，洞偏離中心即很難形成漩渦。
- 兩洞遠離時，很難形成漩渦。
- 兩洞靠近時，一開始是一大漩渦，形狀和沒有轉動時產生之漩渦不

同，至 $2/5$ 杯水時才有兩個漩渦出現。

(五) 實驗六：

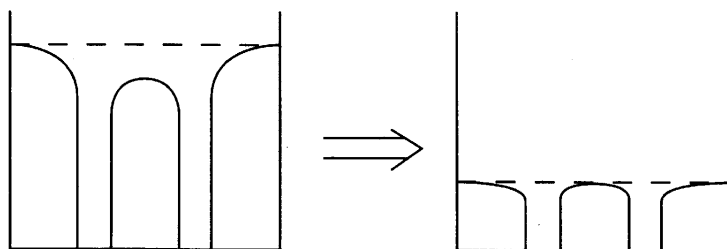
1. 正方形孔，當水流出時，上方仍形成圓形漩渦
2. 邊長 2cm 的正方孔和直徑 2cm 之圓孔所成的漩渦形狀一樣。

(六) 實驗七：

1. 由於愈近漩渦中心，水流速愈快，所以線很快就陷入，否則即黏成一團。

六、結論

- (一) 實驗一中水面確成一曲面。
- (二) 實驗二中經驗證水面確為拋物面（除靠近杯壁兩端外）。
- (三) 實驗三中雖然漩渦有些搖晃，但仍可驗證出方程式圖形。
- (四) 實驗四中阻塞渦流的中斷點不易找到，但仍可略觀出和推導結論類同。
- (五) 實驗五中雙圓孔渦流結果不盡理想，一直等到水快流光了，才出現一個大洞，推測是因為兩渦流互相干擾的原因。到了接近底部的時候，兩洞間互相干擾較小（如圖），從而兩洞分離。



- (六) 實驗六中方孔渦和圓孔渦流的差異性不大，由推導過程觀之，流質當然不可能直角流動，因其所需要的向心力太大了。而流質所受力應不會有如此大的差異，所以渦流仍是圓形的；在下端部分可能會因方孔放水形狀和圓孔不同，而使公式稍微不正確。
- (七) 實驗七中曾嘗試用各種方法（細線，顏料，粉末）拍攝螺旋線，但失敗了（線黏在一起，顏料散開，粉末散開），雖沒有記錄，但在過程中，可見物體螺旋而下，所以在推導中視為一流線應仍可用，目前這部分仍在試驗中。

七、參考書目

高中物理第二冊第九章 附錄

八、展望

希望未來能夠多方研究實驗的方法，來克服取樣的誤差，並且找到有效的染劑來驗正渦流的螺線，也既而嘗試由不同的變因（孔狀，濃度，初速度，傾斜度……）來探討不同的結果。最好是能分析內部各流線，以取得實際成因。以及能夠用較精密的方法測出當地的科氏力。不知超流體是否有如此現象也是我們感興趣的地方。

附件一 流體轉動曲面形狀

圖2：洋菜

平均秒數（一周）：0.2355(sec)

取樣次數：40次

測量數據：

0.236	0.237	0.235	0.236	0.236	0.237	0.235	0.236
0.233	0.235	0.234	0.237	0.235	0.236	0.235	0.236
0.234	0.237	0.237	0.235	0.235	0.236	0.233	0.234
0.235	0.235	0.236	0.234	0.233	0.237	0.234	0.234
0.235	0.236	0.236	0.236	0.235	0.235	0.234	0.237

$\omega = 26.68 \text{ rad/sec}$ $R = 4.135 \text{ cm}$ $H = 4.855 \text{ cm}$

標準差：0.0012 sec

圖3：洋菜

平均秒數（一周）：0.2264(sec)

取樣次數：40次

測量數據：

0.219	0.220	0.219	0.221	0.221	0.221	0.221	0.224
0.223	0.225	0.224	0.233	0.228	0.226	0.225	0.224
0.224	0.224	0.222	0.222	0.225	0.225	0.233	0.233
0.222	0.225	0.222	0.223	0.238	0.232	0.236	0.225
0.226	0.238	0.227	0.241	0.225	0.236	0.243	0.234

$\omega = 27.75 \text{ rad/sec}$ $R = 4.135 \text{ cm}$ $H = 4.855 \text{ cm}$

標準差：0.0063 sec

圖4：洋菜

平均秒數（一周）：0.2470(sec)

取樣次數：40次

測量數據：

0.245	0.253	0.241	0.240	0.258	0.249	0.243	0.260
0.243	0.235	0.251	0.251	0.246	0.251	0.258	0.235
0.235	0.243	0.257	0.257	0.235	0.235	0.248	0.240
0.241	0.257	0.251	0.260	0.242	0.265	0.236	0.244
0.237	0.249	0.255	0.254	0.249	0.247	0.233	0.250

$\omega = 25.44 \text{ rad/sec}$ $R = 4.135 \text{ cm}$ $H = 4.855 \text{ cm}$

標準差：0.0085 sec

圖5：洋菜

平均秒數（一周）：0.2645(sec)

取樣次數：40次

測量數據：

0.260	0.265	0.266	0.272	0.271	0.271	0.270	0.251
0.270	0.252	0.252	0.265	0.252	0.276	0.257	0.277
0.275	0.253	0.263	0.254	0.282	0.273	0.270	0.254
0.254	0.279	0.253	0.273	0.265	0.253	0.275	0.264
0.280	0.255	0.273	0.254	0.268	0.254	0.273	0.254

$\omega = 23.76 \text{ rad/sec}$ $R = 4.135 \text{ cm}$ $H = 4.855 \text{ cm}$

標準差：0.0097 sec

圖6：洋菜

平均秒數（一周）：0.2825(sec)

取樣次數：40次

測量數據：

0.283	0.272	0.294	0.268	0.281	0.287	0.295	0.281
0.294	0.293	0.295	0.273	0.286	0.293	0.268	0.294
0.266	0.292	0.265	0.272	0.298	0.283	0.268	0.295
0.295	0.301	0.270	0.294	0.294	0.276	0.269	0.290
0.282	0.282	0.297	0.271	0.290	0.280	0.291	0.276

$\omega = 22.24 \text{ rad/sec}$ $R = 4.135 \text{ cm}$ $H = 4.855 \text{ cm}$

標準差：0.0108 sec

附件二 單孔漩渦

單孔漩渦 表1 $H=10.4\text{cm}$ $v_0=18.6\text{ cm/sec}$

實際	r	-1.144	-1.456	-2.080	-2.912	-4.576	2.600	2.392	1.872	1.456	1.144
	z	1.844	5.101	7.592	10.00	9.776	8.736	8.216	7.28	4.971	1.771
理論	r	-1.144	-1.456	-2.080	-2.912	-4.576	2.600	2.392	1.872	1.456	1.144
	z	1.804	5.093	7.800	9.071	9.862	8.736	8.434	7.190	5.093	1.804

單孔漩渦 表2 $H=10.6\text{cm}$ $v_0=18.7\text{ cm/sec}$

實際	r	2.704	2.288	3.016	4.264	3.640
	z	9.048	8.528	9.464	9.984	9.776
理論	r	2.704	2.288	3.016	4.264	3.640
	z	9.032	8.409	9.340	9.970	9.735

單孔漩渦 表3 $H=3.57\text{cm}$ $v_0=19.8\text{ cm/sec}$

實際	r	-4.305	-3.780	-3.255	-2.625	-2.205	3.465	3.045	2.625	2.311	2.110
	z	2.776	2.313	2.261	1.665	0.881	2.310	1.890	1.632	1.011	0.601
理論	r	-4.305	-3.780	-3.255	-2.625	-2.205	3.465	3.045	2.625	2.311	2.110
	z	2.882	2.678	2.366	1.719	0.947	2.508	2.195	1.719	1.182	0.706

單孔漩渦 表4 $H=3.975\text{cm}$ $v_0=8.3\text{ cm/sec}$

實際	r	-1.537	-1.219	-2.314	-0.766	-2.109	6.234	-1.026	1.325	7.884	4.115
	z	2.915	2.65	3.601	0.166	3.504	3.912	1.881	2.703	3.971	3.851
理論	r	-1.537	-1.219	-2.314	-0.766	-2.109	6.234	-1.026	1.325	7.884	4.115
	z	3.013	2.446	3.550	0.103	3.464	3.917	1.817	2.681	3.938	3.841

單孔漩渦 表5 $H=3.763\text{cm}$ $v_0=19.4\text{ cm/sec}$

實際	r	-4.717	-3.975	-3.339	-2.385	-1.908	2.279	2.014	3.286	4.028	2.067
	z	3.102	2.862	2.332	1.414	0.424	1.201	0.689	2.385	2.968	0.901
理論	r	-4.717	-3.975	-3.339	-2.385	-1.908	2.279	2.014	3.286	4.028	2.067
	z	3.763	2.989	2.667	1.614	0.406	1.404	0.715	2.631	3.010	0.903

單孔漩渦 表6 $H=4.37\text{cm}$ $v_0=15.2\text{ cm/sec}$

實際	r	-1.564	-4.830	-2.760	-2.300	-1.886	4.324	2.622	1.794	7.780	6.660
	z	1.334	3.989	3.193	2.771	2.204	3.185	3.173	1.656	4.134	4.109
理論	r	-1.564	-4.830	-2.760	-2.300	-1.886	4.324	2.622	1.794	7.780	6.660
	z	1.295	4.047	3.383	2.948	2.255	3.968	3.276	2.033	4.246	4.200

單孔旋渦 表7 H=2.773cm $v_0 = 10.1 \text{ cm/sec}$

實際	r	-4.982	-3.149	-2.397	-1.645	-1.974	4.371	2.632	1.222	1.128	1.786
	z	2.397	2.162	1.927	1.363	1.739	2.35	2.115	0.557	0.202	1.69
理論	r	-4.982	-3.149	-2.397	-1.645	-1.974	4.371	2.632	1.222	1.128	1.786
	z	2.642	2.446	2.209	1.576	1.941	2.603	2.305	0.603	0.226	1.757

單孔旋渦 表8 H=6.503cm $v_0 = 25.0 \text{ cm/sec}$

實際	r	1.996	2.007	2.471	3.126	4.832	-6.572	-5.431	-7.256	-7.834	-3.46
	z	1.216	1.194	2.982	4.158	5.375	5.699	5.526	5.742	5.813	4.571
理論	r	1.996	2.007	2.471	3.126	4.832	-6.572	-5.431	-7.256	-7.834	-3.46
	z	1.418	1.473	3.185	4.430	5.635	6.034	5.816	6.118	6.173	4.815

單孔旋渦 表9 H=10.79cm $v_0 = 10.4 \text{ cm/sec}$

實際	r	-4.279	-2.387	-1.484	-6.968	-6.710	6.244	2.860	1.785	1.226	0.925
	z	10.01	10.00	9.098	10.67	10.57	10.46	10.27	9.513	8.300	6.419
理論	r	-4.279	-2.387	-1.484	-6.968	-6.710	6.244	2.860	1.785	1.226	0.925
	z	10.60	10.17	9.198	10.72	10.71	10.70	10.36	9.689	8.458	6.692

單孔旋渦 表10 H=10.79cm $v_0 = 9.3 \text{ cm/sec}$

實際	r	-6.004	-4.598	-3.04	-1.558	-1.064	2.28	1.672	1.216	0.988	2.432
	z	10.26	10.07	9.652	9.531	8.026	9.989	9.531	8.641	7.001	10.00
理論	r	-6.004	-4.598	-3.04	-1.558	-1.064	2.28	1.672	1.216	0.988	2.432
	z	10.71	10.66	10.49	9.634	8.311	10.25	9.786	8.892	7.915	10.31

單孔旋渦 表11 H=1.687cm $v_0 = 7.9 \text{ cm/sec}$

實際	r	1.573	1.617	1.879	2.490	3.432	-3.987	-4.576	-5.324	-6.444	-7.56
	z	0.684	0.734	0.867	61.07	1.268	1.347	1.279	1.334	1.375	1.384
理論	r	1.573	1.617	1.879	2.490	3.432	-3.987	-4.567	-5.324	-6.444	-7.56
	z	0.874	0.918	1.117	1.363	1.516	1.560	1.591	1.616	1.639	1.652

單孔旋渦 表12 H=5.94cm $v_0 = 19.2 \text{ cm/sec}$

實際	r	1.705	1.800	2.842	3.435	4.453	-1.644	-2.032	-4.456	-5.873	-6.20
	z	1.532	2.135	4.455	4.586	5.067	1.244	2.772	5.036	5.269	4.475
理論	r	1.705	1.800	2.842	3.435	4.453	-1.644	-2.032	-4.456	-5.873	-6.20
	z	1.814	2.238	4.455	4.923	5.335	1.502	3.035	5.336	5.592	5.628

單孔旋渦 表13 $H=3.192\text{cm}$ $v_0 = 11.2 \text{ cm/sec}$

實際	r	1.319	1.602	1.885	2.451	5.511	-6.425	-7.711	-2.424	-5.311	-4.13
	z	0.848	1.571	1.971	2.478	2.715	2.989	3.002	2.402	2.856	2.728
理論	r	1.319	1.602	1.885	2.451	5.511	-6.425	-7.711	-2.424	-5.311	-4.13
	z	0.845	1.601	2.043	2.512	3.058	3.093	3.123	2.497	3.047	2.954

單孔旋渦 表14 $H=2.589\text{cm}$ $v_0 = 6.7 \text{ cm/sec}$

實際	r	0.937	1.408	2.063	2.344	4.113	-2.719	-3.434	-0.980	-7.115	-3.21
	z	0.937	1.811	2.124	2.231	2.484	2.318	2.453	1.021	2.530	2.431
理論	r	0.937	1.408	2.063	2.344	4.113	-2.719	-3.434	-0.980	-7.115	-3.21
	z	0.930	1.854	2.247	2.324	2.502	2.392	2.466	1.073	2.560	2.448

說明：①表中單位為cm

②圖片解析度為1800 dpi (dot/inch)=0.0014 cm/dot

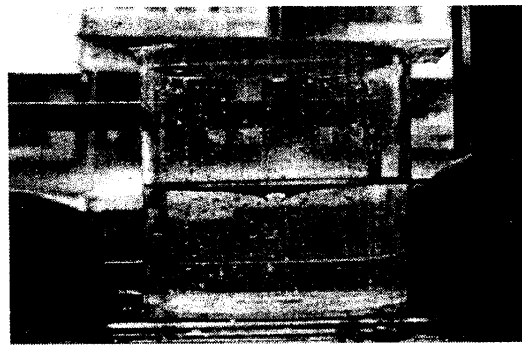
附件三 阻塞漩渦

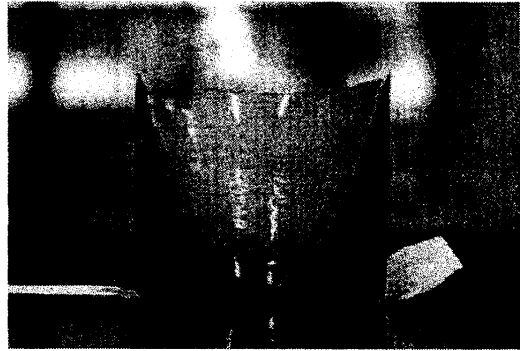
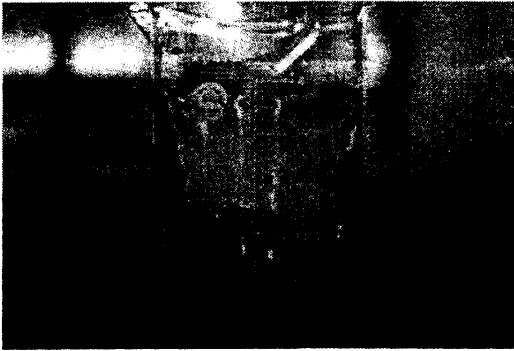
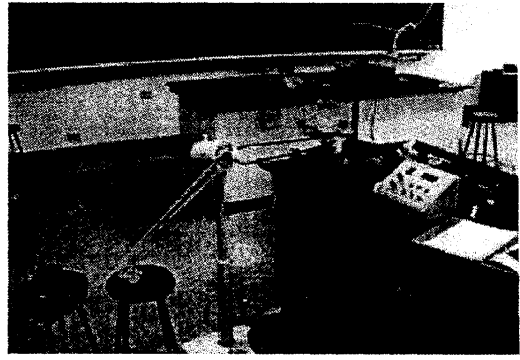
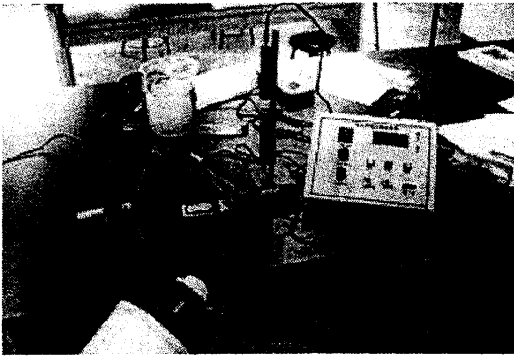
阻塞漩渦



實驗裝置

阻塞漩渦





評語

利用照像及電腦分析旋轉液面，及水渦流形狀實驗，數據的獲得有一定的難度，作者能克服困難，獲得相當精確的資料，難能可貴。