

連生泡的三角習題

高中組物理科第三名

新竹女子高級中學

作者：陳蓉萱、倪康宇、鄭淑珍、任芳儀

指導教師：林智遠

一、研究動機

記得專研課中，老師曾經提過有關表面張力、毛細現象與連生泡、彩色泡……等有關問題，而在當時我們對肥皂泡這項較有興趣，在吹泡泡時觀察到連生泡，覺得兩個泡泡的大小與其接觸面的大小似有關係，並想找出此關係式，並用此找出泡泡其它的物理性質（如：張力、濃度……）及其關係。

二、研究目的

泡泡的形成與表面張力或泡膜大小及氣體壓力是否有著密切的關係，我們藉由濃度來探討不同張力對連生泡的影響以及連生泡半徑與其中間膜半徑的關係，並進一步探討多生泡串連的中間膜微妙關係，期望有突破性的發展與成果。

三、實驗器材

壓克力板裝置（附圖一）

電磁攪拌器（附圖二）

圓及弧比對表

飛柔洗髮精

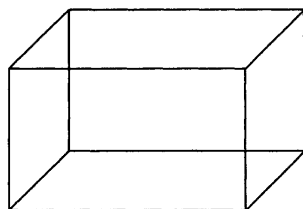
甘油

滴管

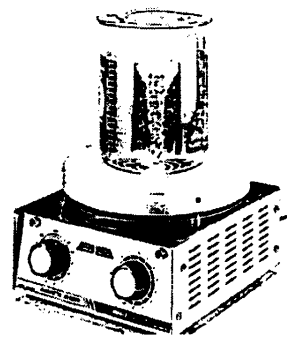
針筒

直尺

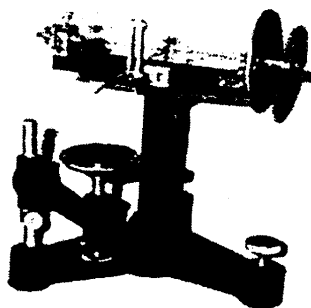
Du Nouy張力計（附圖三）



附圖一



附圖二



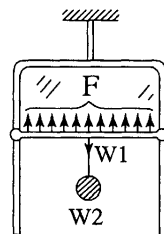
附圖三

四、實驗原理

- 1.表面張力的定義：與液體表面接觸之單位長度所受的

垂直表面張力。由圖(a)裝置，若將活動邊施以力 F ，並緩慢向下延伸一段距離 ΔX ，此時皂膜增加之面積為 $2(\Delta xL)$ ，而增加單位面積所需作的功為 ΔW

$$\frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F \cdot \Delta X}{2 \Delta XL} = \frac{F}{2L} = T$$



圖(a)

此式亦表示表面張力可定義為：增加每一單位面積所需作的功，這是因為表面分子受到一垂直於表面且向內的力之作用（亦稱表面力場），故欲增加表面積就需將內部的分子拉到表面上，這便需要作功。 ΔW 被定義為表面自由能，所以總表能 W ：

$$W = \Sigma \Delta W = \Sigma (\Delta A \cdot T) = (\Sigma \Delta A) \cdot T = A \cdot T \quad A: \text{總表面積}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{W}{A} \quad (\text{單位面積的自由能})$$

2. 肥皂泡形成後，由於表面的作用力，使皂膜收縮，直到泡內空氣的壓力與皂泡外的空氣壓力平衡。圖(b)為肥皂泡的半球剖面圖， P 為泡內的空氣壓力， P_a 為泡外的空氣壓力，內外空氣壓力差之關係與馬德堡半球的狀況完全相同，由此壓力差而對半球面產生之作用力，相當於作用在半球之平面投影的圓面積上，其半徑等於皂泡之半徑 R ，故

$$\text{內外壓力差之作用力} = (P - P_a) \pi R^2$$

$$\text{表面張力對半球之作用力} = 2(2 \pi R)T$$

平衡時此二力相等

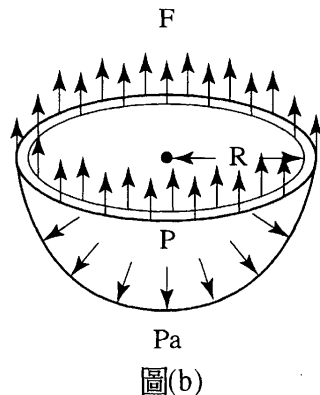
$$(P - P_a) \pi R^2 = 4 \pi R T \quad \longrightarrow \quad P - P_a = \frac{4T}{R}$$

$$\Rightarrow \Delta P = P - P_a = \frac{4T}{R}$$

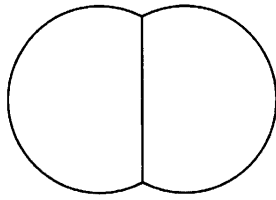
當溫度、壓力一定時， T 為一定值，即 $\Delta P \cdot R = 4T$ （常數），由此可知 R 愈大則泡泡壓力愈小，而且泡泡的壓力可由 $1/R$ 表示。

3.(a) 如圖(c)，若連生泡的半徑相同，因為兩泡泡的壓力相同，所以中間膜為一直線，即 $\frac{1}{R} = 0$ 。

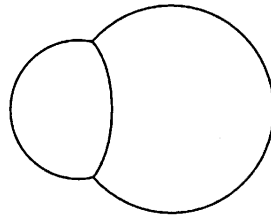
(b) 如圖(d)，若連生泡的半徑不相等，則由於中間膜曲率 $(1/e)$ 的調整，使A、B兩泡達成平衡狀態。



圖(b)



圖(c)



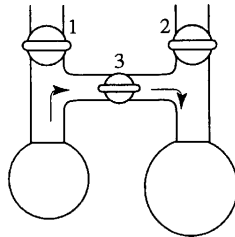
圖(d)

五、研究方法

實驗觀察（一）

比較大小不同的肥皂泡與泡內壓力的關係，裝製一H型的管，如圖所示：

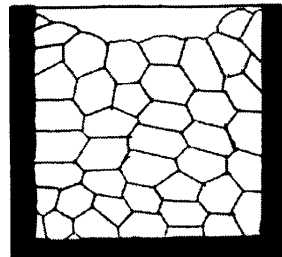
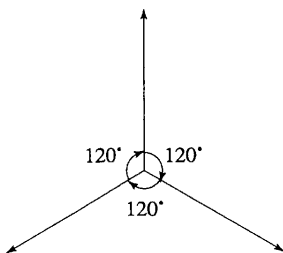
結果：會發現小的肥皂泡變更小，大的變更大，此證明小肥皂泡內的壓力比大肥皂內的壓力來的大。



證明： $\Delta P = (P - P_a) = \frac{4T}{R}$ 是正確無誤的

實驗觀察（二）

在一透明的箱內吹許多肥皂泡，安定下來後，可以觀察到肥皂泡膜不會有超過三張相結合的現象，而且膜和膜之間的交角都是相等的。右圖為一稜線，由線上O點受力為 $F_1 \cdot F_2 \cdot F_3$ ，下圖為側面圖，三力共點成 120° 。且此時平衡，所以可得三力相等。我們由此知道一個重要的結果：對同一溶液的肥皂泡而言，不論肥皂泡大小，它本身所含有的張力是不變的。



a) 實驗一

溶液配製：

洗髮精(g)	12	15	18	21
蒸餾水(g)	48	45	42	39
重量百分比(%)	20%	25%	30%	35%
甘油(ml)	4	4	4	4
表面張力 dyne/cm	41.225	39.734	38.991	38.334

改變兩等球半徑，測中間膜長度L

R1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
R2	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0

b) 實驗二

改變R₂值，依下表值，測中間膜半徑(e)

R1	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
R2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0

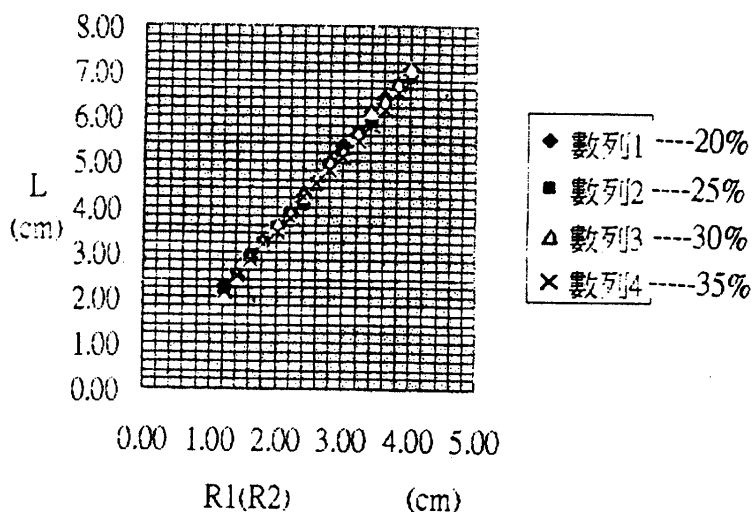
c) 實驗三

1. 選形成泡沫穩定最持久的一種溶液(25%)。
2. 進行多生泡之探討，並測量各泡之R₁R₂R₃……及中間膜半徑e₁e₂e₃……。
3. 進一步計算R₁R₂R₃……，及e₁e₂e₃……之關係。

六、數據與分析

(1) 實驗一：等半徑泡沫(R₁=R₂)

(不同張力下) R₁ (R₂) 與L之比較圖

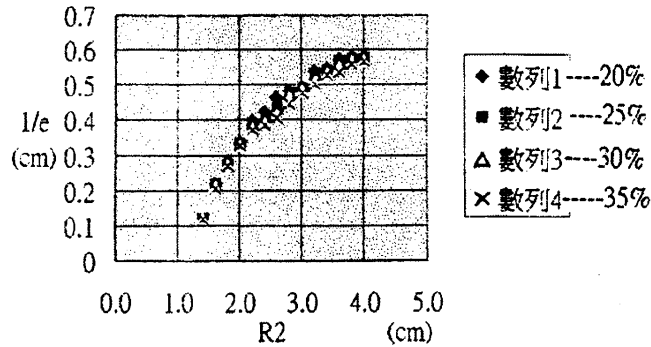


	濃度	20%	25%	30%	35%
R1 (cm)	R2 (cm)	L (cm)	L (cm)	L (cm)	L (cm)
1.20	1.20	2.20	2.16	2.00	2.10
1.40	1.40	2.43	2.47	2.43	2.45
1.60	1.60	2.83	2.88	2.77	2.80
1.80	1.80	3.20	3.13	3.15	3.17
2.00	2.00	3.57	3.47	3.57	3.40
2.20	2.20	3.85	3.82	3.78	3.75
2.40	2.40	4.22	4.06	4.23	4.20
2.60	2.60	4.57	4.48	4.58	4.50
2.80	2.80	4.93	4.86	4.90	4.80
3.00	3.00	5.32	5.10	5.15	5.10
3.20	3.20	5.60	5.60	5.55	5.45
3.40	3.40	6.08	5.93	6.07	5.80
3.60	3.60	6.40	6.29	6.27	6.10
3.80	3.80	6.58	6.64	6.63	6.50
4.00	4.00	7.05	6.93	7.05	6.80

(2)實驗二：異半徑泡沫 ($R_1=1.2\text{cm}$)

	濃度	20%	25%	30%	35%
	張力	41.225dyne/cm	39.734dyne/cm	38.991dyne/cm	38.334dyne/cm
R1 (cm)	R2 (cm)	e (cm)	e (cm)	e (cm)	e (cm)
1.20	1.40	8.23	8.27	8.38	8.45
1.20	1.60	4.60	4.61	4.74	4.92
1.20	1.80	3.52	3.62	3.65	3.70
1.20	2.00	2.99	3.00	3.05	3.06
1.20	2.20	2.52	2.60	2.66	2.68
1.20	2.40	2.37	2.44	2.57	2.60
1.20	2.60	2.15	2.28	2.42	2.47
1.20	2.80	2.07	2.11	2.17	2.25
1.20	3.00	2.03	2.05	2.08	2.10
1.20	3.20	1.86	1.89	1.97	2.00
1.20	3.40	1.83	1.85	1.88	1.90
1.20	3.60	1.75	1.77	1.81	1.87
1.20	3.80	1.73	1.74	1.77	1.79
1.20	4.00	1.72	1.73	1.76	1.77

(不同張力下) R_2 與 $1/e$ 之比較圖



(3)實驗三：多生泡串聯實驗

R1	R2	R3	e1	e2	1/R1	1/R3	1/e1	1/e2	1/e1+1/e2+1/R3	1/e1+1/e2+1/R3-1/R1
1.20	1.60	3.00	4.62	3.86	0.8333	0.3333	0.2165	0.2591	0.8089	(0.024)
1.20	1.60	3.20	4.71	3.35	0.8333	0.3125	0.2123	0.2985	0.8233	(0.010)
1.20	1.60	3.40	4.58	3.13	0.8333	0.2941	0.2183	0.3195	0.8319	(0.001)
1.20	1.60	3.60	4.63	2.76	0.8333	0.2778	0.2160	0.3623	0.8561	0.023
1.20	1.60	3.80	4.60	2.73	0.8333	0.2632	0.2174	0.3663	0.8468	0.014

單位(cm)

R1	R2	R3	e1	e2	1/R1	1/R3	1/e1	1/e2	1/e1+1/e2+1/R3	1/e1+1/e2+1/R3-1/R1
1.40	1.80	3.00	6.23	4.48	0.7143	0.3333	0.1605	0.2232	0.7171	0.0028
1.40	1.80	3.20	6.07	4.17	0.7143	0.3125	0.1647	0.2398	0.7171	0.0028
1.40	1.80	3.40	6.31	3.79	0.7143	0.2941	0.1585	0.2639	0.7164	0.0022
1.40	1.80	3.60	5.98	3.60	0.7143	0.2778	0.1672	0.2778	0.7228	0.0085
1.40	1.80	3.80	6.15	3.41	0.7143	0.2632	0.1626	0.2933	0.7190	0.0047

單位(cm)

R1	R2	R3	e1	e2	1/R1	1/R3	1/e1	1/e2	1/e1+1/e2+1/R3	1/e1+1/e2+1/R3-1/R1
1.60	2.00	3.00	7.70	5.90	0.8333	0.3333	0.1299	0.1695	0.6327	-0.2003
1.60	2.00	3.20	7.65	5.30	0.8333	0.3125	0.1307	0.1887	0.6319	-0.2011
1.60	2.00	3.40	7.81	4.81	0.8333	0.2941	0.1280	0.2079	0.6301	-0.2029
1.60	2.00	3.60	7.54	4.55	0.8333	0.2778	0.1326	0.2198	0.6302	-0.2028
1.60	2.00	3.80	7.52	4.33	0.8333	0.2632	0.1330	0.2309	0.6271	-0.2059

單位(cm)

七、結論與討論

(一) 討論：

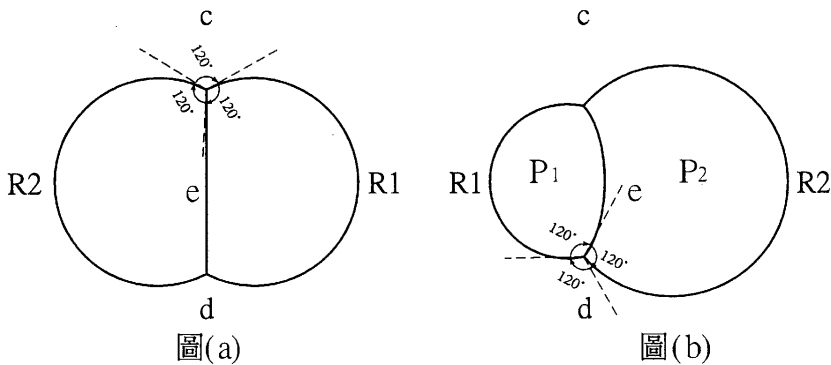
1. 泡膜半徑測量方法上的突破：以目視方法既失準確性且較耗時，我們

利用圓比對表置於壓克力板下並不斷以針筒調整其大小，此為吹圓方法上的一大突破。

2. 有關泡膜的持久性：泡膜形成易，但更溶液破，於測量上形成一大阻力，我們於溶液中加入甘油以增加其持久性。
3. 中間膜討論：

(a) $R_1=R_2$ 時， cde 為直線，即 e 為 ∞

(b) $R_2 > R_1$ 時， e 為中間膜半徑，且凸向 R_2 一方，意即中間膜會凸向大泡膜，說明了 R_2 泡內壓力向左之作用也以及中間膜向左之作用力總和等於 R_1 泡內壓力向右之作用力，此時連生泡達平衡。



(c) 中間膜之曲率最後調整到 $R_1 \cdot R_2 \cdot e$ 之切線成等角相交（即各夾 120° ）就達平衡。

(d) 由實驗可知：小泡膜曲率 = 大泡膜曲率 + 中間膜曲率

4. 多生泡產生不易，形成時間短暫，測量不易，所以選擇25%的濃度進行實驗，終於得到數據，經電子試算表(Excel)分析得到突破性的成果。

~曲率猶如多條彈簧串聯的形式~

5. 雖然不是偉大的作品，但是她很完整，是一個美麗の球。

(二) 結論：

1. 由實驗一結果得：同體積之連生泡其 L 與泡泡半徑成正比
2. 由實驗二結果得：
 - a) 濃度愈大，表面張力愈小。表面張力愈小者，其中間膜半徑 e 較同狀況的中間膜半徑大。
 - b) $1/R_1 = 1/R_2 + 1/e$ 適用在不同濃渡下所生成的連生泡。
3. 由實驗三結果得：

$$1/R_1 = 1/e_1 + 1/e_2 + \dots + 1/e_{(n-1)} + 1/R_n, \text{ 與原理中 } \Delta P = 4T/R$$

(T 為定值)之結果推演完全相符。是我們辛苦實驗的重大佐證。

八、參考文獻

- 1.高級中學數理叢書(物理第二輯)
- 2.物理基礎觀念第二冊(吳友仁編)
- 3.肥皂泡的世界(歐陽鍾仁編譯)
- 4.物理化學第二冊(賈秉文譯)

評語

能善用實驗裝置及操作程序，對於肥皂泡的形成及串連等現象，進行一系列比較定量的探究。作品中對於實驗項目的規畫、數據的搜集與分析、資料的整理與呈現、以及研究結果的討論等，均符簡明、合適的原則。本研究之取材及活動內容雖然淺易，但對學生科學素養的培養仍甚具意義。