

浮浮沈沈，水中乾坤—浮體振盪週期之探討

國中組物理科第一名

屏東縣立明正國民中學

作者：潘維屏、吳育仲、楊文明、陳莉君

指導教師：陳惠玲

一、研究動機

在小學學到單擺、節拍器有等時性，可以用來計時。我們發現浮體在水面受一下壓或上拉的力量後，導至浮力、重力不平衡時，浮體會在地面做週期性運動亦有等時性。而振動週期究竟與何種變因有關，呈何種線性關係，引起我們的興趣，故作深入探討。

二、研究目的

先以功能觀點導出可能的公式，再以控制變因的辦法，逐一實驗，找出浮體振盪週期，與浮體重心高度、浮體質量、浮體底面積、液體密度等變因之間的關係，印證所導出的公式，並找出公式中所沒有的變因—容器截面積的影響。

三、研究設備器材

水桶、不同截面積的量筒數個、浮體（此實驗選用大吸管加鉛粒）、碼錶、天平、蠟燭、excel軟體處理數據。

四、研究步驟

- (一)實驗前準備：取大吸管12支，每支吸管下端以蠟油封死，使一端閉口不進水。
大水桶裝滿水靜置備用。
- (二)取一支吸管，總質量控制為25g，以塞入棉花之方法，操縱重心高度，置於大水桶，測同一浮體不同重心高度的振盪週期。
- (三)取截面積不同的容器裝水，測一支總質量為25g吸管的振盪週期。
- (四)1. 取一支吸管内裝適量鉛粒，置於水桶中，使之振盪，測振盪五次所需的總時間，再算平均週期，至少測四遍。
2. 以鉛粒調整質量（15g，17g，19g…35g）重覆(四)-1。
- (五)1. 將3支吸管合併（總質量為55g）置入水桶中使振盪，測五次所須的總時間，

再算平均週期，至少四遍。

2. 控制總質量為55g，取4支—7支吸管合併，各別取五次振盪所須的時間。

(六) 1. 先以天平及小量筒測出各溶液密度。

2. 取酒精與水及各比例混合液——置於內徑5.5cm、1000c. c. 量筒中，測出同1支總質量為25g的吸管，在各液體中的振盪週期。

五、研究結果（觀察、立即討論與心得）

實驗(-)

1.(1)操縱變因：塞入棉粒改變重心高度

(2)應變變因：振盪週期

(3)控制變因：浮體質量25克（鉛粒+吸管+棉花）

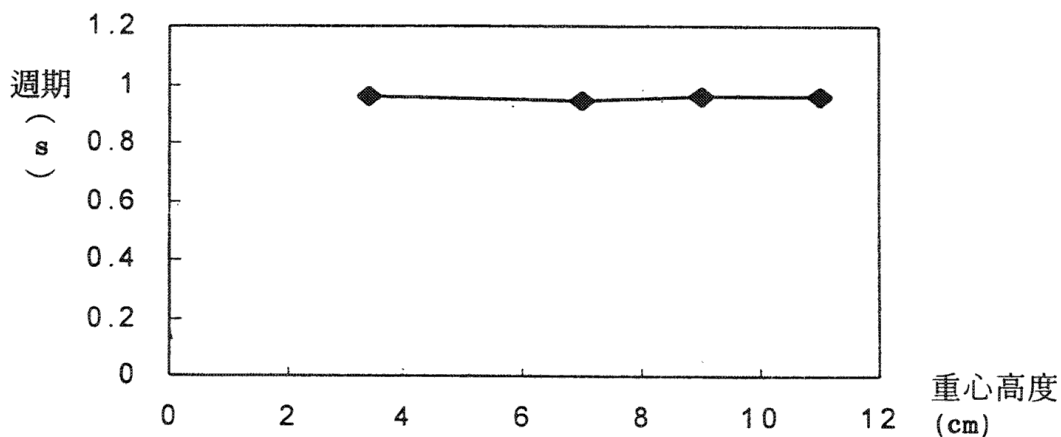
浮體底面積 $1A=1.1320\text{cm}^2$

容器內徑=34.8cm

液體種類：水（密度 $D=1\text{g}/\text{cm}^3$ ）

2. 數據處理與圖形：

重心高度 (cm)	振動五次的時間 (s)				平均時間 t(s)	週期 T(s)
3.4	4.8	4.8	4.8	4.9	4.8	0.96
7	4.7	4.7	4.6	4.7	4.7	0.94
9	4.8	4.7	4.9	4.7	4.8	0.96
11	4.8	4.9	4.8	4.8	4.8	0.96



3.觀察：重心愈高吸管易倒；重心愈低，吸管振盪較穩。

4.立即討論：水中振盪阻力大，振幅很快地變小，無法測量太多次，故人為誤差大。

5.心得：由數據得知，振盪週期應與浮體的重心高度無關

實驗(二)

1.(1)操縱變因：盛水容器之截面積

(2)應變變因：振盪週期

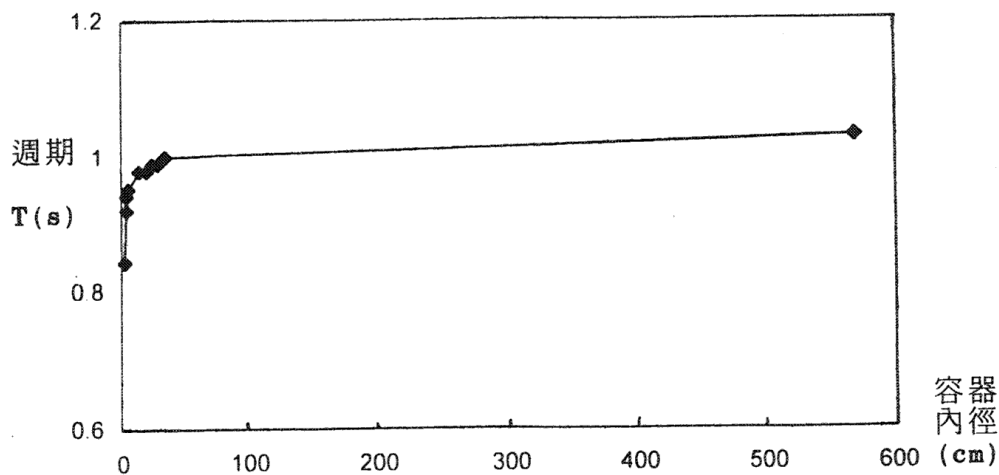
(3)控制變因：浮體質量25克（鉛粒+吸管）

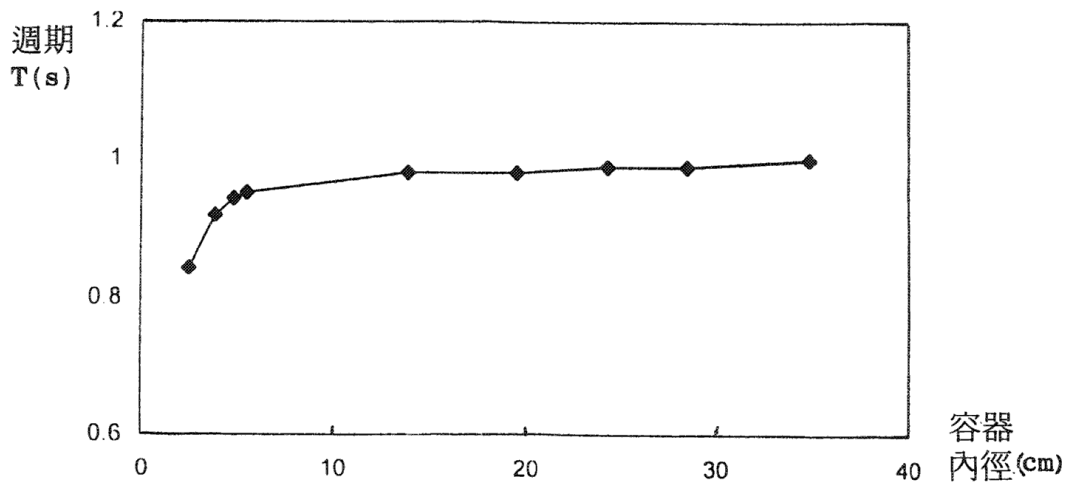
浮體底面積 $1A=1.1320\text{cm}^2$

液體種類：水（密度 $D=1\text{g/cm}^3$ ）

2.數據處理與圖形：

容器內徑 (cm)	容器截面積 (cm ²)	振動五次的時間 (s)			平均時間 t (s)	週期 T (s)
2.5	4.9	4.3	4.2	4.2	4.23	0.84
3.9	11.9	4.5	4.6	4.7	4.6	0.92
4.8	18.1	4.7	4.8	4.7	4.73	0.94
5.5	23.8	4.8	4.7	4.8	4.77	0.95
13.9	151.7	4.9	4.9	4.9	4.9	0.98
19.6	301.7	4.8	4.9	5.0	4.9	0.98
24.3	463.8	5.0	5.0	4.9	4.97	0.99
28.4	633.5	5.0	5.0	4.9	4.97	0.99
34.8	951.1	5.1	5	4.9	5.00	1
570	2.552×10^5	5.1	5.2	5.1	5.13	1.03





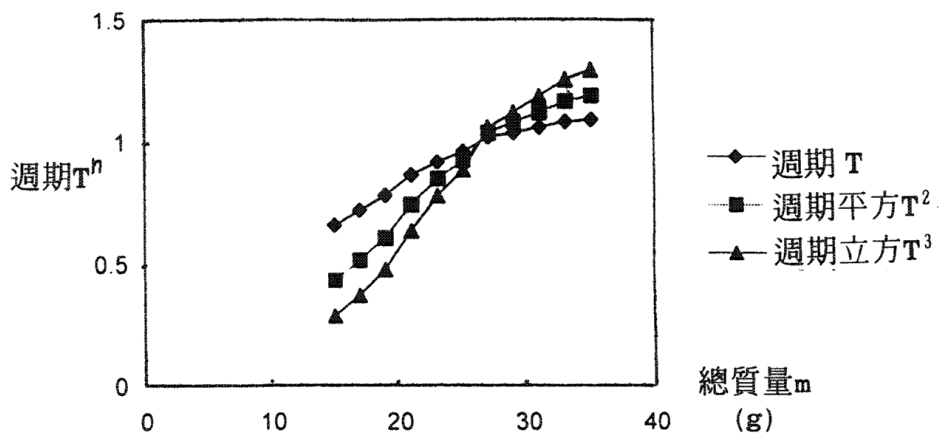
3. 觀察：浮體振盪沒入水中時會導致水面「相向」上升導致週期變小（變快）。
4. 立即討論：容器截面積愈小，水面升降愈快，使浮體振盪「加速」通過平衡點，週期自然變小。
5. 心得：(1)作浮體振盪的實驗要在大水池作才能減少水面相向振盪所引起的誤差。
(2)在上圖中，用內徑34.8cm的大水桶來作實驗，週期已趨於穩定，可忽略水面振盪的影響，為操作方便，往後的數據多以此大水桶盛水實驗之。

實驗(三)

1. (1) 操縱變因：浮體質量
- (2) 應變變因：振盪週期
- (3) 控制變因：浮體底面積 $1A=1.1320\text{cm}^2$
盛水容器內徑=34.8cm
液體種類：水（密度 $D=1\text{g/cm}^3$ ）

2. 數據處理與圖形：

總質量m (g)	週期T (s)	週期平方T ² (s ²)	週期立方T ³ (s ³)
15	0.66	0.4356	0.2875
17	0.72	0.5184	0.3732
19	0.78	0.6084	0.4746
21	0.86	0.7396	0.6361
23	0.92	0.8464	0.7787
25	0.96	0.9216	0.8847
27	1.02	1.0404	1.0612
29	1.04	1.0816	1.1249
31	1.06	1.1236	1.1910
33	1.08	1.1664	1.2597
35	1.09	1.1881	1.2950



3. 觀察：(1)浮體愈重，週期愈大。

(2)作T-m，T²-m，T³-m關係圖如上

(3)三條近似直線方程式分別為

$$T = 0.0222 (\pm 0.0018) m + 0.371 (\pm 0.038)$$

$$T^2 = 0.0399 (\pm 0.026) m + 0.118 (\pm 0.055)$$

$$T^3 = 0.0545 (\pm 0.0028) m + 0.511 (\pm 0.059)$$

(括號內為標準偏差)

4.立即討論：浮體振盪不平衡的力帶著整個浮體運動，質量應與（週期）ⁿ 成正比，故取最接近原點的直線。

5.心得：週期平方 T^2 與質量 m 成正比，即 $T^2 \propto m$ 。

實驗(四)

1.(1)操縱變因：浮體底面積

(2)應變變因：振盪週期

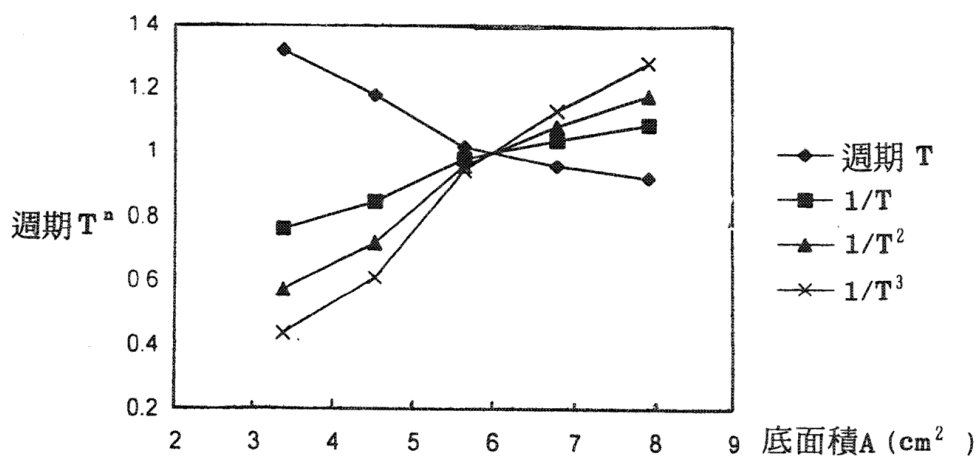
(3)控制變因：浮體質量=55克

盛水容器內徑=34.8cm

液體種類：水（密度 $D=1g/cm^3$ ）

2.數據處理與圖形：

底面積A (cm^2)	週期T (s)	1/T (s^{-1})	1/T ² (s^{-2})	1/T ³ (s^{-3})
3.396	1.32	0.7576	0.5739	0.4347
4.528	1.18	0.8475	0.7182	0.6086
5.660	1.02	0.9804	0.9612	0.9423
6.792	0.96	1.0417	1.0851	1.1302
7.924	0.92	1.0870	1.1815	1.2842



3.觀察：(1)浮體底面積愈大，週期愈小。

(2)作 $T-A$ ， $\frac{1}{T}-A$ ， $\frac{1}{T^2}-A$ ， $\frac{1}{T^3}-A$ ，關係圖如上

(3)三條近似直線方程式分別為

$$\frac{1}{T} = 0.0754 (\pm 0.0082) A + 0.516 (\pm 0.030)$$

$$\frac{1}{T^2} = 0.140 (\pm 0.013) A + 0.113 (\pm 0.046)$$

$$\frac{1}{T^3} = 0.196 (\pm 0.015) A - 0.230 (\pm 0.054)$$

4. 討論：三條直線方程式中以 $\frac{1}{T^2} - A$ 最接近原點。

5. 心得：週期 T 與浮體底面積 A 倒數開平方成正比，

$$\text{即 } \frac{1}{T^2} \propto A \rightarrow T \propto \sqrt{\frac{1}{A}}$$

實驗(五)

1. (1) 操縱變因：液體密度

(2) 應變變因：振盪週期

(3) 控制變因：浮體質量=25克

盛水容器：1000c. c. 量筒，內徑=5.5cm

浮體底面積 $1A = 1.1320\text{cm}^2$

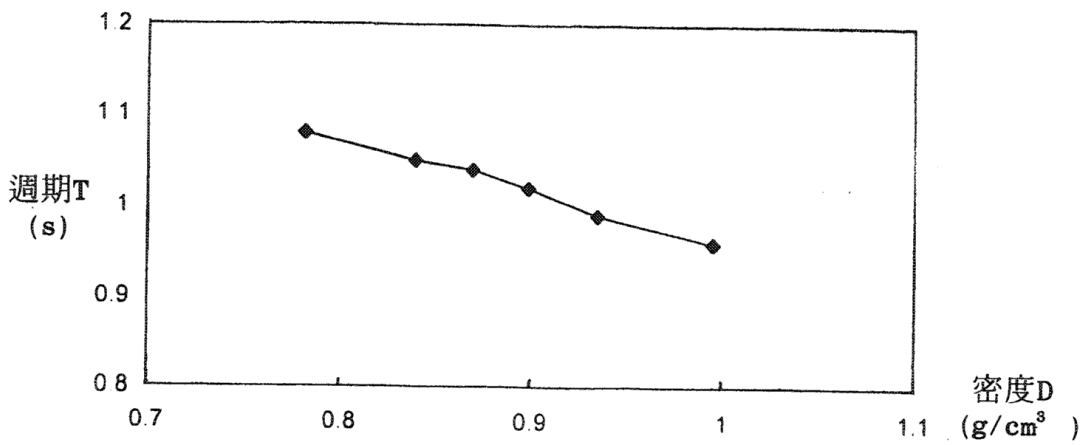
2. 操作：

(1) 取實驗室燃燒用之工業酒精1000ml置於內徑5.5cm量筒中，測週期後，取出100ml，測出密度為 0.782g/cm^3 。

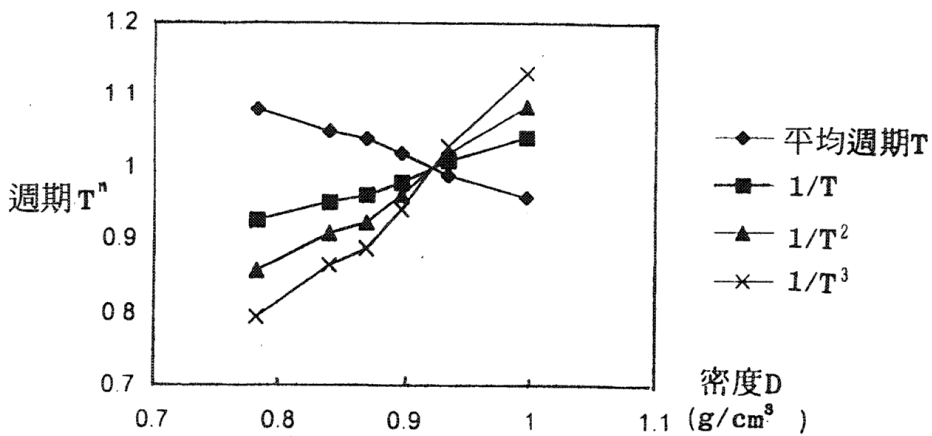
(2) 依下表體積均勻混合酒精與水，測完週期後，取出100ml測密度。

3. 數據處理與圖形：

液體種類 (酒精—水體積比)	密度 D (g/cm^3)	週期 T (s)	$1/T$ (s^{-1})	$1/T^2$ (s^{-2})	$1/T^3$ (s^{-3})
工業酒精	0.78	1.08	0.93	0.86	0.79
酒精—水 (4:1)	0.84	1.05	0.95	0.91	0.86
酒精—水 (3:2)	0.87	1.04	0.96	0.92	0.89
酒精—水 (2:3)	0.90	1.02	0.98	0.96	0.94
酒精—水 (1:4)	0.93	0.99	1.01	1.02	1.03
水	1.00	0.96	1.04	1.09	1.13



4. 觀察：(1)液體密度愈大，週期愈小。
 (2)相同的物體在酒精中沒入較深。
 (3)浮體在純酒精中振盪的阻力比在水中小，可振盪較多次。
 (4)作 $T-D$ ， $\frac{1}{T}-D$ ， $\frac{1}{T^2}-D$ ， $\frac{1}{T^3}-D$ 關係圖如下。



(5)三條近似直線方程式分別為

$$\frac{1}{T} = 0.555 (\pm 0.036) D + 0.4866 (\pm 0.0059)$$

$$\frac{1}{T^2} = 1.092 (\pm 0.077) D - 0.009 (\pm 0.013)$$

$$\frac{1}{T^3} = 1.61 (\pm 0.12) D - 0.488 (\pm 0.021)$$

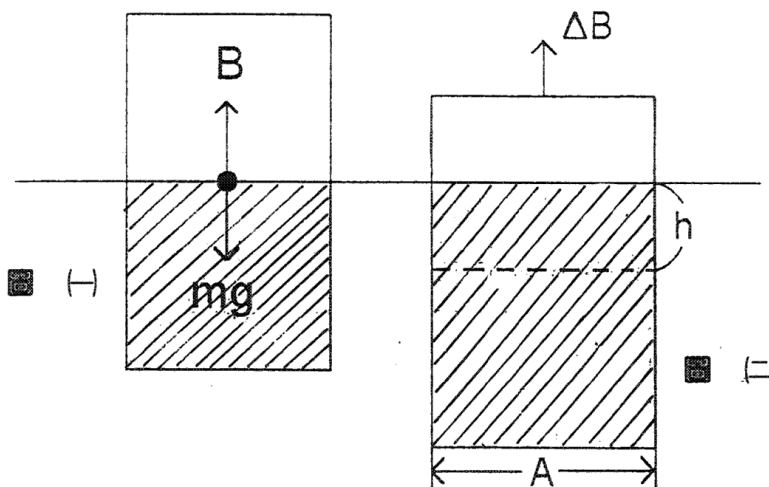
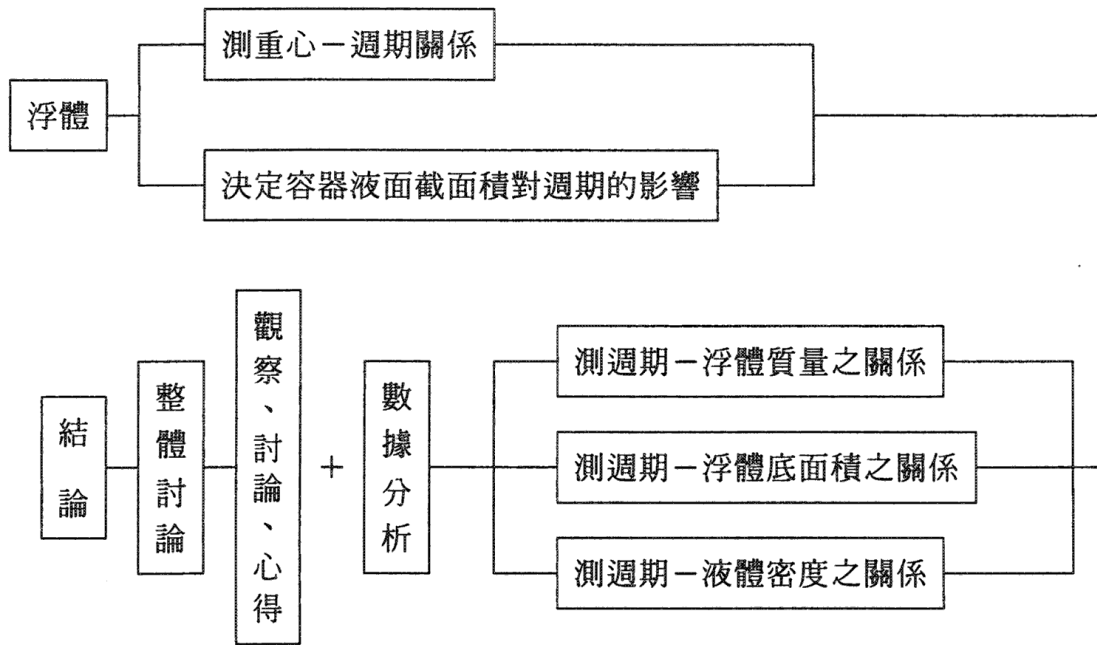
5. 立即討論：三條直線中以 $\frac{1}{T^2}-D$ 最接近原點。

6.心得：週期 T 與液體密度 D 倒數開平方成正比

$$\text{即 } \frac{1}{T^2} \propto D \rightarrow T \propto \sqrt{\frac{1}{D}}$$

六、研究流程與整體討論

(一)研究流程：



(二)整體討論：

1.導公式：

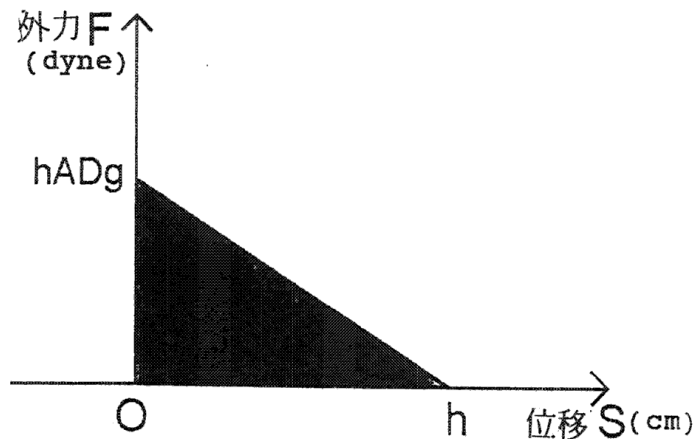
(使用觀念：浮力、重力、功能互換、等速圓周運動)

(1)有一質量為 m 的浮體靜止在密度為 D 的液體上，此時浮力 B 與重力 mg 平衡合力為 0 ，如圖(-)。

(2)在振盪過程中某一瞬間物體再沒入液面 h 深度，則必受一額外的浮力 ΔB ，其大小 $A \times h \times D \times g$ (g 為重力加速度 9.8m/s^2 或 980cm/s^2)，如圖(二)。

(3)由於所受額外的浮力 ΔB 與再沒入深度 h 成正比，可視為簡諧運動。簡諧運動為圓周運動之投影，通過平衡點的瞬間速率 v 可表示為 $2\pi h/T$

(4)設浮體為直筒狀(控制截面積不變)，則由最遠處回到平衡點，外力 F 會作功變成動能，而外力所作的功即為外力 F —位移 s 圖的面積，如圖



關係式如下：

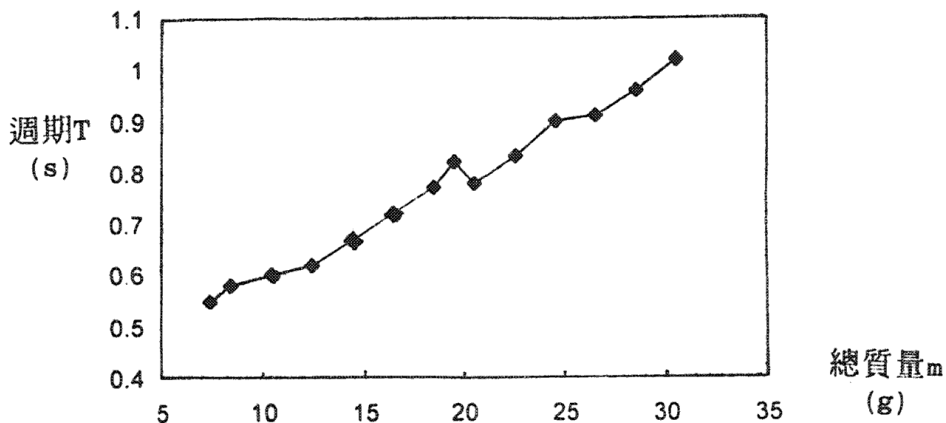
$$\text{功}(W)=\text{動能} \left(\frac{1}{2} mV^2 \right)$$

$$\frac{1}{2} (hADg) \times h = \frac{1}{2} \times m \times \left(\frac{2\pi h}{T} \right)^2$$

消去常數 $\frac{1}{2}$ 及再沒入之深度 h 可得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{ADg}}$$

2. 最初操作實驗(三)時，曾經因吸管進水而重作實驗。除換吸管外，也換了一個較小的容器重作，結果如圖，曲線不連續，週期變小，由此錯誤才知道，公式沒有探討到的容器內徑也會影響週期，進而設計實驗(二)進一步探討。



3. 除導出公式的變因之外，由實驗(二)的心得中要特別注意裝液體的容器不能太小，不然會導致振盪變快。因此之後實驗操作一致採取大水桶，將容器內徑之變因減到最低。（大小桶截面積為 951cm^2 ，設吸管再壓入的體積為 10cm^3 ，則導致水面上升 0.01cm ，數值極小，可視為水面沒上升。）

4. 本實驗為求操作方便，用常見喝珍珠奶茶的粗吸管來作實驗，優點如下：

- (1) 形狀直筒，能符合我們導公式的前題。
- (2) 質量極輕，加入鉛粒可使重心低，不易倒，振盪容易操作。
- (3) 加鉛粒後質量適中，仍可以實驗室常見的等臂天平操縱質量。
- (4) 截面積小，表面光滑，不易起水波。
- (5) 截面積固定，可用數支吸管合作，操縱底面積。

5. 由實驗(三)及實驗(四)、實驗(五)的實驗結果知 $T^2 \propto m$ ， $T^2 \propto \frac{1}{A}$ ， $T^2 \propto \frac{1}{D}$ 皆符合我們所導出的公式。（T：週期 m：質量 A：底面積 D：密度）

七、結 論

(一) 浮體振盪週期公式： $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{ADg}}$

T：浮體振盪週期 π ：圓周率 m：浮體質量
A：浮體底面積 D：液體密度 g：重力加速度

(二) 考慮容器水面相對振盪，週期公式改為：

$$T = 2\pi K \sqrt{\frac{m}{ADg}}$$

k 為容器截面積影響週期之變數， $0 < k \leq 1$ 容器截面積愈大， k 愈趨近於1。

八、參考資料

- (一)國中理化課本一、二、三冊
- (二)高中物理課本第一冊

評 語

本作品之從浮體受壓、下沈時所增加之浮力與沒入水中之深度成正比，而將其後之浮沈視為簡諧運動，再由功能關係求得沒入深度後代入簡諧運動之週期得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{ADg}} ; m = \text{浮體質量}, A = \text{浮體截面積}, D = \text{液體密度}, \text{再驗證所得公式之正確}$$

性。物理觀念清晰，實驗程序完整嚴謹。而且結論正確，學生現場之表達簡明清楚。為一相當好的作品。