

那一種面積最大

初小組數學科第一名

台北市幸安國民小學

作者：何家齊、羅家偉、顏浚杰、洪怡欣
指導教師：謝有娣、顏麗花

一、研究動機

有一次，我在“小叮噠數學百科”上，看到一個問題，它說：用同一條線圍成的長方形和正方形面積不一樣大，我覺得很奇怪，為什麼不一樣大呢？如果用同樣這一條線圍成圓形、三角形、四邊形、五邊形……很多邊形，誰的面積大呢？於是我和同學一起收集資料並且請教老師，做了以下的實驗。

二、研究目的

- (一)比比看，同一條線所圍成的圖形，那一種形狀面積大？
- (二)比較同周長的大圖形減去同周長的相似小圖形所剩的環形面積，那一種形狀面積大？

三、文獻探討

我們收集了有關面積比較的資料如下：

- (一)線條所包圍的部分叫面積。
- (二)不同圖形，周圍長度雖然一樣，面積不一樣時，可以用重疊的方法比較大小，也可以直接數大小相同的小方塊或紙片組成的個數。（牛頓出版公司面積體積大集合 P.20 P.21）

四、研究設備器材

線、尺、紅筆、剪刀、圓規、卡紙、大頭針、計算機、保麗龍板、磅秤、天平。

五、研究過程及方法

共同討論：

- (一)我們先討論用那一種方法比較面積大小。

何同學說：我們用小格子算，洪同學說：我們用重疊方法算，顏同學說：用秤重方法會比較準，後來我們投票表決，決定用秤重方法。

(二)用秤重方法比較面積大小需要用到天平，我們先試用天平，結果砝碼不夠，於是我們用紙板做成 5 mg，25 mg 的紙板砝碼。

紙板砝碼的做法是將卡紙剪成很多長 2 cm，寬 1 cm 的長方形紙條，八塊剛好是 200 mg，我們又把其中一塊剪成長 0.4cm，寬 1cm 的長方形紙條五塊，這樣就做成了 25mg 和 5mg 的紙板砝碼了。。

(三)最後我們決定用那一種紙？

大家都帶了紙來，但是這些紙的重量會一樣嗎？於是先秤各種紙的重量。

種類	張數	紙重(g)	平均(g)
彩色卡紙	5	150	30
	10	300	30
綠色卡紙	5	120	24
	10	240	24
	15	360	24
	20	480	24
藍色卡紙	5	120	24
	10	240	24
	15	360	24
	20	480	24
粉紅色卡紙	5	110	22
	10	210	21
	15	320	21.3
	20	420	21
白色卡紙	5	155	31
	10	310	31
	15	465	31
	20	610	30.5
	25	665	30.6
	30	910	30.3
	35	1070	30.6
	40	1215	30.4

* 經過秤重後，我們決定用白色卡紙和彩色卡紙，它們比較重，在同一個實驗裡我們用同一張紙，這樣實驗誤差會比較小。

〔實驗一〕同一條線圍成各種圖形，那一種形狀面積大？

方法：1. 剪一條線對折綁一個結，再用尺量出長度是 15 cm。

2. 用計算機將 $15 \text{ cm} \div 3.14 \div 2 = 2.4 \text{ cm}$ ，以 2.4 cm 為半徑畫一個圓。

3. 將卡紙放在保麗龍板上，用大頭針將線圍成三角形，再用紅筆在

每個邊上點兩點，拿走大頭針將點連成線就成了三角形。

4. 同樣方法畫出各種不同圖形。
5. 秤各圖形重量並比較面積大小。
6. 同樣方法用 26.6 cm 的線再做一次。

結論：同一條線圍成的各種圖形中，以圓形面積最大。

討論：我們發現三角形中，雖然周長一樣，但是面積不一樣大，還有越正的三角形越大呢！於是我們做了以下的實驗。

表一之一

圖形	編號	周長	
		15cm	26.6cm
圓形	1	600mg	1400mg
三角形	2	300mg	900mg
	3	300mg	350mg
	4	100mg	1000mg
	5	325mg	595mg
四邊形	6	315mg	1050mg
	7	380mg	1010mg
	8	450mg	1000mg
	9	300mg	500mg
	10	300mg	1010mg
五邊形	11	305mg	1205mg
	12	295mg	1200mg
	13	330mg	1225mg
	14	305mg	1150mg
六邊形	15	400mg	1350mg

* 線不可拉太緊，不然長度會更改。

* 天平要先調水平，不要有風和外力才會準。

〔實驗二〕同一條線圍成的多邊形中，是不是以正多邊形面積最大？

方法：1. 將一條線對折綁一個結，再用尺量出長度是 19.2 cm。

2. 同實驗一的方法畫出同周長的各種多邊形。

3. 用天平量出各種圖形重量並比較面積大小。

表二之一

周長	圖形 編號	等腰三角形					任三角 意形	直三角 角形
		正三角 形	2	3	4	5	6	7
19.2cm		1 540mg	2 405mg	3 500mg	4 535mg	5 320mg	6 200mg	7 400mg

表二之二

圖形 編 號	正方形	長 方 形	梯 形	任 意 四 邊 形						
				1	2	3	4	5	6	7
周 長	19.2cm	790mg	500mg	700mg	600mg	570mg	595mg	450mg	300mg	400mg

表二之三

圖形 編 號	正 五 邊 形	任 意 五 邊 形						
		1	2	3	4	5	6	7
周 長	19.2cm	730mg	675mg	650mg	425mg	425mg	725mg	715mg

表二之四

圖形 編 號	正 六 邊 形	任 意 六 邊 形					
		1	2	3	4	5	6
周 長	19.2cm	800mg	700mg	725mg	750mg	700mg	600mg

結 論：同周長圍成的多邊形，同邊數時以正多邊形面積最大。

〔實驗三〕周長相等的三角形，當一邊固定，另外二邊不是等腰時，其中一邊越長，面積會越大嗎？

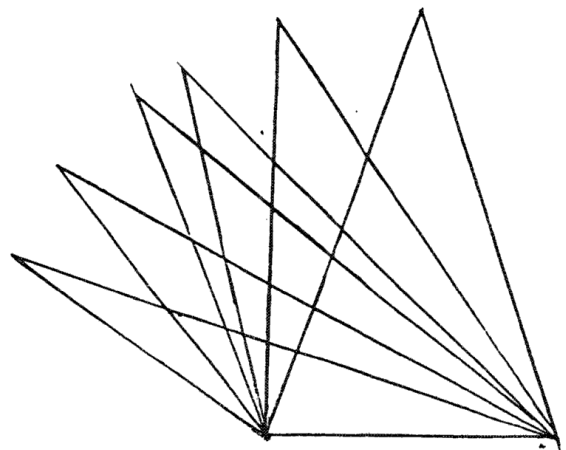
方 法：1. 同實驗一方法，先固定一邊長，再畫出周長 21.4 cm 的三角形六個。

2. 量出六個三角形的重量，並比較面積大小。

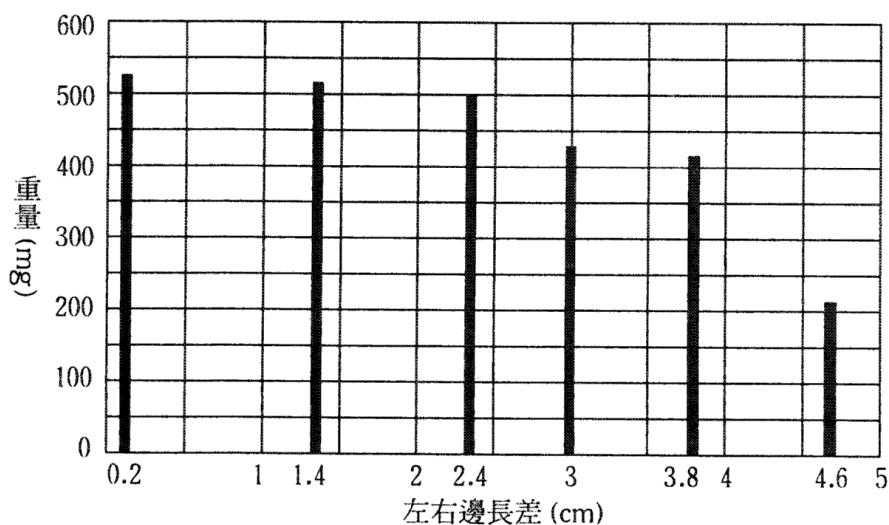
表三

編 號	1	2	3	4	5	6
底邊長 (cm)	5	5	5	5	5	5
左邊長 (cm)	7.5	5.9	6.7	8.3	6.3	7
右邊長 (cm)	8.9	10.5	9.7	8.1	10.1	9.4
左右邊長差 cm	1.4	4.6	3	0.2	3.8	2.4
重量 (mg)	530	210	425	535	405	500

圖示：



圖一



結 論：周長相等的三角形，當一邊固定，另外二邊的邊長差愈多，面積會
 越小。

〔實驗四〕周長相等的長方形，長越長時，面積會越大嗎？

方 法：1. 同實驗一方法畫出周長 26 cm 的長方形六個。

2. 分別量出重量比較大小。

表四

編 號	1	2	3	4	5	6
長 (cm)	12	11	10	9	8	7
寬 (cm)	1	2	3	4	5	6
長寬的差	11	9	7	5	3	1
重量 (mg)	275	615	910	1015	1055	1225

結 論：周長相等的長方形，長寬差越小時，面積會越大（見表四及圖二）。

〔實驗五〕同周長的正三角形，正方形，正五邊形、正六邊形、正八邊形、
 正十邊形、圓形、誰的面積大？

方 法：1. 請教老師畫正多邊形的方法。

2. 先畫出周長 12 cm 的正多邊形，再畫出周長 24 cm，36 cm 的正多邊
 形。

3. 量出各圖形的重量，並且比比看，誰的面積大？

圖 二

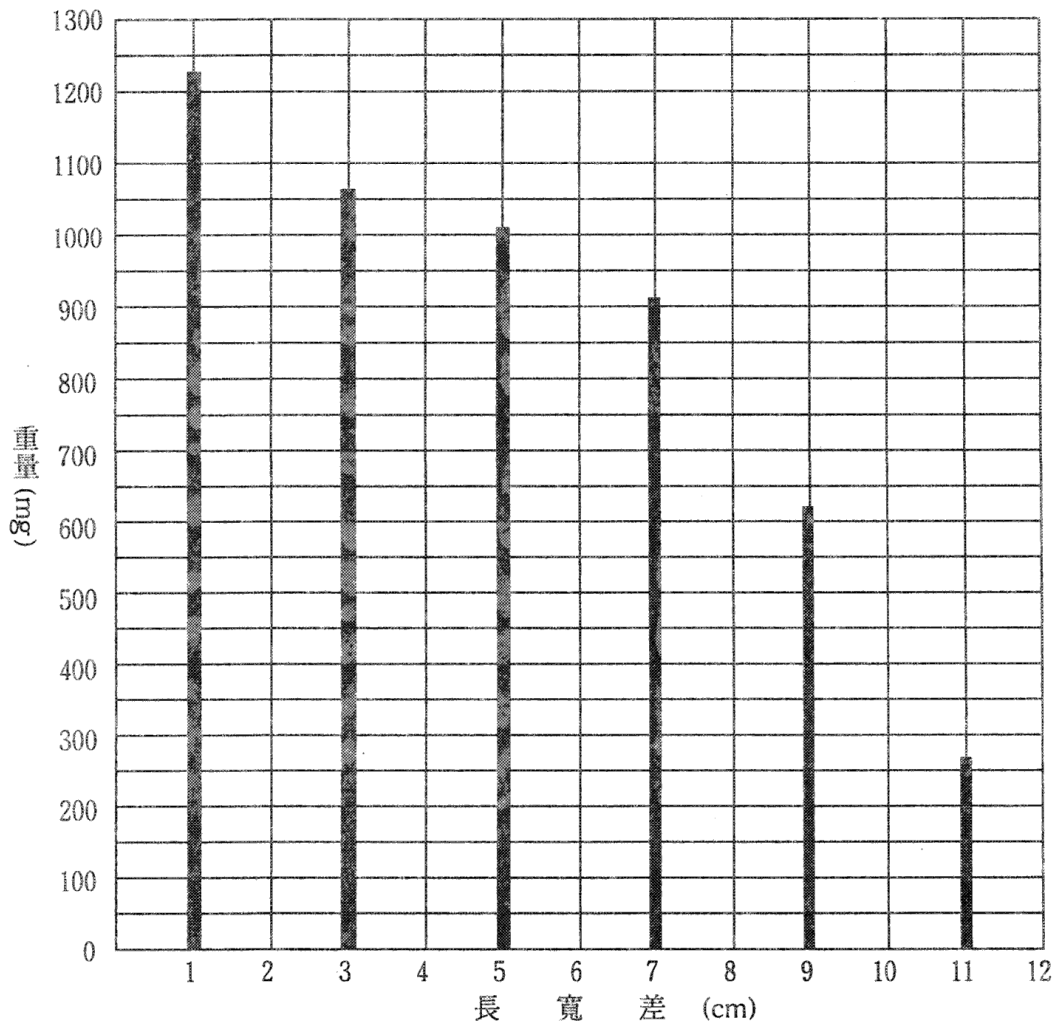


表 五

周長	圖形 編號	圖形						
		正三角形	正方形	正五邊形	正六邊形	正八邊形	正十邊形	圓形
12cm		215	245	300	305	310	310	325
24cm		835	1000	1130	1135	1225	1230	1250
36cm		1700	2250	2525	2600	2800	2900	3000

發現：正八邊形和正十邊形周長 12 cm 時無法比出大小。我們想這就是誤差的關係，也證明圖形愈大愈容易比出大小。

結論：周長一樣時，圓的面積最大，正多邊形邊愈多，面積也愈大。








討論：這個實驗要量得好，量得準，實在不容易，我們發現做這個實驗時要注意下面三點：

1. 大的圖形不可以卡到天平，否則量不準確。
2. 秤出重量一樣時，可以將兩個圖形比輕重後再重秤，多秤幾次，找出平均值。
3. 剪的時候要小心，不能剪歪。

〔實驗六〕將同周長的大正多邊形減去同周長的小正多邊形，那一種形狀的環形面積大？

- 方 法：1. 將實驗五量出的大正多邊形重量減去小正多邊形的重量。
2. 比較各環形面積的大小。

表 六

周 長	圖形		編 號							
	重 量	重 量								
36cm-12cm	1485	2005		2225	2295	2490	2590	2685		
36cm-24cm	865	1250		1385	1465	1575	1670	1750		
24cm-12cm	620	755		830	830	915	920	925		

結 論：同周長的大正多邊形減去同周長的小正多邊形，所成的環形面積，以圓形最大，其次是愈多邊的正多邊形面積愈大。

推 論：我們想其它的任意圖形，減出來的環形面積是不是面積愈大的圖形減出的環形面積也愈大。

〔實驗七〕同周長大的任意多邊形減去同周長小的相似多邊形，那一種環形面積大？

- 方 法：1. 剪一條線對折綁一個結，再用尺量出長度是 14.4 cm。
2. 同實驗一的方法畫出五個任意三角形，四邊形，五邊形。
3. 秤各圖形重量並且排出名次。
4. 畫出二倍、三倍的相似圖形，並秤重量。
5. 大圖形重量減小圖形重量並比較面積大小。

表七之一

圖 形	三 角 形				
編 號	3	2	5	1	4
名 次	1	2	3	4	5
一 倍 重 量 (mg)	210	205	135	120	60
二 倍 重 量 (mg)	1000	930	660	610	420
三 倍 重 量 (mg)	2270	2025	1625	1325	850
3 倍 - 1 倍 (mg)	2060	1820	1490	1205	790
3 倍 - 2 倍 (mg)	1270	1095	965	715	425
2 倍 - 1 倍 (mg)	790	725	525	490	365

表七之二

圖 形	四 邊 形				
編 號	5	3	2	4	1
名 次	1	2	3	4	5
一 倍 重 量 (mg)	310	260	255	240	230
二 倍 重 量 (mg)	1335	1325	1245	1050	1020
三 倍 重 量 (mg)	3035	3020	2820	2700	2300
3 倍 - 1 倍 (mg)	2725	2760	2565	2460	2070
3 倍 - 2 倍 (mg)	1700	1695	1575	1650	1280
2 倍 - 1 倍 (mg)	1025	1065	990	810	790

表七之三

圖 形	四 邊 形				
編 號	4	2	1	3	5
名 次	1	2	3	4	5
一 倍 重 量 (mg)	335	325	250	245	235
二 倍 重 量 (mg)	1500	1425	1235	1225	1045
三 倍 重 量 (mg)	3300	3135	2815	2810	2535
3 倍 - 1 倍 (mg)	2965	2810	2565	2565	2300
3 倍 - 2 倍 (mg)	1800	1710	1580	1585	1490
2 倍 - 1 倍 (mg)	1165	1100	985	980	810

結 論：同周長大的任意多邊形減去同周長小的相似多邊形所成的環形面積

大小和原來圖形面積名次相同。

討論：如果將任意多邊形混合排列的名次和環形面積的名次比一比，會一樣嗎？

表七之四

形狀	編號	名次	一倍重量 (mg)	二倍重量 (mg)	三倍重量 (mg)	三倍減一倍	三倍減二倍	二倍減一倍
五邊形	4	1	335	1500	3300	2965	1800	1165
五邊形	2	2	325	1425	3135	2810	1710	1100
四邊形	5	3	310	1335	3035	2725	1700	1025
四邊形	3	4	260	1325	3020	2760	1695	1065
四邊形	2	5	255	1245	2820	2565	1575	990
五邊形	1	6	250	1235	2815	2565	1580	985
五邊形	3	7	245	1225	2810	2565	1585	980
四邊形	4	8	240	1050	2700	2460	1650	810
五邊形	5	9	235	1045	2535	2300	1490	810
四邊形	1	10	230	1020	2300	2070	1280	790
三邊形	3	11	210	1000	2270	2060	1270	790
三邊形	2	12	205	930	2025	1820	1095	725
三邊形	5	13	135	660	1625	1490	965	525
三邊形	1	14	120	610	1325	1205	715	490
三邊形	4	15	60	425	850	790	425	365

發現：1. 任意多邊形混合排列後不一定愈多邊形面積愈大。

2. 混合排列後所排出的名次和環形面積所排出的名次幾乎一樣，極少數並列，是因為誤差的關係。

六、總結論

(一) 同周長圍成的圓形，以圓形面積最大。

(二) 同周長同邊數的多邊形，以正多邊形面積最大。

(三) 同周長的三角形，一邊固定，另外二邊差距愈大，面積愈小。

(四) 同周長的長方形，長寬差距愈大，面積愈小。

- (五)同周長的正多邊形，邊數愈多的面積愈大。
- (六)同周長的大圓形面積減去同周長的相似小圖形面積，變成環形面積時，以圓的環形面積最大。
- (七)任意圖形原面積愈大，減出的環形面積也愈大。

七、展望

做完前面的實驗，我們又想表面積相同時，那一種形狀的物體體積大呢？希望下一次再繼續研究。

八、參考資料

- (一)小叮噹國小數學百科 面積體積大集合 P.8 P.20 P.21 牛頓出版社
- (二)趣味的數學 P..23 P.150 國語日報社出版
- (三)小學數學基礎百科 面積與體積 P.9 P.10 P.11 P.12 P.13 凱信出版社出版

評語

本件作品是由初小學生完成的，他們最主要的貢獻就是能夠將邊長面積和重量拉上關係，確實可貴。