

利用穿透率求浸漬油的Cauchy Eq

高中組物理科第二名

臺灣省立花蓮高級中學

作者：蕭淳元、曾大文、劉立群、孟繁京

指導教師：林恆毅

一、研究動機

在上“專題研究”的課程上，老師介紹“透明”的物理意義時，談到這和物質間的折射率差額有關。而在高三光學課本中，也提及“色散”的作用是因為折射率和波長有關（Cauchy Eq, $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$ ）一般我們在學校利用折射原理（Snell's law）所求得的折射率都很不精密，也無法適切的描述Cauchy Eq。所以我們連想到將穿透率和折射率之間做一安排，使能利用穿透率的關係很精確的求出物質的Cauchy Eq。

二、研究原理

任意兩種物質如果折射率不同，則在界面會有散射現象發生，例如反射、折射、漫射等等。散射的程度與折射率的差額成正比例關係。當兩者折射率接近時，散射逐漸減小。如果有一道光束穿過兩者，則沿光束進行方向的光強度（利用光譜儀量測）將與兩者折射率的差額成遞減的關係。因此，我們可以安排一系列已知折射率的物質與未知物質混合後，測量光強度。當光強度的變化從弱小增加至最大值再減少，則在光強度最大值時，已知物的折射率與未知物的折射率極為近似或平均地相等。此現象可由下式說明：

$$I \propto I_0 e^{-k(\Delta n)} \quad \Delta n = n_{\text{已知}} - n_{\text{未知}} \quad I: \text{穿透光的強度。}$$

當 $\Delta n = 0$ 時 I 有最大值。

在實際上，可以利用物質的折射率與波長的變化是連續的這個特性，與未知物均勻混合，放入光譜儀中（可見光）可以得到Fig 1中的相應最大穿透率的波長 λ 。

$$\text{再利用已知物的Cauchy Eq } n(\lambda) = A_0 + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (\text{Fig 2})$$

就可以求得此 λ_0 所對應的折射率 n_0 。

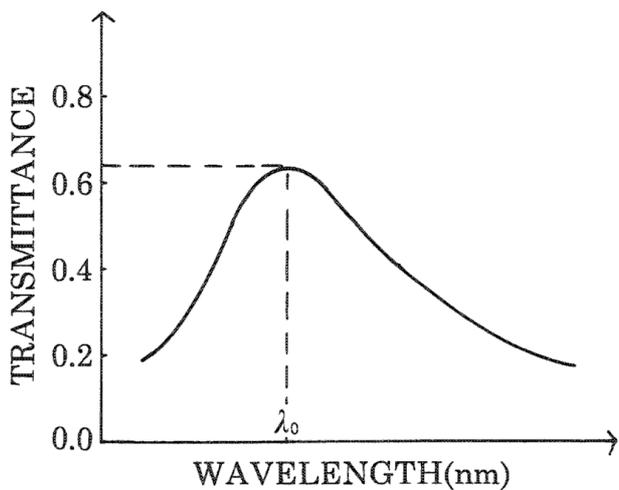


Fig 1

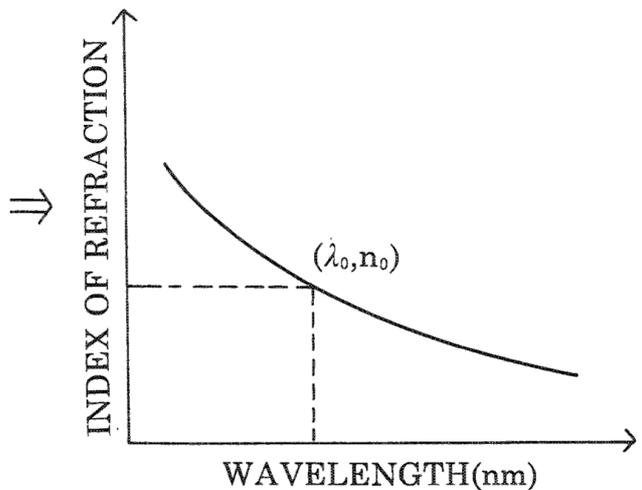


Fig 2

選擇合適的三個（最少）物質， n_1 ， n_2 ， n_3 和未知物 n 分別混合放入光譜儀中可得Fig 3，再對應Cauchy Eq Fig 4。

如此只要將 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 代入浸漬油的Cauchy Eq

$$n_{10} = A_{10} + \frac{B}{\lambda_1^2} + \frac{C}{\lambda_1^4}$$

$$n_{20} = A_{20} + \frac{B}{\lambda_2^2} + \frac{C}{\lambda_2^4}$$

$$n_{30} = A_{30} + \frac{C}{\lambda_3^2} + \frac{C}{\lambda_3^4} \quad \sim \text{式1}$$

解聯立方程式，即可求得浸漬油的A、B、C，常數而得到 $n(\lambda)$ 的Cauchy Eq。

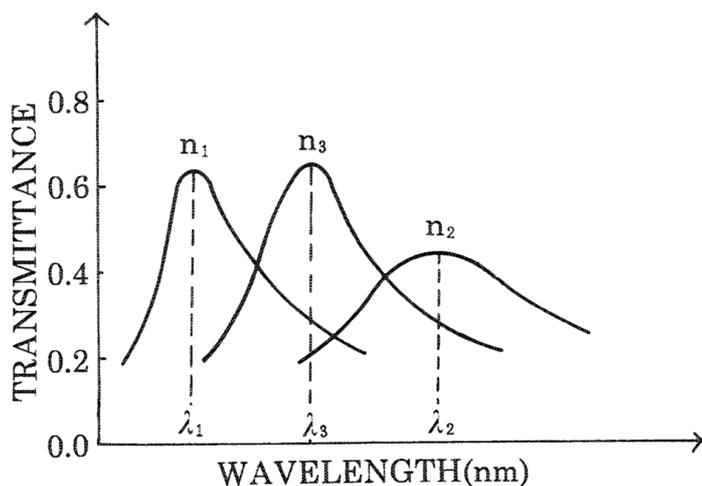


Fig 3

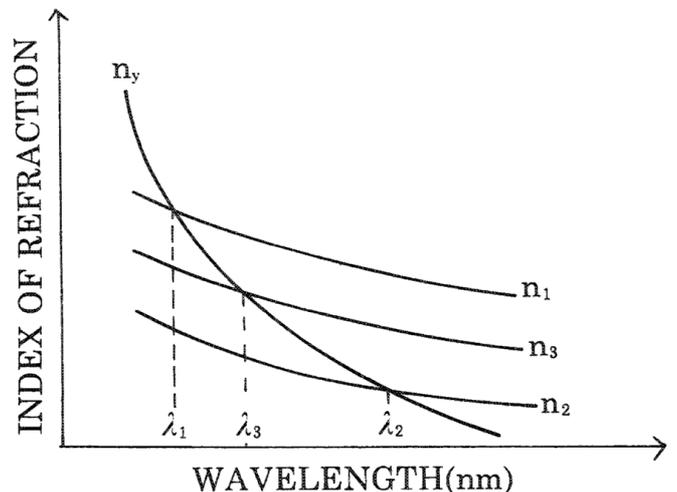


Fig 4

三、研究設備

1. 光學玻璃（美國Schott玻璃技術公司，FK5, BK10, K11光學玻璃）
2. 球磨機
3. 篩網
4. 浸漬油
5. 樣品罐（1cm×1cm×3cm的透明塑膠容器）
6. 真空槽（10 torr）
7. 光譜儀（可見光）

四、研究過程

(一)選定玻璃尺寸

將光學玻璃打碎，放入球磨機研磨，利用篩網分離出1~1.5mm、0.5~1mm、0.15~0.3mm三種尺寸玻璃。取約2公克加入充滿浸漬油的樣品罐，均勻攪拌。此時因為有氣泡帶入（氣泡折射率 $n=1.000$ ）會變成三相影響結果，所以必須把罐子擺入真空槽抽至10torr約24小時，把氣泡趕走，將罐子擺進光譜儀，作波長對光穿透率的掃描得到Fig5，從圖上可以知道玻璃尺寸0.15~0.3mm的效果最好，因此所有的光學玻璃都選用0.15~0.3mm。

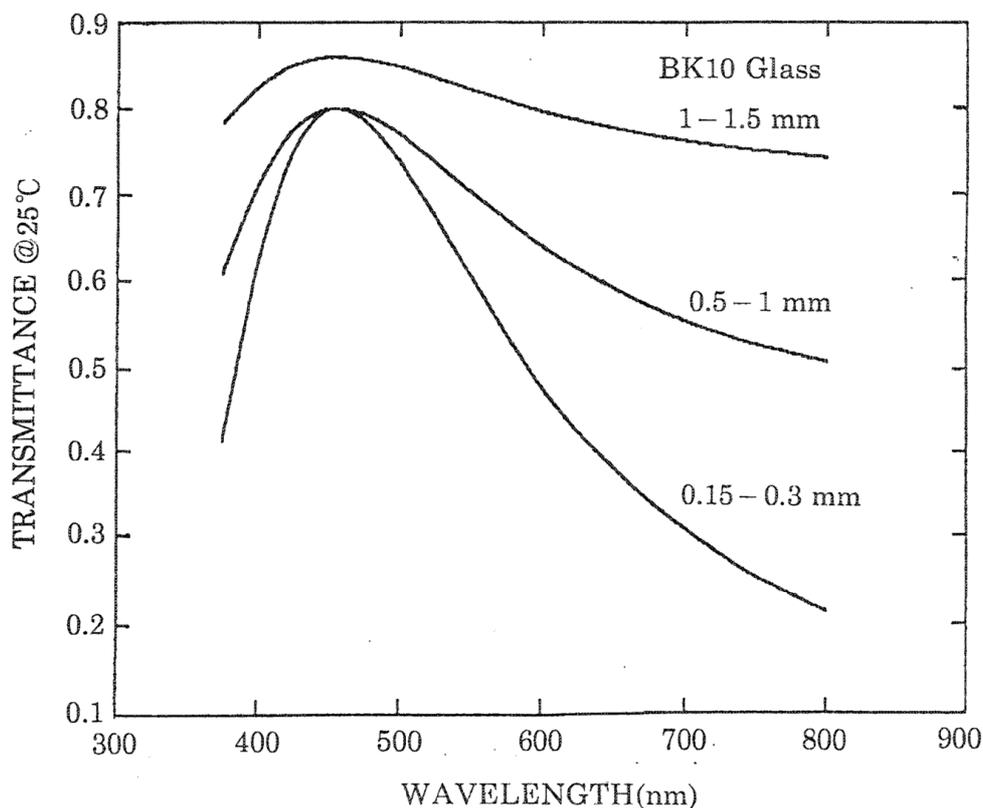


Fig 5

	$\lambda(\text{nm})$	fk5 2	bk10 3	k11 4
1	375	1.503	1.5134	1.5179
2	400	1.4998	1.5101	1.5142
3	425	1.4972	1.5073	1.5111
4	450	1.495	1.505	1.5085
5	475	1.4932	1.5031	1.5063
6	500	1.4916	1.5014	1.5044
7	525	1.4902	1.5	1.5028
8	550	1.4891	1.4987	1.5014
9	575	1.488	1.4977	1.5001
10	600	1.4871	1.4967	1.4991
11	625	1.4863	1.4959	1.4981
12	650	1.4856	1.4951	1.4973
13	675	1.485	1.4945	1.4965
14	700	1.4844	1.4939	1.4959
15	710	1.4842	1.4936	1.4956
16	725	1.4839	1.4933	1.4953
17	750	1.4835	1.4928	1.4947
18	800	1.4827	1.492	1.1938

表一

(二)量測穿透率

將樣品放入光譜儀作波長對可見光穿透掃描（三次掃描）得到Fig 6.將所得數據輸入電腦，取最大值附近20個數據，利用2次曲線 $y = - (x - \lambda)^2 + C$ 近似法，求得最大值的波長 λ 。利用Fig 7及表1光學玻璃的Sellmier Eq（表2）可以找出相對 λ_0 的光學玻璃折射率。見表3。

$$\text{Sellmier Eq } n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3}$$

	K11	BK10	FK5
B1	1.62496 E0	8.88308 E-1	8.44309 E01
B2	5.826135 E-2	3.28964 E-1	3.441478 E-1
B3	9.052039 E-1	9.846107 E-1	9.107902 E-1
C1	7.532700 E-3	5.169008 E-3	4.751119 E-3
C2	3.590844 E-2	1.611900 E-2	1.498148 E-2
C3	1.024046 E+2	9.975753 E+1	9.7860029 E+1

註：E01 = 10^1 ，E-2 = 10^{-2}

表二

	λ_0 (nm)	n
K11	407	1.5150
BK10	450	1.5050
FK5	696	1.4845

表三

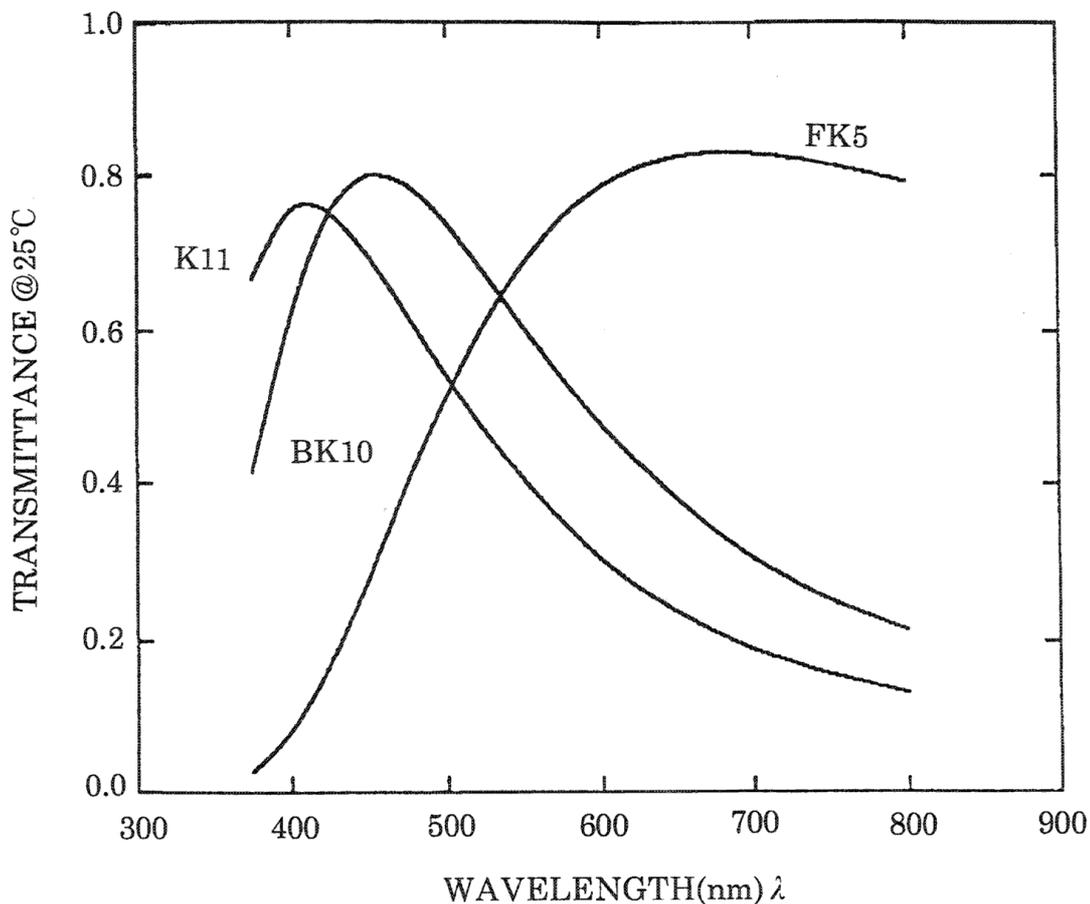


Fig 6

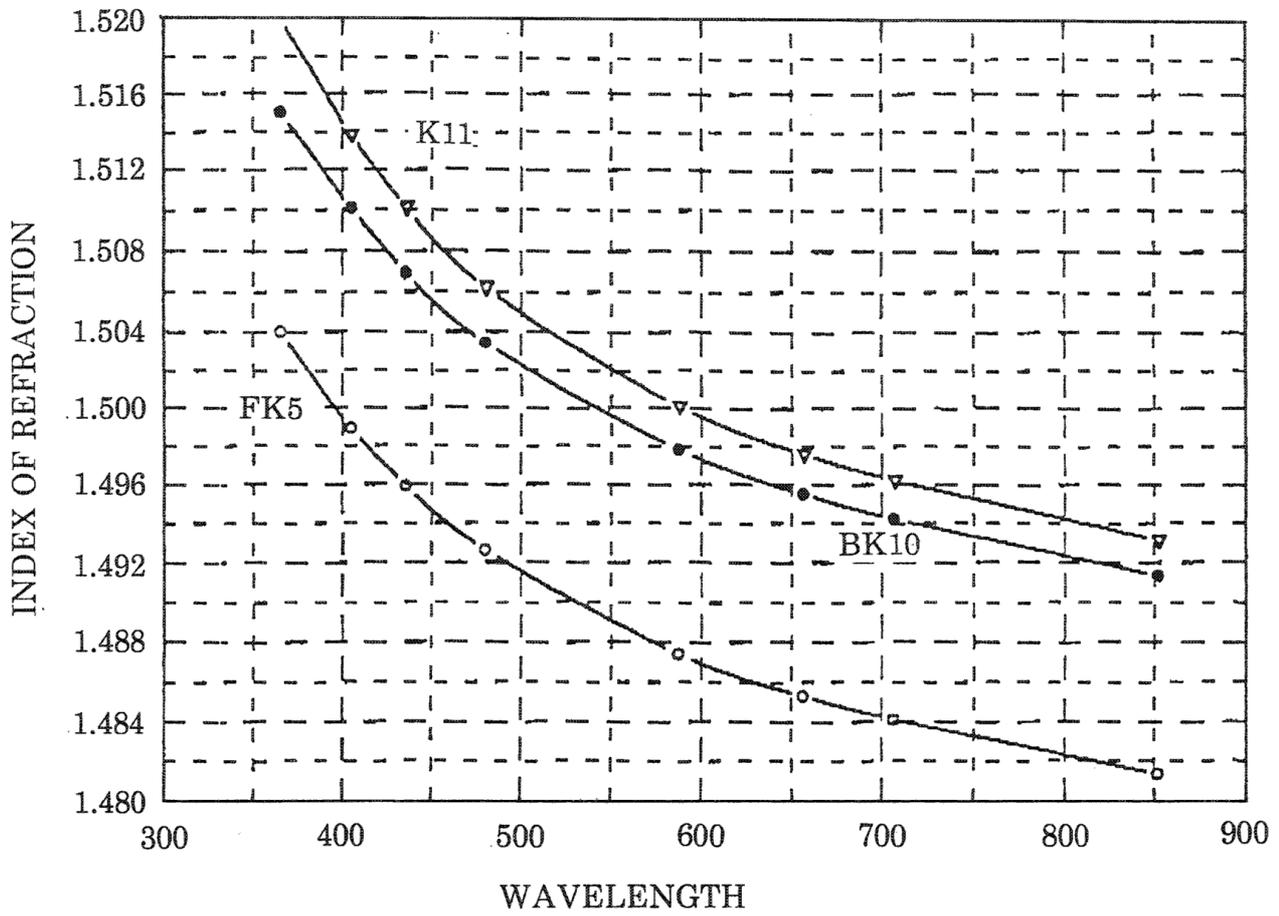


Fig 7

五、實驗結果

將表Ⅲ的 λ_0 及 n 代入式I的方程式。解算A、B、C

(1)得浸漬油 $n(\lambda) = 1.46 + \frac{7384}{\lambda^2(\text{nm})} + \frac{19.8}{\lambda^4(\text{nm})}$

(2)繪 $n-\lambda$ 圖Fig 8

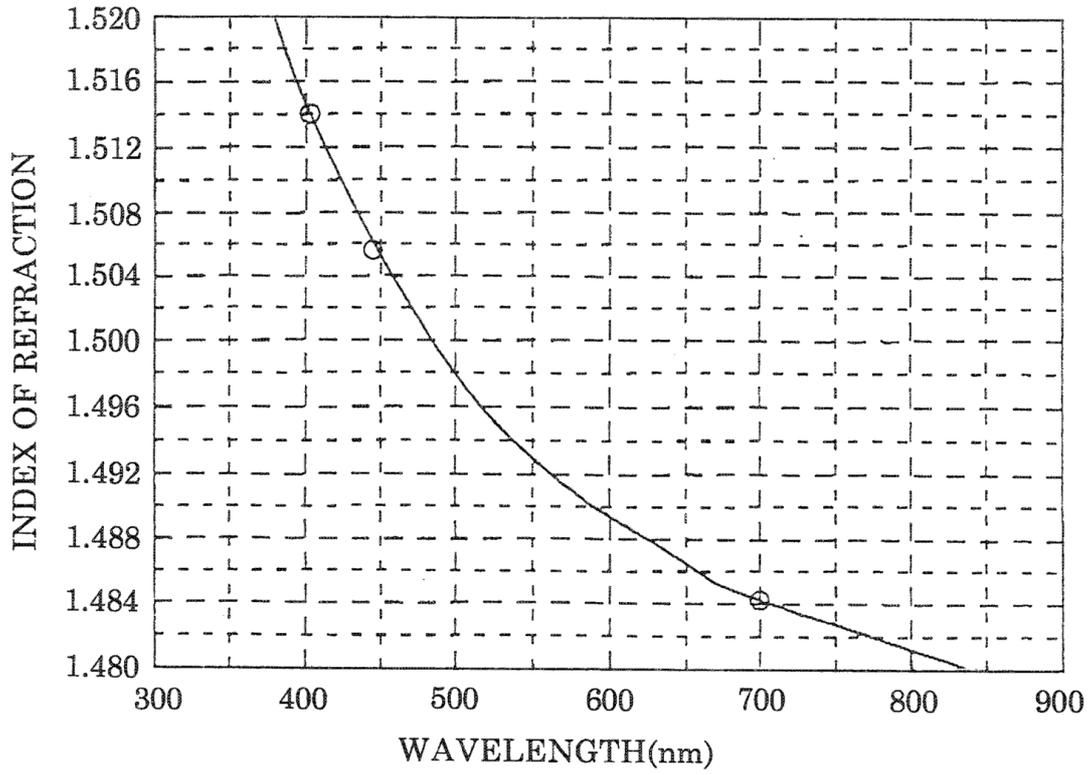


Fig 8

(3)繪光學玻璃和浸漬油的 $n-\lambda$ 圖Fig 9，驗證研究原理。

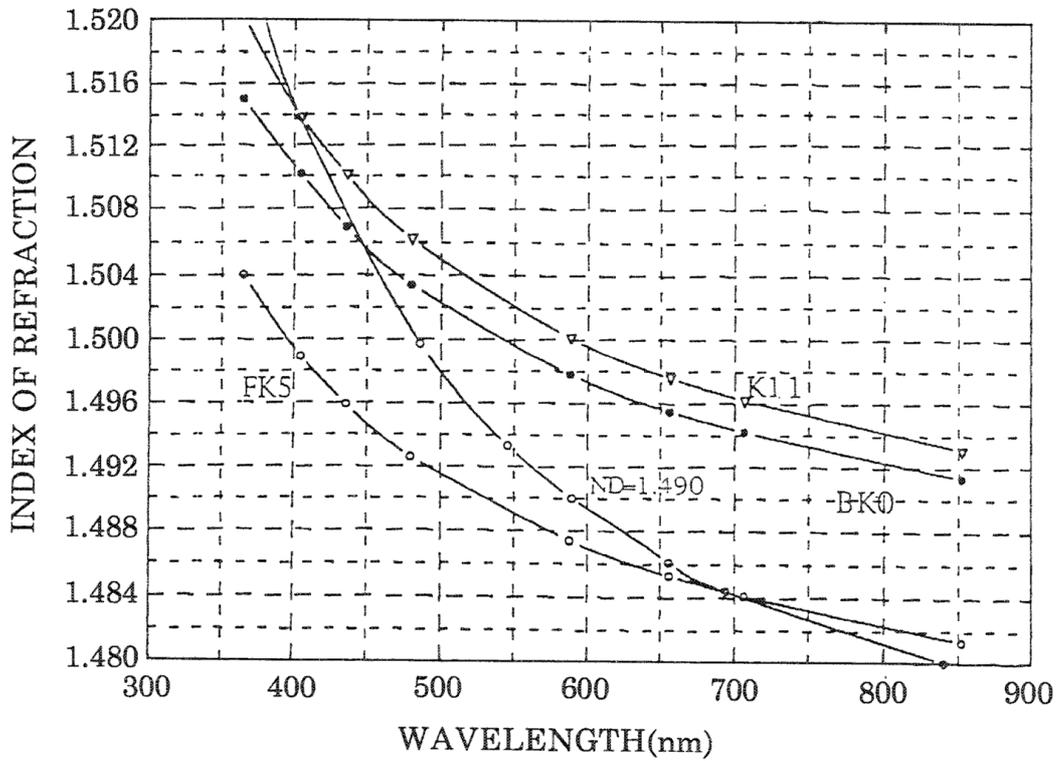


Fig 9

(4)製作光學玻璃和浸漬油折射率差額與穿透率關係表，表4。

$\lambda(\text{nm})$	$\Delta n(\text{fk5} - \text{Oil})$	fk5~Tran	$\Delta n(\text{bk10} - \text{Oil})$	bk10~Tran	$\Delta n(\text{K II} - \text{Oil})$	K II ~Tran
375	-0.018553	0.026558	-0.0081093	0.41447	-0.0036017	0.66711
400	-0.015338	0.078967	-0.0050688	0.61874	-0.00099376	* 0.75253
425	-0.012673	0.16658	-0.0025488	0.74968	0.0011751	0.74958
450	-0.01044	0.27911	* -0.00043704	* 0.79847	0.0029926	0.6949
475	-0.0085496	0.3996	0.0013501	0.78555	0.0045307	0.61896
500	-0.006936	0.51304	0.002876	0.73649	0.005844	0.54012
525	-0.0055474	0.61014	0.0041891	0.67124	0.0069741	0.46728
550	-0.0043438	0.68728	0.0053273	0.53655	0.0079537	0.40371
575	-0.0032938	0.74467	0.0063202	0.53655	0.0088083	0.34983
600	-0.0023722	0.78458	0.0071917	0.47695	0.0095583	0.30481
625	-0.001559	0.81007	0.0079606	0.42449	0.01022	0.26742
650	-0.00083787	0.82419	0.0086426	0.37905	0.010807	0.23637
675	* -0.00019534	* 0.82968	0.0092502	0.34	0.01133	0.21053
700	0.00037959	0.8288	0.0097939	0.30656	0.11798	0.18893
710	0.00059274	0.82709	0.0099954	0.29457	0.11971	0.1813
725	0.00089608	0.82336	0.010282	0.27793	0.12218	0.17079
750	0.0013618	0.81475	0.10723	0.25337	0.012597	0.15546
800	0.0021656	0.79179	0.011483	0.21402	0.013252	0.13127

表四

六、討 論

(一)玻璃尺寸的影響

在研究原理中有關穿透光的強度 $I = I_0 \cdot e^{-K(\Delta n)^t}$ 中，K常數是正比於光在行進過程中所經歷的散射次數。選用尺寸大的玻璃粒，則玻璃粒的數目減少，光的散射次數也跟著減少，則在式子中，K變小， Δn 的差異對I的影響就較不明顯（見Fig 5）。反之，若選用尺寸小的玻璃粒，則玻璃粒的數目增加，光的散射次數也跟著增多，K值變大，對 Δn 的差異就有“放大”的作用，因此曲線的峰值就跟著明顯。

下圖所示，在相同穿透率之下，若使用小尺寸玻璃粒，可以將 Δn 的差異反應至0.0001，影響甚鉅。

Δn	0.001	0.0001
每次散射損失能量	10^{-4}	10^{-6}
散 射 次 數	10^3	10^4
損 失 總 能 量	10^{-1}	10^{-1}

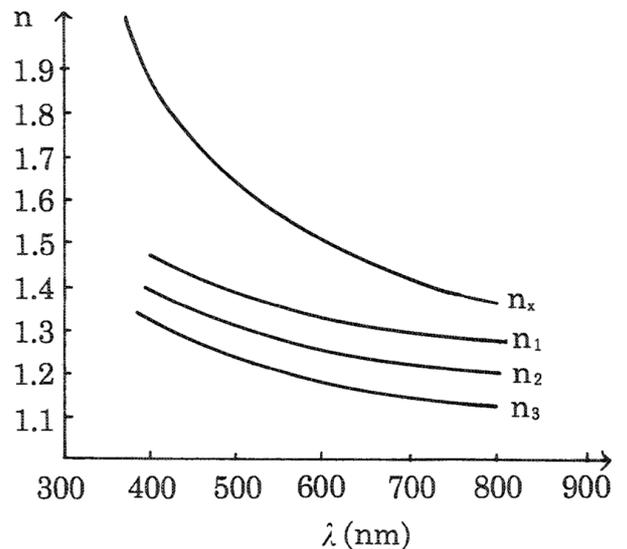
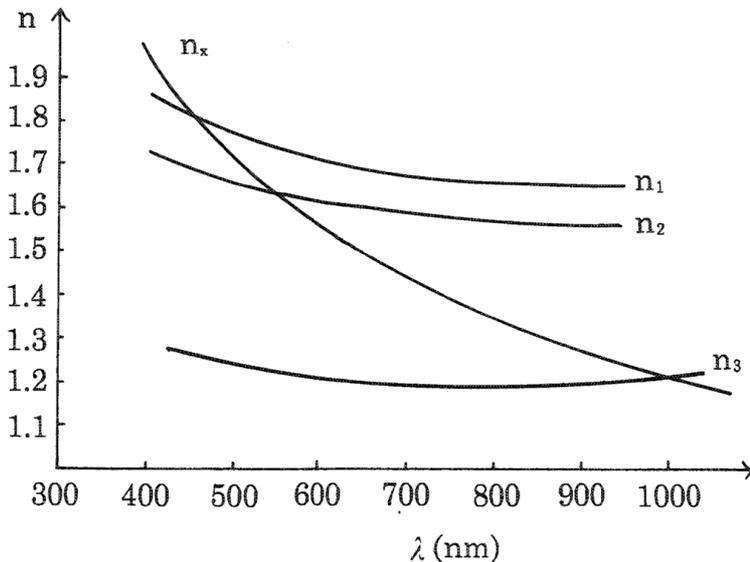
(二)抽真空的必要

樣品抽真空將氣泡趕走很重要的，我們第一次做穿透掃描時，並沒有想到將氣泡趕走，以致樣品為三相物質，結果非常不理想，如附圖所示，後來觀察到樣品內有微小氣泡，推測應該有更多微細不易查覺的氣泡在浸漬油內，才驚覺到此一效應影響甚鉅，（因為氣泡折射率 $n=1$ ），果然放入真空槽內排出氣泡以後，再做掃描，結果呈現明顯的高峰值。

(三)在光學玻璃折射率的選擇

在選擇光學玻璃時，須特別注意彼此折射率的差額應儘量的小，以波長600nm（接近黃光589.3nm）為例，如表所示，最大與最小折射率差額 $\Delta n=0.012$ 如此才有可能如Fig 9所示般的有交集。若 Δn 很大，則有可能一部份在紫外光有交集，另一部份在遠紅外光才有交集，這樣的結果將導至所得的浸漬油 $n(\lambda)$ 在連續波長上，無法得到相應值，必須分段處理，更糟的是：若彼此折射率差額過大，可能會沒有交集，如圖所示，那將無法利用連續波長的特性，所以光學玻璃的折射率要選擇儘量接近浸漬油。

600nm	K II	BK10	FK5	浸漬油
n	1.4991	1.4967	1.4871	1.4913



(四)溫度的控制

有一次寒流來襲，我們照樣在做穿透掃描，發現曲線明顯向右移（長波長），所得折射率變小。因此得知折射率 n 與溫度之間有一關係。所以本次實驗的數據是在25°C所做。由於控制浸漬油的溫度裝置一時之間還無法突破（水浴裝置太大放不進去光譜儀），所能改變的溫度變化有限，數據不夠客觀，因此這一部份的研究留待下次再做。

七、結 論

在這一次的研究過程中，讓我們瞭解到對一些物理量的量測，有些是無法進行直接量測。但是大自然間的很多物理現象彼此卻有相關性，只要能利用適當的關連性，就可以“旁敲側擊”以間接代替直接一樣可以得到所須的物理測量。這一個啟示，使我們在學習近代物理（高中物理第四冊）時，對當時物理學家在研究原子世界時所使用間接觀測的方法（例如 α 粒子散射以得知原子核，光譜分析得知原子能階）有更深刻的感受。對我們以後學習物理知識上有一種感然開朗，不再拘泥形式的認知。這一個觀念是我們在這一次研究浸漬油的折射率中所獲得最珍貴的資產。

八、參考資料

- (一)高中物理第3冊第13章（P.25~P.30）—國立編譯館出版
- (二)儀器分析原理第3章（P.28~P.41）—科文出版社出版
- (三)費因曼物理第31章（P.541~P.554）—徐氏基金會出版

評 語

利用已知的玻璃透射率與波長的關係，設計測量浸漬油折射率的方法。在構想上頗富創意，測量方法及分析亦甚良好、精確。