

毛細管測量液體表面張力的研究

高中組物理科第一名

台灣省立嘉義高級中學

作 者：吳岳霖、何宗諭、張育端、吳杰鴻
指導教師：李文堂、林峰敏

一、研究動機

到醫院探看受傷同學，看到點滴注射，引起我們利用毛細管及細針頭測量液體表面張力的興趣。

二、研究目的

- 1.利用雷射光照射毛細管及細針頭流出之液柱，產生之繞射圖樣測量毛細管及細針頭之內徑。
- 2.利用上法量得內徑的毛細管及細針頭分別以(1)液滴重量法(2)毛細管法(3)最大泡壓法測量相同溫度純水之表面張力並加以比較研究。
- 3.利用最大泡壓法測量不同溫度下的純水表面張力。
- 4.利用最大泡壓法測量水銀、酒精、葡萄糖溶液之表面張力。
- 5.利用液滴重量法量出不同溫度下的表面張力，和公認值比較，求出修正係數。

三、研究設備器材

- 1.氮氣雷射一具（功率0.95毫瓦）。
- 2.自製加壓裝置一組（附腳踏車打氣筒以打氣加壓）。
- 3.自製開管壓力計一組（玻璃管內盛水，並用平面鏡、透明尺以增進量壓力之準確度）。
- 4.注射針頭18至27號各一隻，將針頭磨平。
- 5.長15cm，內徑0.8mm至1.1mm之毛細管5隻（醫院集血用毛細管）
- 6.顯微鏡附刻度尺。
- 7.點滴注射器一套。
- 8.游標尺、螺旋測微器、光電計時器。
- 9.鐵架、燒杯、溫度計、待測液、純水、丙酮、細鋼絲。

四、研究過程及原理

(一)針頭及毛細管內徑之測量：

- 雷射光先經顯微鏡之物鏡成像於P點，用一光檻消除雜訊，再經另一透鏡使其焦點恰在P點，則雷射光形成平行光。
 - 細鋼絲用游標尺及螺旋測微器準確量其直徑 ω ，然後放在雷射光的平行光之前，在距鋼絲R處的圓弧形屏上形成明暗相間的繞射圖樣，測量數個亮帶之寬度，求得平均亮帶寬度 Δy ，由於佛朗何斐（Fraunhofer）繞射，中央亮帶又亮又寬，其他亮帶亮度漸減，但寬度均為

由雷射光波長入（ 6328 \AA ）， Δy ， R 可求得 ω ，和游標尺測得結果比較，利用繞射法求得的結果精確度提高甚多。

- 3.水放入加壓筒內，以腳踏車打氣筒加壓；注射針頭（毛細管）用塑膠管和加壓筒輸出口相連，加壓的水由針頭流出時形成水柱，在水柱流出處以雷射光照射，距水柱R處之屏上亦出現繞射圖樣，和過程2之繞射圖樣相似，由① $\Delta y = \frac{r\lambda}{\omega}$ 可得水柱直徑，亦即可求得針頭之半徑r。

4. 玻璃毛細管切割下一小段，放在顯微鏡上，目鏡裝入刻度尺，直接量取玻璃管之內徑，另一段用橡皮塞套在加壓筒出水口的橡皮管，使水由毛細管流出，用雷射光照射，以過程3之方法測內徑。

(二)液滴重量法測液體表面張力：

- 5.待測液裝入點滴注射瓶中，用支架支撑，已測得內徑的針頭用輸液管和待測液連接，使其很穩定的滴出液體到燒杯中，利用光電計時器準確記錄滴數，在滴下100滴後，量出重量，求出每滴之平均重量W。

6.液滴脫離針頭瞬間受重力W向下，表面張力T的總力 $F = 2\pi rT$ 向上，但因液體由針頭滴出時，表面張力並非向上，且有部份殘留在針頭，所以W並不等於 $2\pi rT$ ，但相同的針頭對相同的液體 $\frac{W}{2\pi r}$ 為定值，此為Tate's law。

「註1」

$$\therefore T = \frac{W}{2\pi r} \phi \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ϕ 稱爲修正係數，不同針頭有不同的 ϕ ，不同液體亦然，在 t_1 °C量得100滴

液滴平均重W，過程3求得r，再由資料查得 t_1 °C表面張力之公認值T代入②可得注射針頭之 ϕ 值。

(三)毛細管測液體表面張力：

7. 醫院集血用毛細管5隻用過程3測出每隻的內徑。
 8. 用丙酮，水清洗到非常地乾淨，再用待測液清洗（置入待測液中，液體會自動上升，轉180°倒出，清洗數次）
 9. 將毛細管鉛直放入待測液中，直接用尺測出管內外液注高度差y（用放大鏡準確的測量），由公式 $y = \frac{2T\cos\alpha}{\rho gr}$ 可得

$$T = \frac{\rho g r y}{2 \cos \alpha} \dots \dots \dots \quad (3)$$

式中 ρ 為液體密度， α 為接觸角，可由參考資料查得。

(四)最大泡壓法：

(五)雷諾數和液體由針孔流出時流速的關係：

15.測量t秒內由針頭流入燒杯的水的體積V，

$$\text{因 } \frac{V}{t} = \frac{Al}{t} = Av$$

$$\Rightarrow \text{針頭內水的流速 } v = \frac{V}{At} = \frac{V}{\pi r^2 t} \quad \dots \dots \dots \quad ⑤$$

$$\text{雷諾數的定義} \quad Nr = \frac{2\rho vr}{\mu} \quad \dots \dots \dots \quad ⑥$$

其中 μ 、 ρ 分別爲水之黏滯係數及密度，由⑤⑥結合得

調整加壓筒之壓力及出水口流量，可改變水的雷諾數及流速。同一針頭，使雷射光照射水柱同一位置，調整壓力使雷諾數隨流速改變，求水柱經雷射光照射後之 Δy ，並觀察水對光之反射情形。

五、研究結果討論

1. 平行光照射單狹縫、細鋼絲、頭髮等細小東西時發生遠場繞射—佛朗何斐繞射，本實驗使水由細針頭、毛細管流出，雷射光照射時產生遠場繞射，準確地量出細針孔及毛細管之內徑，用以測量表面張力。
 2. 光照射水柱時產生反射、折射、吸收、散射、繞射等現象，雷射光照射水柱時屏上的光只有繞射光產生顯着的繞射圖樣，折射光之亮度不足以發生影響，理由如下：

電射光通過水柱時，設其中一束光線

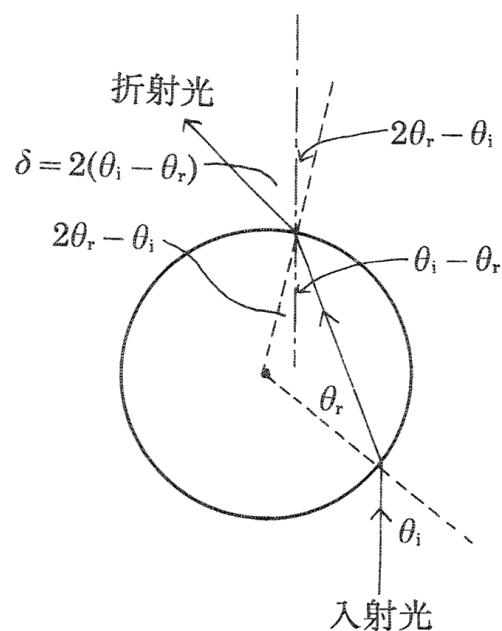
，入射角 θ_i ，經兩次折射偏向角 $\delta = 2(\theta_i - \theta_r)$ 水柱半徑 r ， $r \ll$ 屏距 R ，因此投射至屏時，光距中央 $R \tan[2(\theta_i - \theta_r)]$ ，又根據司乃耳定律

$$1 \times \sin\theta i = \frac{4}{3} \sin\theta r$$

$$\Rightarrow \theta r = \sin^{-1} \left(\frac{3}{4} \sin \theta i \right)$$

(1) δ 可改寫為 $2[i - \sin^{-1}(\frac{3}{4}\sin\theta i)]$

$$取 f(\theta i) = i - \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\sin\theta i\right)$$



$$f'(\theta_i) = 1 - \frac{\frac{3}{4} \cos \theta_i}{\sqrt{1 - \frac{9}{16} \sin^2 \theta_i}} = 1 - \frac{\sqrt{9 - 9 \sin^2 \theta_i}}{\sqrt{16 - 9 \sin^2 \theta_i}}$$

$\because 16 - 9 \sin^2 \theta_i > 9 - 9 \sin^2 \theta_i$

$\therefore f'(\theta_i) > 0$

$\Rightarrow f(\theta_i)$ 為增函數

(2) 由圖知 θ_i 的定義域 $[0, \frac{\pi}{2}]$

因此 $0 \leq \delta = 2(\theta_i - \theta_r) < \pi - 2 \sin^{-1} \frac{3}{4}$

$\therefore \sin^{-1} \frac{3}{4} > \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$

臨界角為 θ_c ， $\theta_c > \frac{\pi}{4}$

$\therefore 0 \leq \delta < \pi - 2 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$\tan \theta$ 在 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 為增函數

\therefore 當 δ 為極值時 $R \tan \theta$ 亦出現極值

因此(a) δ 在 $\theta_i = 0$ 時有極小值 0， $R \tan 0 = 0$

\Rightarrow 光直接受過中央不折射

(b) 在 $\theta_i = \frac{\pi}{2}$ 時， δ 有極大值 $\pi - 2\theta_c \Rightarrow$ 光線從水柱邊緣進入水柱，經水柱折

射後散佈範圍最大。

由於折射所映在屏幕上的光線範圍為 $2R \tan(\pi - 2\theta_c)$ 就實際上來看，當

$R = 9$ 公尺時 $2 \times 9 \tan(\pi - 2 \sin^{-1} \frac{3}{4}) = 71.44m$ 通過水柱 ($2r$) 的光要分

布在這麼大的範圍，應十分微弱，比起繞射中的集中，要小太多，只要屏距夠大不致於影響繞射圖形的觀測。

3. 電射光對水柱成像 $\theta_i, \theta_r \leq 5^\circ$ 符合笛卡爾公式的平行光照射水柱半徑 r ，光源由 B 左方射入

(1) 對B左半側而言，雷射光為平行光，

$$\frac{n_1}{P} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\therefore P = \infty, \quad n_1 = 1, \quad n_2 = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{\frac{4}{3}}{q} = \frac{\frac{4}{3} - 1}{r}$$

$$\therefore q = 4r$$

(2) 對右半側而言

其右方2r有虛物

$$\therefore P = -2r, n_1 = \frac{4}{3}, n_2 = 1, R = -r$$

$$\frac{\frac{4}{3}}{-2r} + \frac{1}{q} = \frac{1 - \frac{4}{3}}{-r} \Rightarrow q = r$$

即成像在A之右方r處

因為 $r \ll$ 屏距不可能見到像，又由光的直進性成像之後，繼續向極遠處前進，通過之折射光散開，亦不影響繞射圖形。

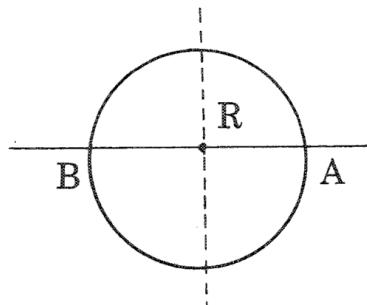
4. 液滴重量法測表面張力時，利用公式 $T = \frac{W}{2\pi r}$ 所求得的結果和公認值相去甚

遠，必須改爲

Harkins和Humherry [同註①] 在1919年用不同內徑的毛細管測出 ϕ 值。我們所用的18~27號注射針頭比他們所用的毛細管細了甚多。且針頭的規格統一，我們訂下 ϕ 值後，以後只要到醫藥器材行買針頭磨平，可很方便的測量水的表面張力。

5.毛細管法測量表面張力非常直接，且我們所用集血用毛細管既細又長，效果非常顯着，但其缺點為：

- (1)容易破碎。
 - (2)待測液表面若被污染則出現甚大誤差。
 - (3)測量和室溫不同液體的表面張力時，因液柱高出液面甚多，液柱又甚細，



其溫度和整杯液體不同，我們所量為杯內液體溫度，而非液柱實際溫度，所以除非用恆溫控制器，否則僅適合測室溫下液體表面張力。

(4)接觸角必須查資料取得，或用其他方法估計。

(5)水銀接觸角大於 90° ，管內水銀低於管外，加上水銀不透光，很難用本法求表面張力。

6.最大泡壓法測表面張力時，一般大學普通物理實驗都使用玻璃毛細管不但易碎，且利用水銀測管之內徑，其法為：管的質量 m_0 盛滿水銀後質量 m ，管內體積 $V = \frac{m - m_0}{d} = \pi r^2 l$ 求得 r ，由於毛細管若太細不易灌水銀，太粗則 Δx 太小。

李文堂老師於67年〔註2〕用16~18號針頭測表面張力，孔亦太大， Δx 太小，且未直接測量針孔大小，所以測得表面張力和公認值比較，誤差高達4.99%（水）~12.99%（水銀）。本作品用雷射光照射由18~27號針頭流出的水柱，很準確的量出針孔內徑，且針孔甚小， Δx 很大，所得表面張力甚為準確。

7.最大泡壓法用針頭浸在待測液中最大優點：

- (1)不易壞。
- (2)液面若不慎被污染亦不影響。
- (3)可測量不同溫度的表面張力。
- (4)可測量不透明液體之表面張力。
- (5)氣泡破裂前瞬間 Δx 最大很容易測量。
- (6)不必估計接觸角。
- (7)待測很少時亦可測量。

8.水溫愈高時表面張力愈小，用針頭測量時，水溫若太高，針孔會膨脹，所得之結果會偏大，應用膨脹係數修正。

9.由結果知，顯微鏡直接量取毛細管內徑及用雷射光經由毛細管流出水柱的繞射求得內徑結果一樣。但用顯微鏡直接測量只能準確到mm以下二位，而由雷射光測得的內徑能準到mm以下三位。且本實驗用細針頭測表面張力，由於細針頭要切割研磨到可由顯微鏡直接測孔徑非常不容易，且甚易變形，所以仍以雷射光繞射來求較方便。

10.流體在管中流動時，若雷諾數 N_r 太小，則呈不連續的滴狀，液滴的半徑當然大於管之內徑（液滴重量法據此求表面張力），雷諾數太大則成亂流（Turbulent flow），由管口流出空氣中時，甚至成“噴射”狀。雷諾數低於2000時成最穩定的層流（Laminar flow）〔註3〕。由表九的結果

顯示Nr太小時，因水成滴狀下雨似的不連續流出，雷射光照射時，屏上的圖樣會呈現不穩定。Nr太大時，在水柱附近看水柱被雷射光照射時，可看到亂流使雷射光強烈反射。當屏上繞射圖樣很穩定，且水柱的反射光亦甚規律時，雷諾數均低於2000，水柱以層流由管流出時，由於慣性作用，水柱直徑等於針孔內徑，但流下一段距離後，由於空氣阻力、表面張力及白努利原理，水柱會收縮，擴散交互變換，我們測量時，雷射光正對着針孔下方照射，所以所量得結果為針孔內徑。當雷諾太高時，在離出口處不遠即發生收縮擴大現象。Nr多大時針孔下方多遠處開始收縮擴張，用雷射光可很精密的求出，此流體動力學現象為我們來年研究的主題。

11.一般光學書本都敘述：單狹縫繞射和障礙物繞射情形相同，但在我們使水柱經雷射光照射，以及細鋼絲置於雷射光前的障礙物繞射，中央亮帶卻分成三塊，和單狹縫不同，其他亮帶則相同，此一現象亦值得進一步探討研究。

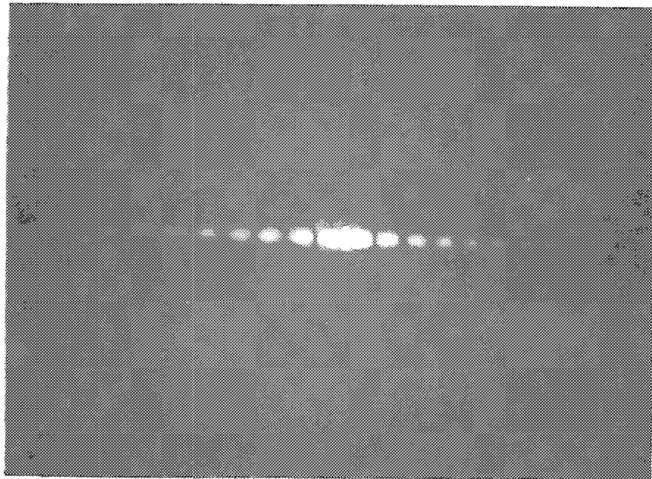
六、結論

- 1.本作品原本想利用點滴注射器滴出液體，直接由 $W = 2\pi rT$ 求表面張力，實際測量後發現本式所得結果和公認值相去甚遠，引發我們深入探討各種利用毛細管測量表面張力的實驗，對我們而言收獲頗為豐碩。
- 2.用雷射光照射水柱產生繞射求得毛細管及針孔內徑，是一種很好的測量微小內徑方法。
- 3.液滴重量法必須用修正係數修正 $W = 2\pi rT$ 的公式；毛細管法則必須另外測量接觸角；最大泡壓法很適合測量不透明，溫度改變，表面易被污染液體之表面張力。

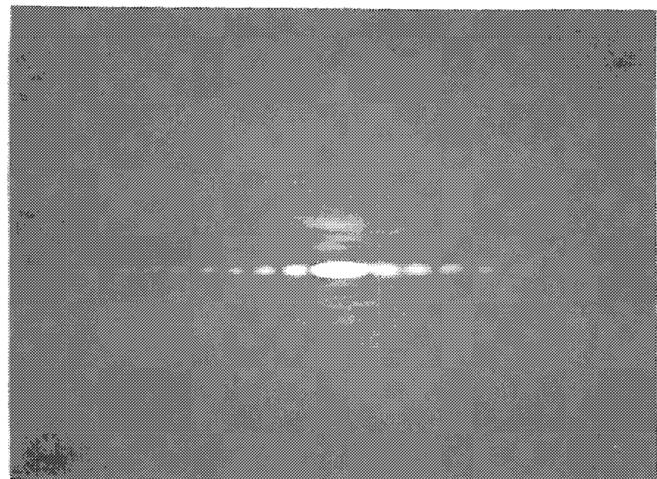
七、附註及參考資料

- 1.註1 陶雨台譯：表面物理化學。台北市：千華出版社，民國77年。
- 2.註2 李文堂：液體表面張力之測量及應用。第十八屆中小學科學展覽優勝作品專輯（國中教師組），民國67年，159~172頁。
- 3.註3 李文堂：實驗證明白努利方程式。第廿二屆中小學科學展覽優勝作品專輯（高中教師組），民國71年，220~224頁。
- 4.胡錦標、曹培熙、陳世萍、劉德青和杜惠華：雷射光學實驗。台北市台大慶齡工業中心出版。民國75年。
- 5.王先鎔譯：光學原理。台北市：正中書局，民國56年。

- 6.徐永勳：實驗探討液體的黏滯性。第廿六屆中小學科學展覽會優勝作品專輯
(高中組)民國74年，10~20頁。
- 7.陳龍英、劉英達：物理實驗。台北市三民書局，民國62年，69~75頁。



電射光經單狹縫之繞射圖形



電射光經水柱及細鋼絲之繞射圖形(中央亮帶分成三塊)

評 語

本作品係利用雷射光照射毛細管及細針頭流出之液柱產生的繞射現象，測出毛細管及細針管內徑，利用其內徑，以最大泡壓法測量各量液體的表面張力。上述雷射光之繞射實驗以及最大泡壓法之裝置，均係自行設計，並依理論推導公式結果良好，本作品甚具創意，也頗實用。