

吊橋的研究

國中組應用科學科第二名

台中縣大雅國民中學

作 者：邱茗秀、湯雅雯、江士弘、黃祺峻
指導教師：錢啟華

一、研究動機

在通往谷關的路上有很多吊橋，每座橋的結構不完全相同，我們找了幾位志同道合的同學，一起研究有關吊橋的問題。

二、觀察記錄

橋名 項目	龍安橋 附近吊橋	福興吊橋	白鹿橋	天輪 白冷吊橋	龍谷吊橋	崑崙山莊 吊橋
主索 鋼索	橋樑封閉 無法進入	2.9cm 6根	2.9cm 2根 2cm 3根	3cm 6根 1.4cm 2根	2.8cm 7根	3.4cm 4根
副索		1.8cm 167根	粗：1.12cm 細：0.8cm 共265根	1.6cm 161根	1.6cm 108根	1.6cm 94根
副索間距		中央密 兩側疏 0.9m	中央密兩側 疏粗細相錯 0.8m	中央密 兩側疏 1m	中央疏 兩側密 1.0m	中央密 兩側疏 1.0m
橋板厚度	5cm	5cm	5cm	5cm	5cm	5cm
橋寬	2.5m	2.1m	1.26m	3m	3m	2.1m
中央 副索高度 (遠方測量)	1.25m	1m	1m	1m	1m	1m
橋 高	底線	40m	20m	20m	20m	20m
	仰角	66.2	67.2	58.3	60	65.8
橋長	134.5m	150.3m	212m	160m	108m	94m
橋架 主索夾角	80°	80°	83°	78.2°	78.8°	75°

相同點：1.主索與兩側柱子夾角接近80°，彎曲弧度逐漸降低至水平。

2.中央副索的高度接近一公尺。

3.較窄的橋大約都有木架固定。

相異點：1.白鹿橋中央是凹下去的，龍谷橋中央是平的，其餘的橋是凸的。

2.較寬的橋主索鋼筋較粗，反之則較細。

3.橋兩側另有側索固定在岸邊，我們推論是為了防止搖擺。
我們設計一些實驗研究：夾角、橋形狀、物重等對整座橋受力的影響。

三、研究目的

(一) 實驗 A :

1. 探討吊橋兩側角度與主索拉力的關係。
2. 探討副索的數量與吊橋兩側主索拉力的關係。

研究器材：彈簧秤、量角器、橋架模型

研究過程：

1. 在長木條對稱位置上，釘上鐵釘為圓心，貼上量角器。
2. 將長木條相距45公分釘在木板上。
3. 裁七塊 35×12 公分橋板，並鑽孔綁上副索。
4. 固定橋重為200 gw，副索數為1, 2, 3記錄夾角為 $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ 時 F_A, F_B 拉力大小。

實驗結果：如附件(一)

討論：1. 我們發現橋重固定不變， F_a, F_b 與橋交於 P_1, P_2 點，如果把橋看作一點橋重為 W ，則 F_a, F_b, W 三力可以達成平衡；所以另設計一實驗探討副索數不同時，主索的 F 與 θ 是否相同。結果發現一到三索的 F, θ 相同，所以可將橋及副索視為一點。（如圖一）
2. 橋受地心引力向下與兩側柱子平行， F_a, F_b 向兩側，利用內錯角性質可得 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ ；由圖二我們發現 θ_1, θ_2 角度大則 F_a, F_b 拉力大，反之則拉力小。

(二) 實驗 B :

1. 探討當角度固定不變，物重與主索拉力 F_a, F_b 的關係。
2. 探討副索拉力與各段主索拉力的關係。

研究過程：

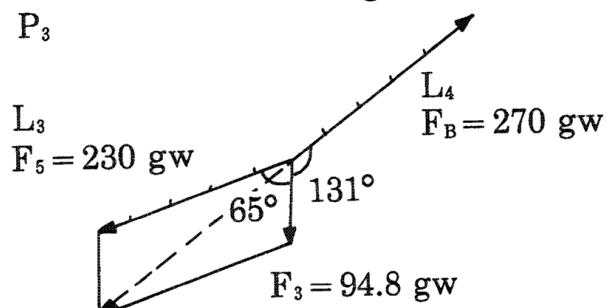
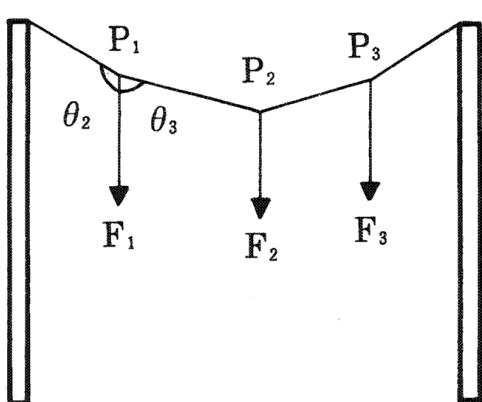
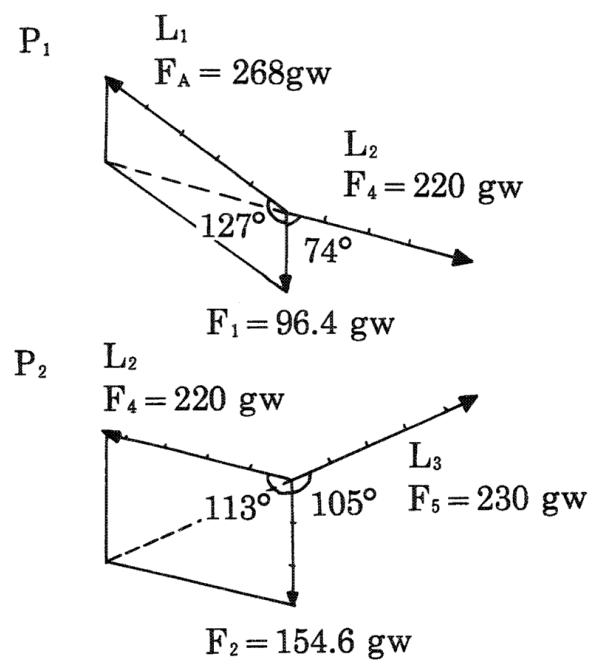
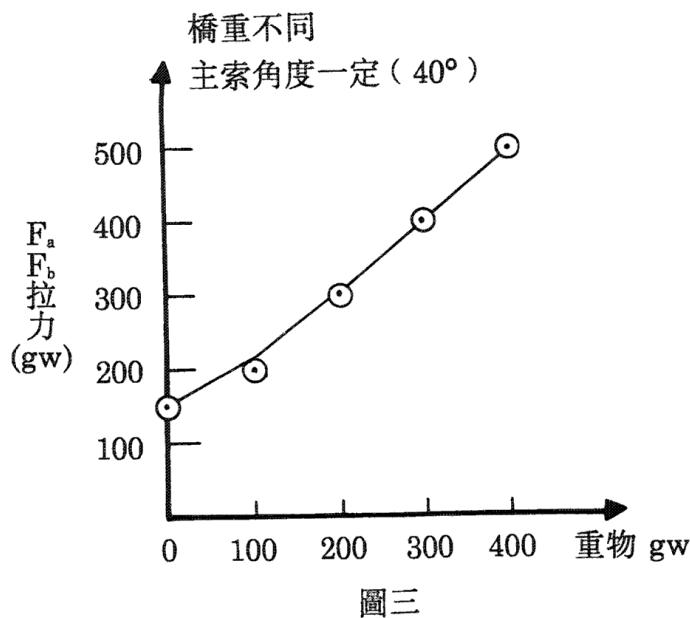
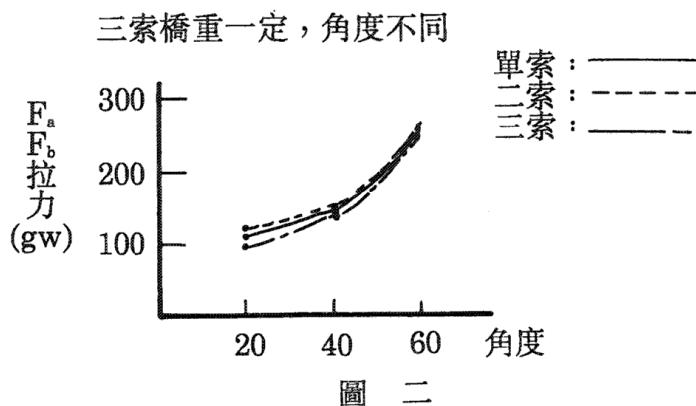
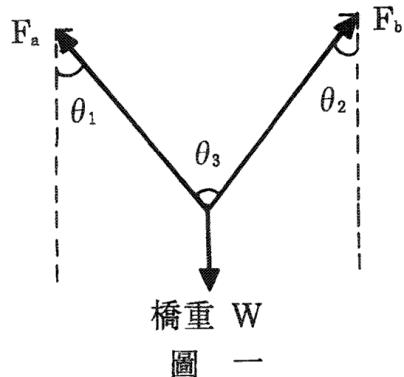
1. 固定副索數量，把橋拉到 40° 記錄 F_a, F_b 大小。
2. 在橋中央依次添加100, 200, 300, 400 (gw) 砝碼，重覆步驟1。
3. 在副索上加掛彈簧秤，記錄副索拉力。
4. 測量並記錄 P_1 至 P_3 各點的 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 角度大小。

實驗結果：如附件(一)

討論：1. 由理化合力的觀念，夾角固定時合力越大， F_a, F_b 越大，由圖(三)當重物由100 gw增加到400 gw時， F_a, F_b 拉力也逐漸增大。

2. 利用平行四邊形求合力的方法及 F_1 到 F_3 , P_1 到 P_3 的 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 作圖求出 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 的拉力如圖(四)可得到 $L_1 > L_2$, $L_3 < L_4$ 即各段主索拉力兩側最大中央最小。

附件一



(三)實驗C：我們另外設計實驗來探討下列各變因間關係：

- 1.主索角度 2.橋板模式 3.重物位置對副索影響 4.橋板間拉力

研究過程：

- 1.取九段鬆緊帶每隔1公分作記號為副索，每隔5公分釘在主索。
- 2.另取鬆緊帶為橋板，每隔5公分固定在副索上，兩端固定在橋柱上，每一副索掛20 gw砝碼為配重。
- 3.記錄 $L_{21} \sim L_{27}$ 副索的原長及受力後長度。
- 4.改變橋形為上凸、水平、下凹重覆過程3。
- 5.依序在橋板位置A、B、C、D掛一50 gw砝碼，重覆過程3。
- 6.改變主索角度為 50° ，橋形為水平重覆過程3。
- 7.放置重物在橋中央，記錄橋板間線段 $L_{31} \sim L_{36}$ 。

討論：1.由結果(1)圖一，無重物時水平橋形主索角度不影響副索受力平均程度。

2.由結果(2)圖二，無重物時水平橋形副索受力增加量較平均，上凸次之，下凹變化最大。

3.由圖三、四、五橋板上有重物時：

(1)三種橋形副索受力皆有共同現象：即越近重物的副索受力增加量越大。當重物在最右或中央時，副索受力增加量比其他位置大些，重物在中央時副索受力增加量呈現對稱形式，且離重物越遠越小。

(2)以副索受力增加量平均程度來看，下凹橋形最好，水平次之，上凸最差。因為橋板與主索弧度相似，重量分散到附近橋板，所以主索受力增加量最小。（我們補作實驗證實此推論）。

(3)由結果(4)繪圖六，可知下凹橋形橋板間受力增加量最多，由此結果解釋討論1，2無重物時，水平橋形各橋板間拉力4.4cm較上凸5.8cm及下凹4.7cm平均且較小，對副索受力影響較小，而各副索負擔橋重大致相等，所以主索角度不影響副索受力平均情形，且水平橋形副索受力較平均。

結果：

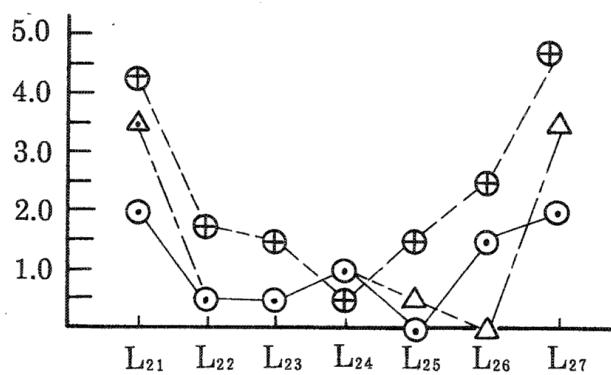
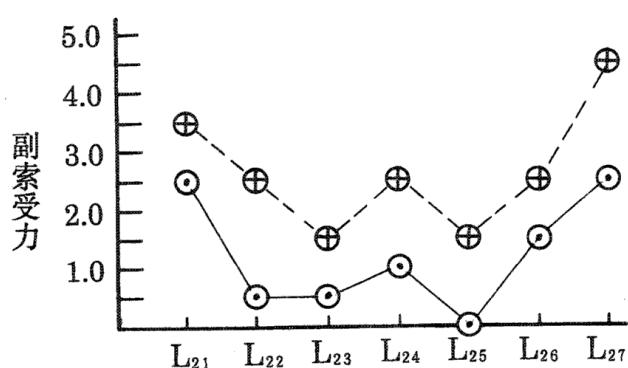
- 1.無重物

(1)主索角度對副索受力影響

$\oplus : 30^\circ$ $\circ : 50^\circ$

(2)橋形對副索受力影響

$\oplus : \text{下凹}$ $\circ : \text{水平}$ $\triangle : \text{上凸}$

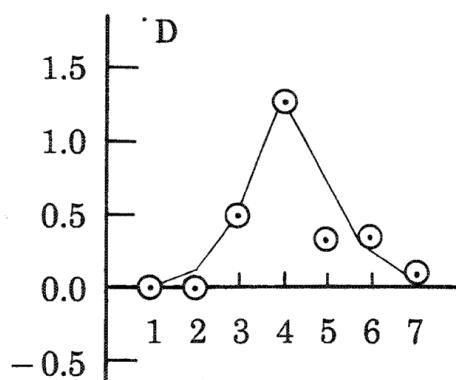
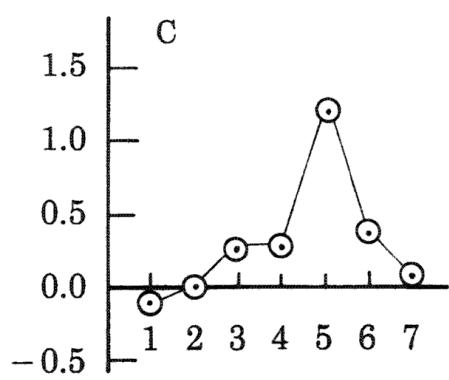
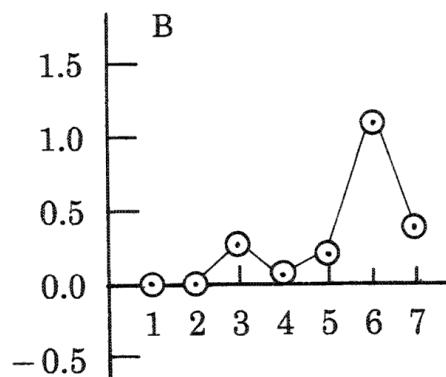
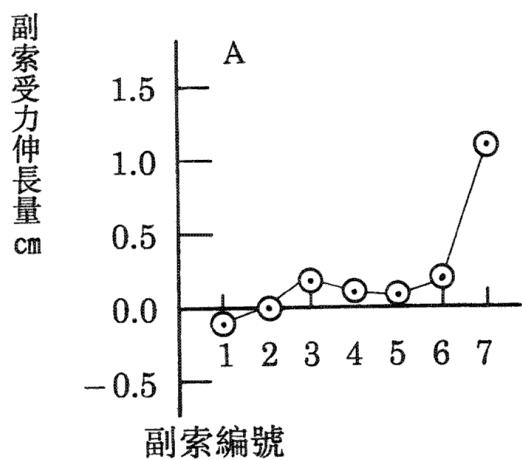


圖一

圖二

2.有重物：橋形不同，重物位置A,B,C,D 對副索受力影響

(1)橋形下凹



圖三

(2)橋形水平

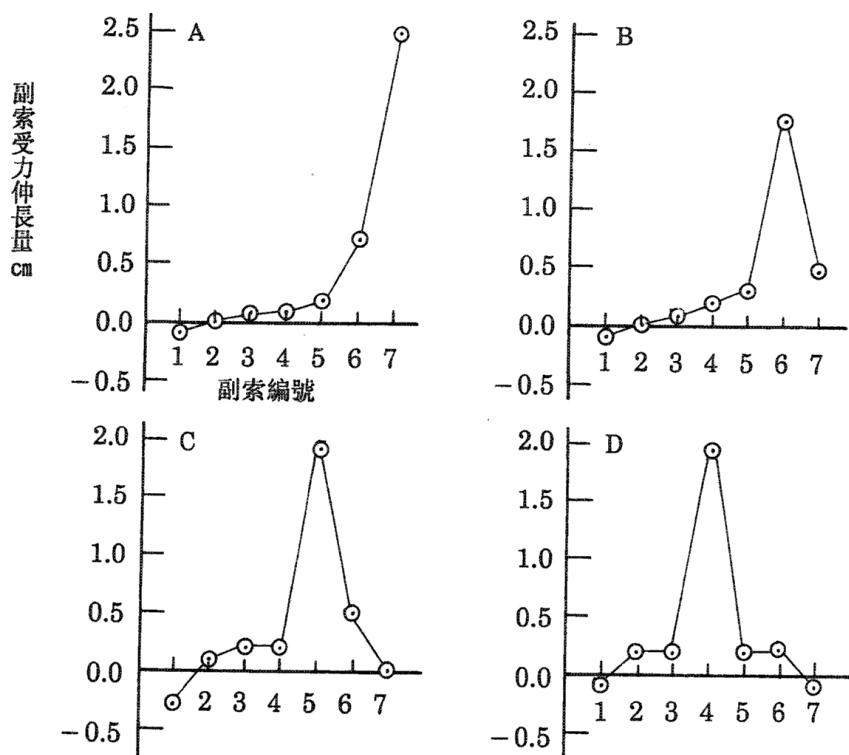


圖 四

(3)橋形上凸

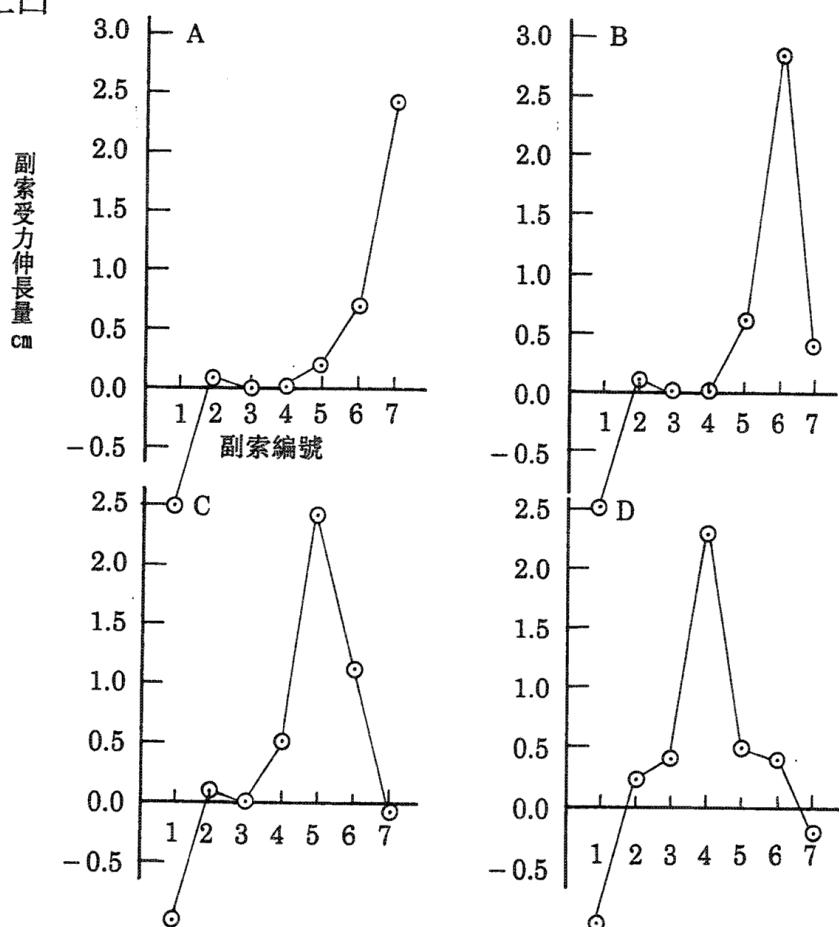


圖 五

橋形對橋板間拉力影響

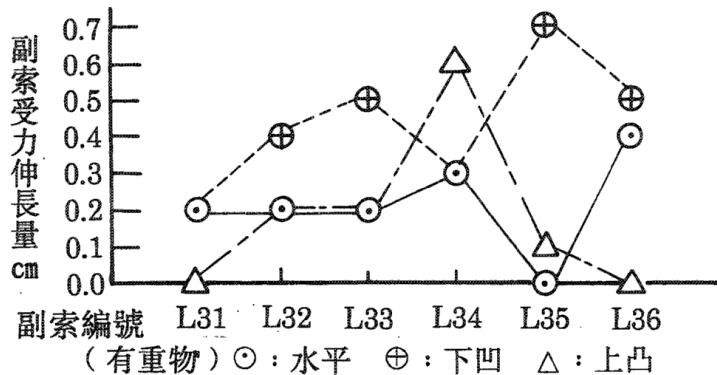


圖 六

(四) 實驗D：探討不同橋形負重時，重量由橋板或主索、副索負擔。

研究過程：

1. 將副索由鬆緊帶改用尼龍繩、使無法伸長。
 2. 測量三種橋形無重物及重物在A、B、C、D位置時各段主索、橋板間的受力。
- 討論： 1. 橋形上凸時圖(一)，大部橋板拉力減少而主索受力增大，由圖(四)三角形邊角觀念解釋，當橋因負重而下陷時 $AD < AB$ ， $CD < BC$ 即橋板拉力變小，物重大多分散至主索。
2. 橋形水平時圖(二)，主索及橋板皆受力增加，物重由副索、橋板和主索分擔。由圖(五)可知橋因物重下陷時 $AD > AB$ ， $CD > BC$ 即大部份橋板間拉力變大。
 3. 橋形下凹時圖(三)，橋板、主索的拉力增大，由圖(六)解釋，橋因物重而下陷時 $AD > AB$ ， $CD > BC$ 即橋板間拉力變大。
 4. 另外我們發現各段主索有由外向內遞減的趨勢。

橋形不同，負重物時，主索及橋板受力情形

(1) 橋形上凸，重物位置，A,B,C,D

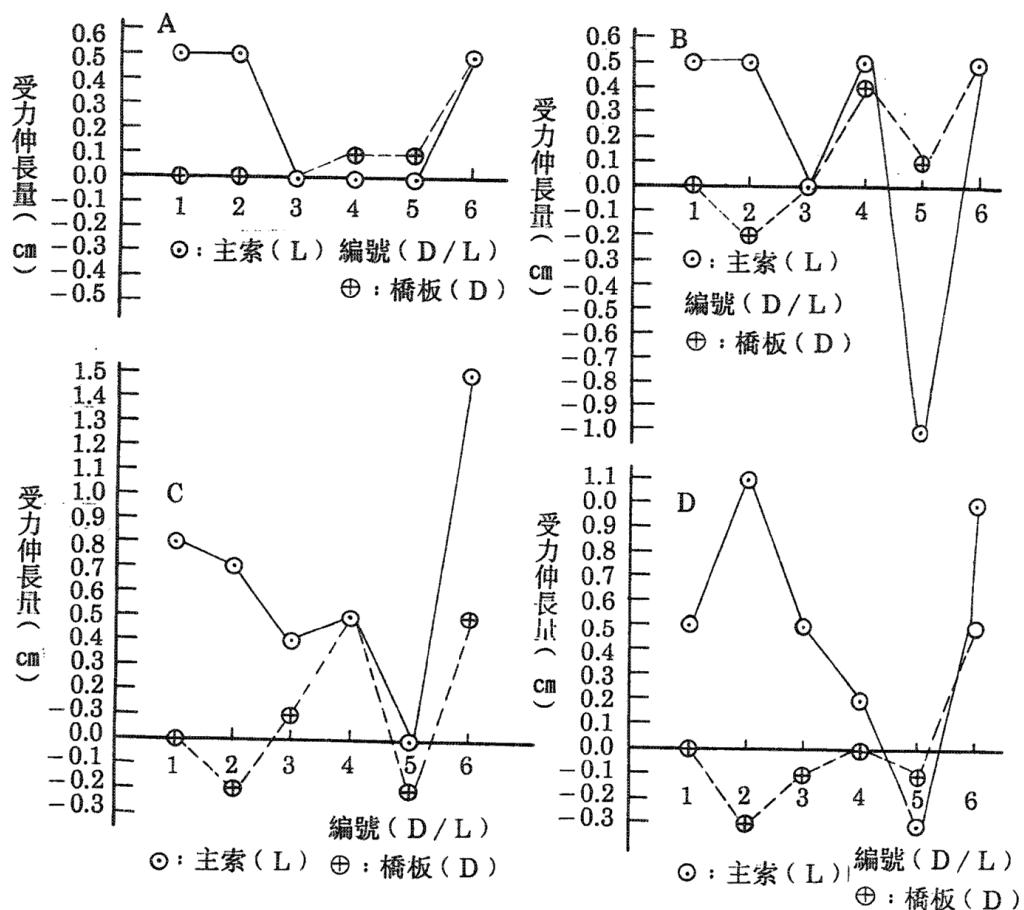


圖 一

(2) 橋形水平，重物位置，A,B,C,D,

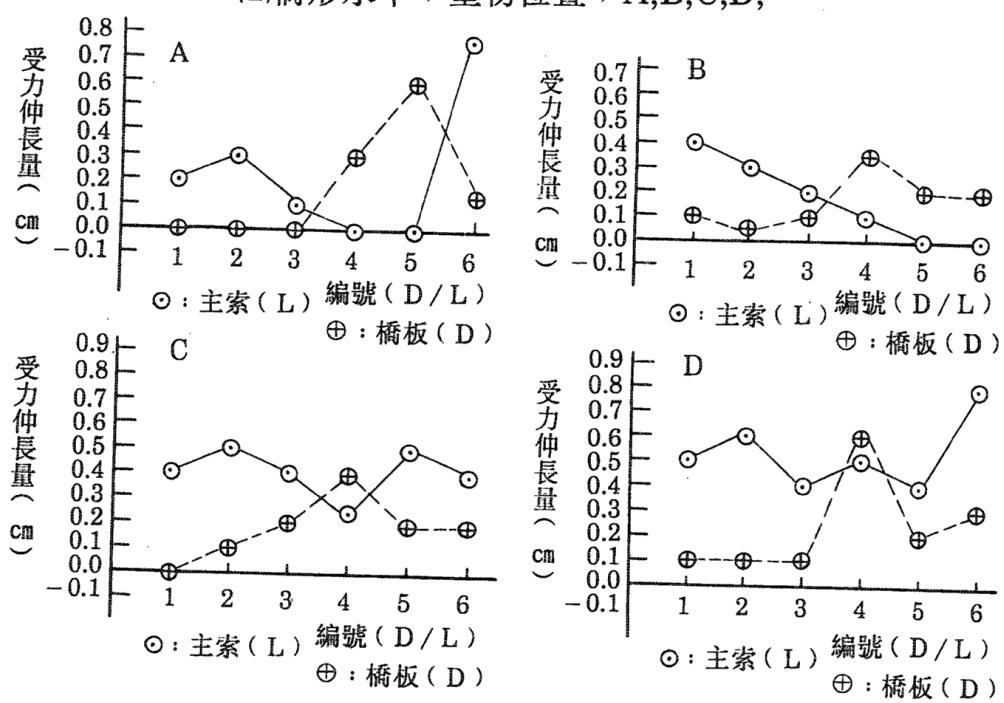


圖 二

(3) 橋形下凹，重物位置，A,B,C,D.

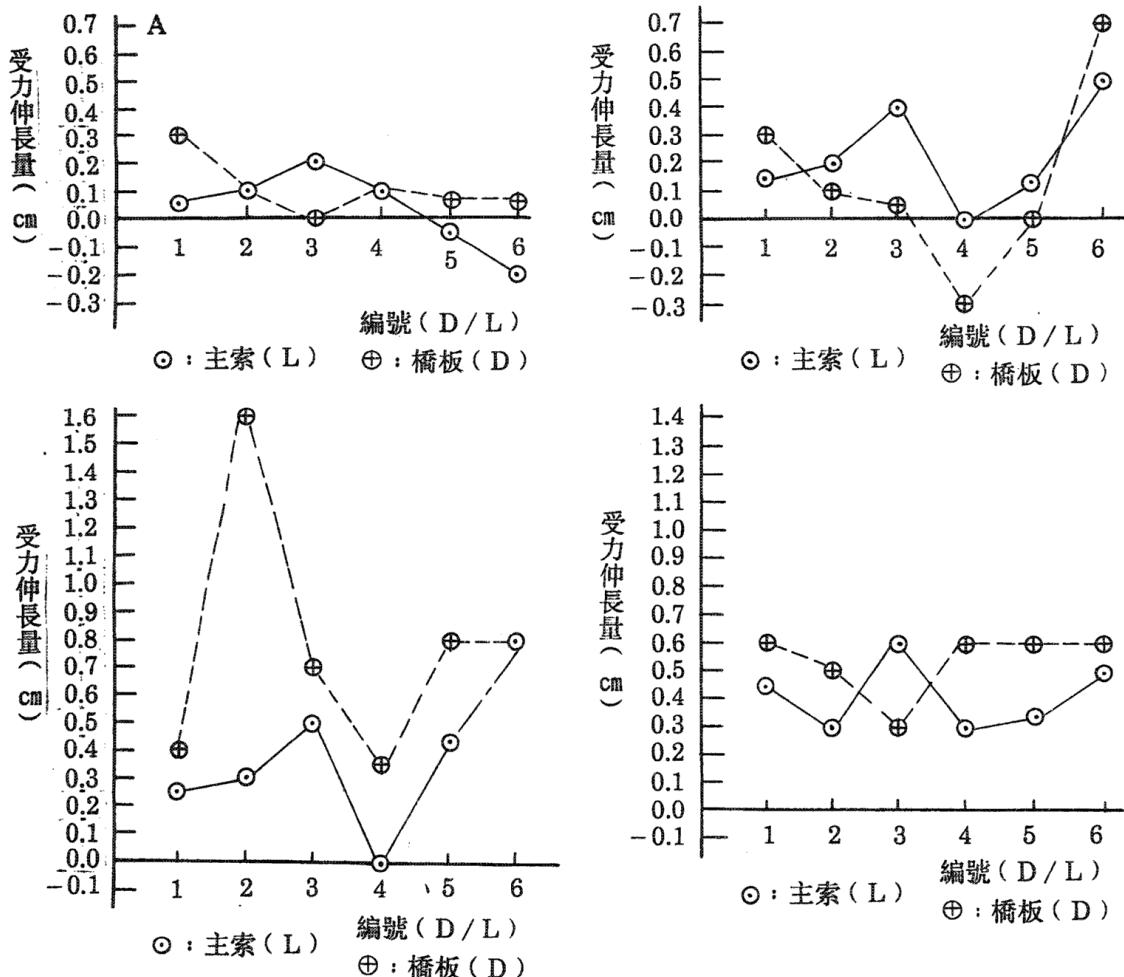


圖 三

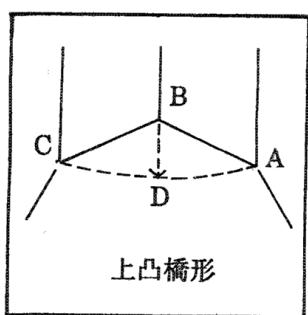


圖 四

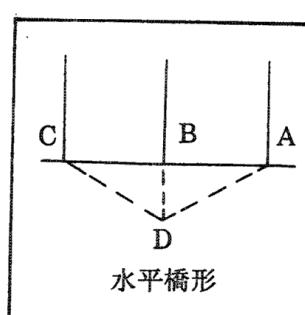


圖 五

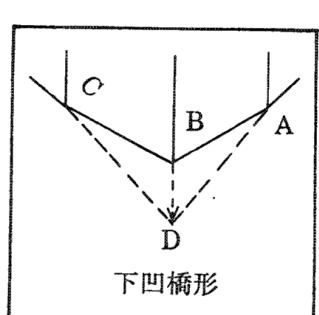


圖 六

六、結論

1.無重物時：

- (1)主索與兩側柱子夾角越大，F拉力越大，反之越小。
- (2)主索角度大小，對副索受力平均情形並無太大影響。

2.角度固定不變時，重物越重F拉力越大。

3.副索數不同時，不影響主索受力的結果。

4.橋上無重物時，各段主索受力由兩側向中央遞減。

5.主索、副索、橋板受力及他們間的角度，形成複雜的合力平衡。

6.越近重物的副索受力增加量越大，反之越小，重物在中央時副索受力為對稱。

7.有重物時：

- (1)上凸橋形受力主要由主索、副索分擔。水平下凹橋形受力由主索、副索、橋板分擔。

- (2)橋板間的拉力以上凸橋形最小，所以橋板較不易斷裂。且較長的橋為避免中央因物重而下陷，必須越凸。

8.上凸橋形橋板間受力小，不必再加鋼索使重量負擔較少，是較優良的橋。

七、參考資料

國中理化第二冊，數學第五冊

評 語

- 1.本作品主要是分析吊橋的主索、副索等張力，屬一常見力學課題。作者由實地觀察吊橋，尋找共同與相異性，發掘問題後，架建一實驗模型，變動變因。是一相當完整的研究專題典範。
- 2.作品的觀察記錄相當完整，所發掘的問題亦頗富意義。作品說明書敘述清晰。
- 3.模型摹擬、實驗記錄、分析完整、詳盡。作者表達能力清晰，對原理掌握清楚。
- 4.所得結果可供教學示範。