三國鼎立

高小組數學科第三名

台北縣板橋國民小學

作　　者：陳奕瑋、林之立

指導教師：黃嘉斌

一、研究動機

五年級時，我看到三姊在畫幾何圖形，我問她在做什麼？她說：「我在把各種圖形分成若干等分。」我那時覺得三姊很棒，我也想學學她。所以我利用這次參加科展的機會，與同學一起研究如何把各種圖形分成三等分。

二、研究目的

(一)如何把圓形分成三等分？

(二)如何把三角形分成三等分？

1.任意三角形　2.等腰三角形　3.直角三角形　4.等腰直角三角形　5.正三角形。

(三)如何把四邊形分成三等分？

1.梯形　2.平行四邊形　3.菱形　4.長方形　5.正方形。

(四)如何把正五邊形分成三等分？

(五)如何把正六邊形分成三等分？

(六)如何把任意正多邊形分成三等分？

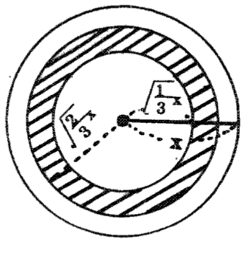
三、研究設備器材

1.紙　2.筆　3.尺　4.三角板　5.橡皮擦　6.圓規　7.量角器。

四、研究過程和結果

(一)如何把圓形分成三等分？

方法1.



⑴以ㄅ爲圓心，x爲半徑畫一圓。

⑵再畫二個以$\sqrt{\frac{1}{3}}x$、$\sqrt{\frac{2}{3}}x$爲半徑的同心圓。

證明：$(\sqrt{\frac{1}{3}}x)^2 \cdot \pi = \frac{1}{3}x^2 \cdot \pi$　（內圓的面積）

$(\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot x)^2 \cdot \pi - \frac{1}{3}x^2 \cdot \pi = \frac{2}{3}x^2 \cdot \pi - \frac{1}{3}x^2 \cdot \pi = \frac{1}{3}x^2 \cdot \pi$

（中環的面積）

$$x^2\cdot\pi-\frac{1}{3}x^2\cdot\pi-\frac{1}{3}x^2\cdot\pi=\frac{1}{3}x^2\cdot\pi$$ （外環的面積）

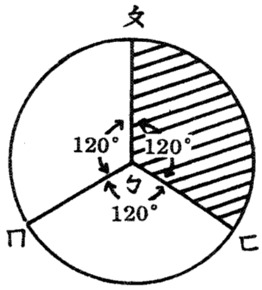
方法2.

⑴以ㄅ為圓心，χ為半徑畫一圓。

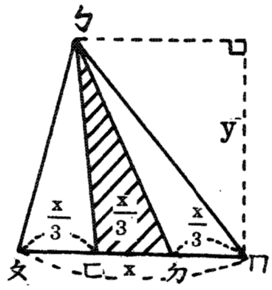
⑵把圓心角分成三等分，交圓周上三點ㄆ、ㄇ、ㄈ。

⑶連$\overline{\text{ㄅㄆ}}$、$\overline{\text{ㄅㄇ}}$和$\overline{\text{ㄅㄈ}}$。

證明：$x^2\cdot\pi\cdot\dfrac{120^\circ}{360^\circ}=\dfrac{1}{3}x^2\cdot\pi$



㈡如何把三角形分成三等分？（底均為x，高均為y）



任意三角形

方法1.

⑴把底$\overline{\text{ㄆㄇ}}$分成三等分，使$\overline{\text{ㄆㄈ}}=\overline{\text{ㄈㄉ}}=\overline{\text{ㄉㄇ}}=\dfrac{x}{3}$

⑵做$\overline{\text{ㄅㄈ}}$、$\overline{\text{ㄅㄉ}}$。

證明：△ㄅㄆㄈ、△ㄅㄈㄉ、△ㄅㄉㄇ都同高等底，所以面積都等於$\dfrac{1}{3}$△ㄅㄆㄇ。

方法2.

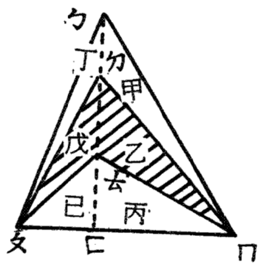
⑴把高$\overline{\text{ㄅㄈ}}$分成三等分$\overline{\text{ㄅㄉ}}$、$\overline{\text{ㄉㄊ}}$和$\overline{\text{ㄊㄈ}}$。

⑵由ㄉ、ㄊ分別連到ㄆ和ㄇ。

證明：甲、乙、丙等底同高，丁、戊、已也等底同高。

∵甲＝乙＝丙　丁＝戊＝已

∴甲＋丁＝乙＋戊＝丙＋已



等腰三角形（包含任意三角形的分法）

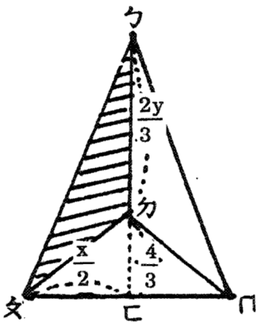
方法1.

⑴把高$\overline{\text{ㄅㄈ}}$分成$\overline{\text{ㄅㄉ}}$和$\overline{\text{ㄉㄈ}}$，使$\overline{\text{ㄅㄉ}}=2\overline{\text{ㄉㄈ}}=\dfrac{2}{3}\overline{\text{ㄅㄈ}}$

⑵由ㄉ分別連到ㄅ、ㄆ和ㄇ。

證明：$\dfrac{xy}{3}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{xy}{6}$（下三角形的面積）

$\dfrac{xy}{2}\cdot\dfrac{1}{2}-\dfrac{xy}{6}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{xy}{6}$（斜線部分的面積）



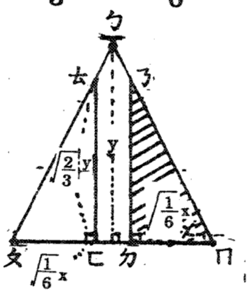
方法2.

⑴從$\overline{\text{ㄆㄇ}}$上取$\overline{\text{ㄆㄈ}}$和$\overline{\text{ㄉㄇ}}$，使$\overline{\text{ㄆㄈ}}=\overline{\text{ㄉㄇ}}=\sqrt{\frac{1}{6}}\,\overline{\text{ㄆㄇ}}$。

⑵由ㄈ和ㄉ往上做垂直線$\overline{\text{ㄊㄈ}}$和$\overline{\text{ㄋㄉ}}$。

證明：$\sqrt{\frac{1}{6}}x\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{9}}\cdot\frac{xy}{2}=\frac{xy}{2}\cdot\frac{1}{3}$（斜線部分的面積）

$\frac{xy}{2}-2(\frac{xy}{2}\cdot\frac{1}{3})=\frac{3xy}{6}-\frac{2xy}{6}=\frac{xy}{2}\cdot\frac{1}{3}$(中五邊形的面積）

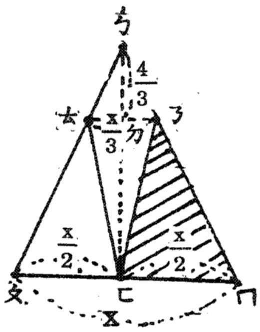


方法3.

⑴把高分成$\overline{\text{ㄅㄉ}}$和$\overline{\text{ㄉㄈ}}$，使$\overline{\text{ㄅㄉ}}=\frac{1}{2}\overline{\text{ㄉㄈ}}=\frac{1}{3}\overline{\text{ㄅㄈ}}$。

⑵由ㄉ往外做垂直線交於ㄊ、ㄋ。

⑶連$\overline{\text{ㄊㄈ}}$和$\overline{\text{ㄋㄈ}}$。



證明：$\frac{xy}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{xy}{6}$（中四邊形ㄅㄊㄈㄋ的面積）

$\frac{xy}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{xy}{6}\cdot\frac{1}{2}=(\frac{3xy}{6}-\frac{xy}{6})\cdot\frac{1}{2}=\frac{xy}{6}$(△ㄋㄈㄇ的面積）

直角三角形（包含任意三角形的分法）

方法1.

⑴從$\overline{\text{ㄅㄆ}}$上取$\overline{\text{ㄈㄆ}}$和$\overline{\text{ㄉㄆ}}$，使$\overline{\text{ㄈㄆ}}=\frac{\overline{\text{ㄅㄆ}}}{3}$，$\overline{\text{ㄉㄆ}}=\frac{\sqrt{2}\,\overline{\text{ㄅㄆ}}}{3}$。

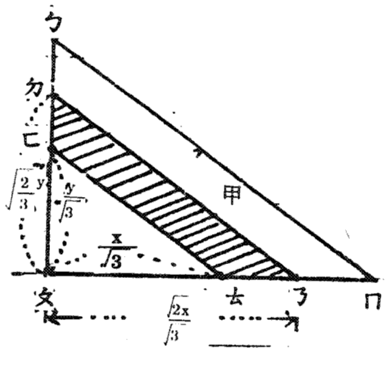
⑵做$\overline{\text{ㄈㄊ}}$和$\overline{\text{ㄉㄋ}}$，使$\overline{\text{ㄈㄊ}}//\overline{\text{ㄉㄋ}}//\overline{\text{ㄅㄇ}}$。

證明：$\frac{x}{\sqrt{3}}\cdot\frac{y}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{xy}{6}$（△ㄈㄆㄊ的面積）

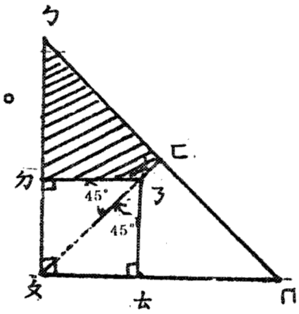
$\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{2}y}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2xy}{6}$（△ㄉㄆㄋ的面積）

$\frac{2xy}{6}-\frac{xy}{6}=\frac{xy}{6}$（餘線的面積）

$\frac{xy}{2}-\frac{xy}{6}-\frac{xy}{6}=\frac{xy}{6}$（甲的面積）



$\boxed{\text{等腰直角三角形}}$（包含直角三角形，等腰、任意三角形分法）



方法1.

(1)在兩短邊$\overline{\text{ㄅㄆ}}$和$\overline{\text{ㄆㄇ}}$上取$\overline{\text{ㄉㄆ}}$和$\overline{\text{ㄆㄊ}}$，使$\overline{\text{ㄉㄆ}}=\overline{\text{ㄆㄊ}}=\dfrac{\overline{\text{ㄅㄆ}}}{\sqrt{6}}$。

(2)做斜邊中點ㄈ和對應點ㄆ的連線$\overline{\text{ㄈㄆ}}$。

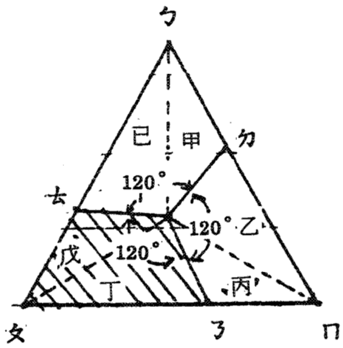
(3)從ㄉ和ㄊ向內做垂線相交$\overline{\text{ㄈㄆ}}$上ㄋ點。

證明：$\left(\dfrac{x}{\sqrt{6}}\right)^2=\dfrac{x^2}{6}=\dfrac{x^2}{2}\cdot\dfrac{1}{3}$（正方形ㄉㄋㄊㄆ的面積）

$$x\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{x^2}{6}\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^2}{6}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{x^2}{6}=\frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{3}$$ ㄉ

（斜線部分的面積）

$\boxed{\text{正三角形}}$（含等腰、任意三角形的分法）



方法1.

(1)取△ㄅㄆㄇ的重心ㄈ。

(2)由ㄈ連接邊上任一點ㄉ。

(3)做$\overline{\text{ㄊㄈ}}$、$\overline{\text{ㄈㄋ}}$，使任兩線間的角度爲120°。

證明：∵$\overline{\text{ㄅㄆ}}=\overline{\text{ㄆㄇ}}=\overline{\text{ㄅㄇ}}$，$\overline{\text{ㄅㄈ}}=\overline{\text{ㄆㄈ}}=\overline{\text{ㄇㄈ}}$。

∴甲＋乙＝丙＋丁＝戊＋已

∵∠ㄉㄈㄊ＝∠ㄊㄈㄋ＝∠ㄉㄈㄋ＝120°

∠ㄅㄈㄆ＝∠ㄆㄈㄇ＝∠ㄅㄈㄇ＝120°

∴∠ㄅㄈㄉ＝∠ㄆㄈㄊ＝∠ㄇㄈㄋ

∵∠ㄈㄅㄉ＝∠ㄈㄆㄊ＝∠ㄈㄇㄋ＝30°，ㄅㄈ＝ㄆㄇ＝ㄇㄈ

∴甲＝丙＝戊，已＝乙＝丁

甲＋已＝丙＋乙＝戊＋丁

(三)如何把四邊形分成三等分？（假設上底爲x，下底爲y，高爲a）

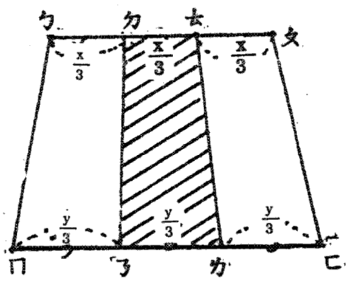
$\boxed{\text{梯形}}$

方法1.

(1)把上底$\overline{\text{ㄅㄆ}}$和下底$\overline{\text{ㄇㄈ}}$分成三等分，使$\overline{\text{ㄅㄉ}}=\overline{\text{ㄉㄊ}}=\overline{\text{ㄊㄆ}}=\dfrac{x}{3}$，$\overline{\text{ㄇㄋ}}=\overline{\text{ㄋㄌ}}=\overline{\text{ㄌㄈ}}=\dfrac{x}{3}$

(2)連$\overline{ㄉㄋ}$、$\overline{ㄊㄌ}$。

證明：三個梯形、上底和下底都相等，而且同高，所以面積相同。



方法2.

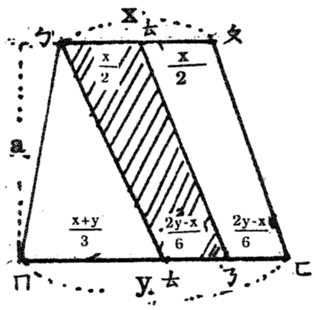
(1)從下底取$\overline{ㄇㄉ}$，使長度爲$\frac{x+y}{3}$。

(2)把上底的中點ㄊ和$\overline{ㄉㄈ}$的中點ㄋ連起來。

證明：$\frac{a(x+y)}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{a(x+y)}{2}\cdot\frac{1}{3}$（三角形的面積）

$$a\left(\frac{x}{2}+\frac{2y-x}{6}\right)\cdot\frac{1}{2}=a\left(\frac{3x+2y-x}{6}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{a\cdot\frac{x+y}{3}}{2}=\frac{a(x+y)}{6}$$

（斜線面積）



平行四邊形（包含梯形的方法1.2.）

方法1.

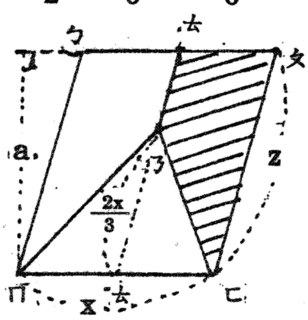
(1)取一對平行邊$\overline{ㄅㄆ}$和$\overline{ㄇㄈ}$的中點連線$\overline{ㄉㄊ}$。

(2)把$\overline{ㄉㄊ}$分成$\overline{ㄉㄋ}$和$\overline{ㄋㄊ}$，使$\overline{ㄉㄋ}=\frac{1}{2}\overline{ㄋㄊ}=\frac{1}{3}\overline{ㄋㄊ}$，再做$\overline{ㄋㄇ}$、$\overline{ㄋㄈ}$。

證明：$z:a=\frac{2z}{3}:\frac{2a}{3}$

$$x\cdot\frac{2a}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{xa}{3}\text{（三角形的面積）}$$

$$\frac{x}{2}\cdot a-\frac{xa}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3xa}{6}-\frac{xa}{6}=\frac{xa}{3}\text{（斜線的面積）}$$

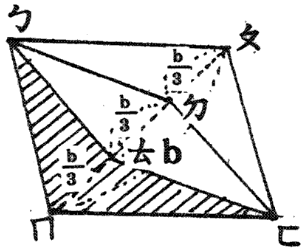


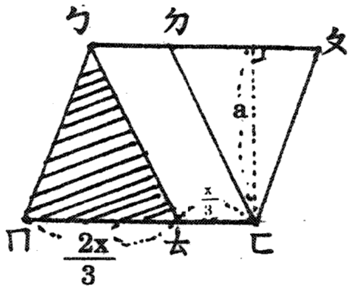
方法2.

⑴把對角線$\overline{\text{ㄆㄇ}}$分成三等分$\overline{\text{ㄆㄉ}}$、$\overline{\text{ㄉㄊ}}$、$\overline{\text{ㄊㄇ}}$。

⑵做$\overline{\text{ㄅㄉ}}$，$\overline{\text{ㄉㄈ}}$，$\overline{\text{ㄅㄊ}}$，$\overline{\text{ㄊㄈ}}$。

證明：這六個三角形等底等高，面積相同，所以任兩個三角形的面積和，就是全部的三分之一。





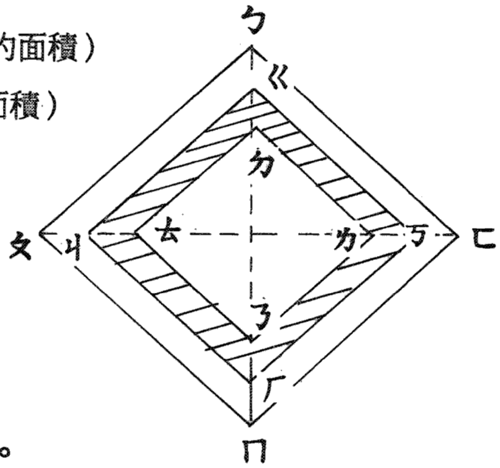
方法3.

⑴在上下底各取$\overline{\text{ㄅㄉ}}$和$\overline{\text{ㄊㄈ}}$，使$\overline{\text{ㄅㄉ}}=\overline{\text{ㄊㄈ}}=\frac{1}{2}\overline{\text{ㄉㄆ}}=\frac{1}{3}\overline{\text{ㄇㄈ}}$。

⑵做$\overline{\text{ㄅㄊ}}$、$\overline{\text{ㄉㄈ}}$。

證明：$\frac{2xa}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{xa}{3}$（斜線部分的面積）

$\frac{x}{3}\cdot a=\frac{xa}{3}$（平行四邊形的面積）



$\boxed{\text{菱形}}$（包括梯形、平行四邊形的分法）

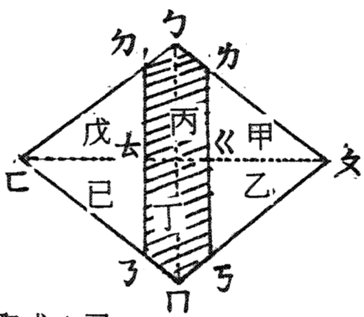
方法1.

⑴用對角線把菱形分成四個直角三角形。

⑵利用直角三角形的方法1.，把這四個三角形再細分成三等分。

⑶第一等分取裡面的菱形，第二等分取斜線部分，第三等分取外面一圈。

證明：由直角三角形的方法1.可知，這12塊相同面積，所以三等分相等。



方法2.

⑴用對角線$\overline{\text{ㄈㄆ}}$把菱形分成兩個等三角形。

⑵利用等腰三角形的方法2.來分這兩個三角形。

⑶第一等分取甲＋乙，第二等分取丙＋丁，第三等分取戊＋已。

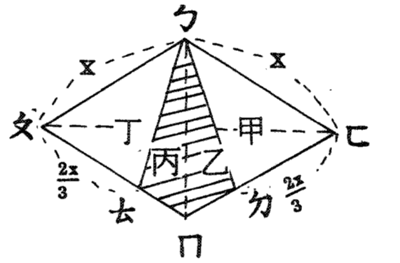
證明：由等腰三角形的方法2.可知甲、乙、丙、丁、戊、已都相等，所以三等分面積相等。

方法3.

⑴從$\overline{\text{ㄆㄇ}}$和$\overline{\text{ㄇㄈ}}$，各取$\overline{\text{ㄆㄊ}}$和$\overline{\text{ㄉㄈ}}$，使$\overline{\text{ㄆㄊ}}=\overline{\text{ㄉㄈ}}=\frac{2}{3}\overline{\text{ㄇㄈ}}=\overline{\text{ㄊㄇ}}$。

⑵做$\overline{\text{ㄅㄊ}}$、$\overline{\text{ㄅㄉ}}$。

證明：甲＝2乙＝2丙＝丁，2甲＝2（乙＋丙）＝2丁，甲＝丁＝乙＋丙，所以三等分的面積相同。



長方形（包含梯形，平行四邊形的分法）

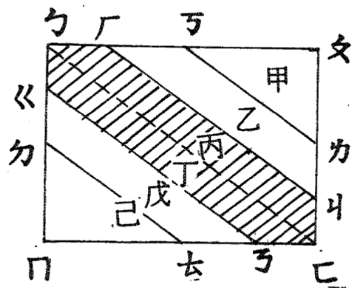
方法1.

⑴用對角線$\overline{\text{ㄅㄈ}}$把長方形分成兩個直角三角形。

⑵利用直角三角形的方法1.來把這兩個三角形再細分。

⑶第一等分取甲＋乙，第二等分取丙＋丁，第三等分取戊＋已。

證明：由直角三角形的方法1.，可知甲、乙、丙、丁、戊、已都相等，所以三等分面積相同。



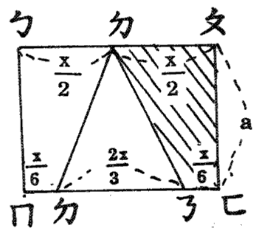
方法2.

⑴取$\overline{\text{ㄅㄆ}}$的中點ㄉ，另取對邊$\overline{\text{ㄇㄈ}}$上$\overline{\text{ㄇㄊ}}$和$\overline{\text{ㄋㄈ}}$，使$\overline{\text{ㄇㄊ}}=\overline{\text{ㄋㄈ}}=\frac{1}{6}\overline{\text{ㄇㄈ}}$。

⑵做$\overline{\text{ㄉㄊ}}$、$\overline{\text{ㄉㄋ}}$。

證明：$\frac{2x}{3}\cdot a\cdot\frac{1}{2}=\frac{xa}{3}$（中三角形的面積）

$\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{6}\right)\cdot a\cdot\frac{1}{2}=\frac{xa}{3}$（斜線部分的面積）



正方形（包含上述的四邊形分法）

方法1.

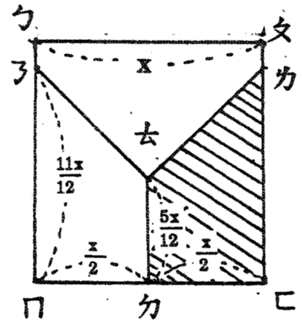
⑴把$\overline{\text{ㄇㄈ}}$的中點ㄉ，向上做長$\frac{5x}{12}$的垂直線ㄊㄉ。

⑵從$\overline{\text{ㄅㄇ}}$和$\overline{\text{ㄆㄈ}}$上取$\overline{\text{ㄋㄇ}}$和$\overline{\text{ㄌㄈ}}$，使$\overline{\text{ㄋㄇ}}=\overline{\text{ㄌㄈ}}=\frac{11}{12}\overline{\text{ㄅㄇ}}$。

⑶做$\overline{\text{ㄋㄊ}}$、$\overline{\text{ㄊㄌ}}$。

證明：$\frac{x}{2}\cdot\left(\frac{11x}{12}+\frac{5x}{12}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{16x^2}{2\times12\times2}=\frac{x}{3}$（斜線部分的面積）

$x^2-\frac{x^2}{3}-\frac{x^2}{3}=\frac{x^2}{3}$（上五邊形的面積）



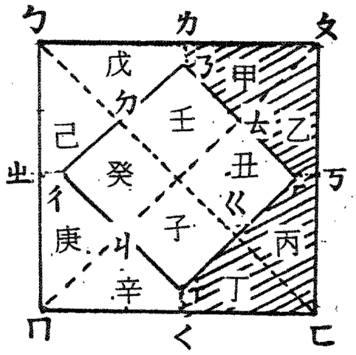
方法2.

⑴用對角線把正方形分成四個等腰直角三角形。

⑵利用直角等腰三角形的方法1.，把四個三角形再細分。

⑶第一等分取甲＋乙＋丙＋丁，第二等分取戊＋己＋庚＋辛，第三等分取壬＋癸＋子＋丑。

證明：由等腰直角三角形的方法1.，可知十二等分都相等，所以取其中相鄰的四等分，就是全部的三分之一。（12÷3＝4）



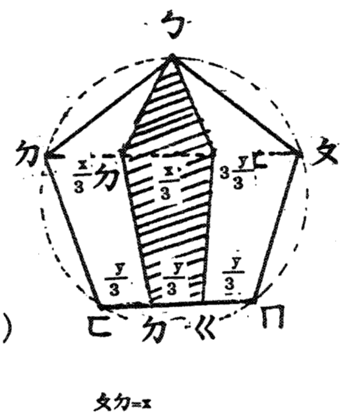
㈣如何把正五邊形分成三等分？(邊長爲x)

方法1.

⑴把$\overline{ㄉㄆ}$、$\overline{ㄈㄇ}$各分成三等分。

⑵做$\overline{ㄅㄊ}$、$\overline{ㄊㄌ}$、$\overline{ㄅㄋ}$、$\overline{ㄋㄍ}$。

證明：△ㄅㄌㄊ、△ㄅㄊㄋ、△ㄅㄋㄆ均等底同高。下面三個梯形也等底同高，所以取一塊三角形及梯形，就是全部的$\frac{1}{3}$。甲＝乙＝丙，丁＝戊＝己，甲＋丁＝乙＋戊＝丙＋己。



㈤如何把正六邊形分成三等分？（邊長爲x）（包含正五邊形方法）

方法1.

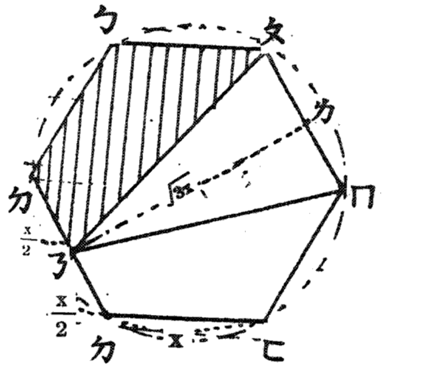
⑴由$\overline{ㄊㄌ}$的中點ㄋ，連到對邊的二個頂點ㄆ、ㄇ。

⑵由ㄋ作輔助線連到對邊$\overline{ㄆㄇ}$的中點ㄌ。

證明：$x\cdot\sqrt{3}x\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}x^2}{2}$（中三角形的面積）

$$x \cdot \frac{\sqrt{3}x^2}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}x^2}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{2\sqrt{3}x^2 \cdot 3}{4} - \frac{2\sqrt{3}x^2}{4}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}x^2}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}x^2}{2}$$



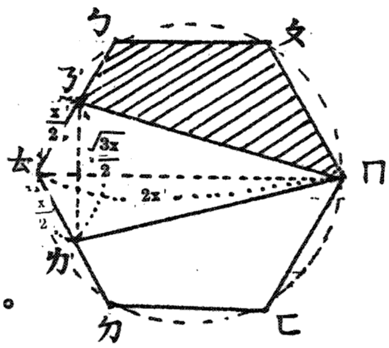
方法2.

⑴由ㄇ點連接$\overline{\text{ㄅㄊ}}$和$\overline{\text{ㄊㄉ}}$的中點ㄋ、ㄌ。

證明：$\frac{\sqrt{3}x}{2} \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}x^2}{2}$（中四邊形的面積）

$$\frac{\sqrt{3}x^2}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}x^2}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{3\sqrt{3}x^2}{2} - \frac{\sqrt{3}x^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}x^2}{2}$$

（斜線部首的面積）



㈥如何把任意正多邊形分成三等分？

1. 從正多邊形的中心點向各頂點連線，分成若干個三角形。
2. 利用任意三角形的方法來把這些三角形再細分成三等分。
3. 第一等分取最裡面那圈圖形，第二等分取中間一圈第三等分取最外一圈。

五、討論

㈠從老師的指導中，我學到作圖要求正確，長度的數值不可用概數，本來參加校展$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{6}$…是用概數（如下），後來參加縣展，才知道正確的作圖方法。

1. $\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \doteqdot 0.577\cdots$

2. $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \doteqdot 0.577\cdots$

3. $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} \doteqdot \frac{2.449\cdots}{3} = 0.816\cdots$

4. $\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = 2\,\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} \doteqdot 0.816\cdots$

5. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\fallingdotseq 0.816\cdots$

6. $\sqrt{\frac{1}{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}=6\cdot\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{6}\fallingdotseq 2.449\cdots=0.418$

7. $\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}=\sqrt{6}\cdot\sqrt{\frac{1}{36}}=\sqrt{\frac{1}{6}}\fallingdotseq 0.418\cdots$

8. $\frac{\sqrt{3}}{2}\fallingdotseq\frac{1.732\cdots}{2}\fallingdotseq 0.866\cdots$

9. 利用畢氏定理求$\sqrt{2}$・$\sqrt{3}$・$\sqrt{6}$的值

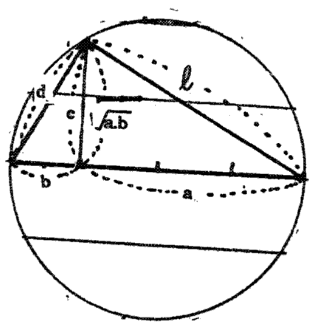
$d^2=c^2+b^2$，$e^2=c^2+a^2$

$d^2+e^2=a^2+b^2+2c^2$

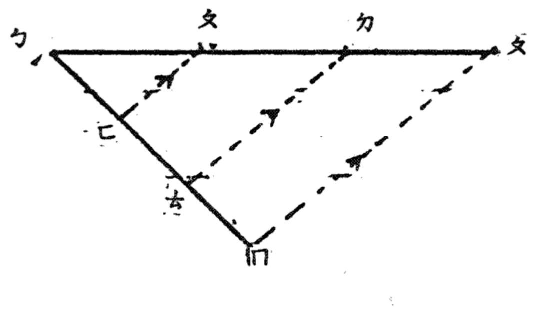
$d^2+e^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$2c^2=2ab$，$c^2=a\cdot b$

$c=\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{3\cdot 1}=\sqrt{3}$



10任一直線三等分



1. 取任一直線$\overline{\text{ㄅㄆ}}$
2. 由ㄅ做$\overline{\text{ㄅㄇ}}$（$\overline{\text{ㄅㄇ}}\neq\overline{\text{ㄅㄆ}}$）使$\overline{\text{ㄅㄈ}}=\overline{\text{ㄈㄉ}}=\overline{\text{ㄉㄇ}}=1$公分
3. 連ㄆ、ㄇ並作$\overline{\text{ㄆㄇ}}$//$\overline{\text{ㄊㄉ}}$//$\overline{\text{ㄋㄈ}}$ $\overline{\text{ㄅㄆ}}$交於ㄊ、ㄋ
4. 則$\overline{\text{ㄅㄋ}}=\overline{\text{ㄋㄊ}}=\overline{\text{ㄊㄆ}}$

㈡在分法中，部分邊長利用相似三角形對應邊的比值相等求得。

六、結　　論

㈠圓形的方法兩種：1.利用三等分圓心角的方法。2.以半徑爲x、$\sqrt{\frac{2}{3}}x$、$\sqrt{\frac{1}{3}}x$，畫三個同心圓。（x的長最好是3的倍數）

㈡三角形可利用對角線、高，任一邊分成三等分及利用相似三角形找出對應邊長，代入三角形面積公式，求出$\frac{1}{3}$等分的面積。

㈢四邊形的方法可歸納以下幾種方法：

1. 先將底或對角線三等分，利用等底等高的方法求$\frac{1}{3}$的部分。
2. 先把圖形畫出$\frac{1}{3}$的部分，再把$\frac{1}{3}$的部分平分。
3. 先畫出幾個全等三角形，然後再用三角形方法細分三等分。

㈣正多邊形都可以用類似環狀的方法，邊數可被3整除的正多邊形，可以利用三等分圓周角的方法。

㈤任意多邊形（邊爲直線），可把圖形分成若干個三角形或梯形，四邊形，再用以上的方法分成三等分，將相鄰的等分合併，再組合成一個較完整的$\frac{1}{3}$的圖形。

評語

此作者首先討論一圓區域面積三等分，再討論三角形、梯形、平行四邊形面積三等分，作者用多種方法來處理此問題並詳加證明，此問題考慮很周詳，有些部份雖已超過國小程度，但評審教授詳細考問其處理此問題基本能力，發現其數學程度已達國中水準，以其國小程度，能做出高於國中水準作品，實在難能可貴。

除此外，此作者有相當大數學潛能，如加以栽培，前途無量。