

三 度 空 間 繪 圖

高中組應用科學科第一名

師大附中

作 者：于天立

指導教師：林雲壽、黃正宏

一、研究動機

近年來，三度空間繪圖技術發展迅速，在應用上也非常廣泛，故想發展一軟體，嘗試在三度空間的領域中，作探索及研究，並一試QB的極限和自己的功力。

二、研究目的

研究的目的是在於做出一可模擬立體物體之系統及發展一套專為三度空間繪圖而寫的語言。

三、研究設備及器材

- 1.80386-25彩色個人電腦一部
- 2.ET-4000 VGA卡
- 3.NEC P3200印表機
- 4.MICROSOFT Quick Basic Ver 4.5
- 5.MICROSOFT DOS Ver 5.0

四、研究方法

- 1.寫流程圖
- 2.寫出獨立次程式
- 3.次程式個別除錯
- 4.寫出主程式
- 5.除錯
- 6.鏈結

五、研究結果

本軟體的主要功能如下：

- 1.透視及座標軸顯示選擇

2. 立體照相機功能
3. 隱面消除技巧
4. 光影計算模塑技巧
 - (1)Surface 光影
 - (2)Gouraud 光影
 - (3)Phong 光影
5. 陰影模型
6. 曲線及Bezier 曲面構建
7. 容積掃略法
8. 集合計算構建 (交集、聯集)
9. 三視圖
10. 巨集指令 (MACRO)
11. 螢幕直接編輯物體
12. 模擬簡單化學分子模型
13. 範例——包括立方體、房屋、曲面模擬地形、隱面測試幾何。並採用下拉式視窗交談法，以增進親和力。

六、討 論

(一) 三度空間物體觀察

物體在三度空間投影至觀察平面 (在此為螢幕)，可分為平行投影 (Parallel Projection) 及透視投影 (Perspective Projection)。

平行投影時，原物體上平行的線，在投影平面 (在此即為觀察平面，也就是螢幕) 上仍保持平行。但這顯然和實際情況相違。實際上在物體平行的線，在投影時，會產生消滅點 (Vanishing Points)，這就是具有真實感的透視投影。投影平面在世界座標上的交點 (1~3個)，其負值即為消滅點。

其計算方式如下：

$$k [x', y', z', 1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/d_1 \\ 0 & 1 & 0 & -1/d_2 \\ 0 & 0 & 1 & -1/d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [x, y, z, 1]$$

其中 d_1, d_2, d_3 為三截距

(二) 曲面

多孔網模型 (mesh) 在表現曲面時，只能做概略的描述。可是很不幸的，我們周遭所接觸到的物體，卻極少是完全由平面組成。故曲面的探討是絕對必要的。在討論曲面之前，首先必須談談工程學上用處極廣的 Bézier 曲線。

Bezier 曲線

此種曲線的構建法是由法國工程師Bezier發展，用以設計雷諾車體。經由一組控制點 (Control Points)，來控制曲線。其函數可表示為

$$P(u) = \sum_{k=0}^n P_k \cdot B_k^n(u) \quad \text{其中 } B_k^n(u) \text{ 定義為 } C_k^n u^k (1-u)^{n-k}$$

這樣寫也許不易看。事實上這只是 $[u+(1-u)]^{n-1}$ 的展開式。例如控制點有三個分別為 P_1, P_2, P_3 ，則線上任一點

$$P(u) = u^2 \cdot P_1 + 2u(1-u) \cdot P_2 + (1-u)^2 \cdot P_3, \quad 0 \leq u \leq 1$$

因其係和為1，故曲線上任一點，皆會在控制點所圍成的多邊形內，故具有良好的預測性，不會產生不正常的振盪。由方程式可看出次數越高，控制點就增加，可產生的曲線也就越複雜，可是計算上花費的時間也就更多。一般以三次曲線做為平衡點。故其算式如下：

$$P(u) = u^3 \cdot P_1 + 3u^2(1-u) \cdot P_2 + 3u(1-u)^2 \cdot P_3 + (1-u)^3 \cdot P_4, \quad 0 \leq u \leq 1$$

若想由三次曲線產生更複雜的曲線，則要用到曲線的連接。常用的曲線連接可分為零次連接，一次連接及二次連接。零次連接即為兩曲線的端點重合，只是位置連接。一次連接即兩曲線在接點的切點斜率相同（即一次微分相同），這可造成視覺上有平滑的感覺。二次連接即兩曲線在接點的曲率相同（即二次微分相同），可造成光陰的連接感覺。在實際上，零次連接相當容易，直接以平移來做。一次連接在接點的兩線段必須平行。二次連接則除了平行外，兩線段還須相等。

順便提及一點，曲線的控制點若重合，則可使此點的控制能力提高。

現在可以來談Bézier曲面。Bézier曲面是由兩條Bézier曲線外積而來。公式如下：

$$P_{uv} = \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n P_{j,k} \cdot B_j^m(u) \cdot B_k^n(v)$$

曲面的連接和曲線一樣。值得注意的是，當改變接點的值時，其周圍的點必須一起改變，以保持連續性。

(三) 隱面的清除

在觀察平面上表示物體時通常都含有景深資料，使觀察者能辨識那裡是物體的後方或前方。有關這方面的演算法即稱為隱面清除演算法。隱面 (Hidden Surface)，顧名思義，即為看不到的表面；有時是整個表面、有時卻只有部份被遮蔽。分成兩段來實行，第一階段即為清除物體的背面，方法非常簡單，若此表面的法向量和觀察向量的夾角大於等於九十度（內積小於等於零）則此表面必看不見，可先清除掉。

第二階段比較複雜，用來清除剩餘的遮面。本軟體採用最常的深度緩衝法 (Z-Buffer)。

基本上，此演算法一次測試一個點的可見性。對於觀察平面上的各像素位置 (x, y) 而言，在該位置上具有最小z值的面可以看得見。

完成各種方法需要塊緩衝區。一塊深度緩衝區是用來比較及儲存各 (x, y) 位置的Z值，而亮度緩衝區則儲存各位置的強度。

最初，深度緩衝區中的所有位置都設定為最大深度（背景深度），並將亮度緩衝區定為背景強度（即亮度）。然後對每個點，計算各位置之Z值，算出的Z值要與先前存在深度緩衝區中該位置之值比較。若求出的Z值比存在深度緩衝區中的值小，則儲存新的Z值，且將該位置的面的強度存入亮度緩衝區的不同位置中。

深度緩衝演算法的步驟可以彙總如下：

1. 定義深度緩衝區Zbuffer () 及亮度緩衝區Scan ()。
2. 設定深度緩衝區與亮度緩衝區初值使得所有的座標位置 (x, y) 之 $Zbuffer(x, y) = \text{back depth}$ 且 $scan(x, y) = \text{back ground}$ 。
3. 計算面上各

若 $Z < Zbuffer(x, y)$ 位置之Z值則

$$Zbuffer(x, y) = Z$$

$$scan(x, y) = L$$

其中L為此點之強度。

現在還有一個問題，就是若是螢幕解析度很高，例如 1024×768 則需要 $2 \times 2 \times 1024 \times 768 = 3145728$ Bytes (3mB) 記憶體就有可能不足。為此而發展出掃描線演算法 (Scan-Line Algorithms)。這和前面所講的一樣，只是一次測試一條掃描線，所以以上例來說，只需要大約 $2 \times 2 \times 1024 = 4096$ Bytes (4KB)，在一般的個人電腦上都能負擔的起，可是卻需要較多的計算，就是計算與掃描線相交的表面。不過這是可以接受的。

事實上還有許多的隱面消除法，如深度排序法、區域細分法及八分樹法。八分樹法可算是最有效率的方法之一，可是需要相當大的記憶體空間。而深度排序法所花的時間約和面的個數平方成正比。只有深度緩衝法所花的時間約為一常數，所以面的個數越多，相對的效果越好。

(四) 表面明暗模型

1. 光源

觀察物體時所看到的是物體表面反光的強度。自表面反射的光是來自物體周圍的各種光源。照亮物體的光源有兩種基本形式，發光源 (Light-emitting sources) 與反射光源 (Light-reflecting sources)。反射光源是被其它表面反光所照亮的表面，即使沒有直接被光源照到的表面也會有強度。這種光線稱為周圍光 (Ambient Light)，或背景光。

2. 漫反射

首先考慮周圍光的效應。由於周圍光是自附近物體多重反射的結果，故可視所有方向上強度都均勻地為 L 。若一面只暴露在周圍光下，則此表面的強度可表示為

$$I = K_d \cdot I_a$$

參數 K_d 為該面的反射係數。此係數之值介於0與1之間，是根據該面的反射性質所定。高反射性的面其值接近1，而高級吸收性的面其值接近0。 I_a 為周圍光強度。

由點光源所產生的漫反射的計算是以Lambert的餘弦定理為基礎。Lambert指出，反射光的強度與 $\cos \theta$ 成正比。其中 θ 為光線之入射角。

$$\cos \theta = \vec{N} \cdot \vec{L}$$

其中 \vec{N} 是多邊形的法向量， \vec{L} 是光源向量。至於距離因素則不需考慮，因前面提過，為了計算方便起見，我們把光源假想置於無窮遠處。且一般來說，光源通常距物體有相當的距離，距離所造成的效果有限，故不加以採用。目前我們得到公式如下：

$$I = K_d I_a + K_d I_d (\vec{N} \cdot \vec{L})$$

3. 單向反射

單向反射又稱為鏡面投射，在特定觀察角度下，光滑的平面反射所有的入射光，而與反射係數無關。反射的方向向量以 \vec{R} 表示，觀察者方向向量以 \vec{V} 表示。則就完美的鏡面而論，只有在 \vec{V} 和 \vec{R} 重合時，才能看到光線。

由Phong Bui Tuong所發展，稱為Phong模型的一種塑法設定單向反射的強度與 $\cos^n \phi$ 成正比。 ϕ 是 \vec{V} 和 \vec{R} 的夾角。 n 值是由表面的種類來做決定。完全反射體的 n 為無窮大，完全吸收體的 n 為0。

現在的公式如下：

$$I = K_d I_a + I_p [K_d (\vec{N} \cdot \vec{L}) + K_s (\vec{V} \cdot \vec{R})^n]$$

在上式中， ϕ 相當難求，因為 \vec{R} 很難求出。有一個辦法是利用 \vec{H} 向量。 \vec{H} 是 \vec{V} 和 \vec{L} 的夾角平分線向量。 \vec{H} 和 \vec{N} 的夾角是 $\phi/2$ ，只要適當的調整 n ，就能達成的效果。

所以我們最後得到的公式如下：

$$I = K_d I_a + I_p [K_d (\vec{N} \cdot \vec{L}) + K_s \left(\frac{\vec{V} + \vec{L}}{2} \cdot \vec{N} \right)^n]$$

(五) 表面明暗處理

1. 不變的強度

當觀察物是一完全由多邊形所組成的，則一個面採用一個強度即可。因其在面上任何一點的法向量均為其所在面上的法向量，且對相當遠的源來說，距離的變化也不大，故其強度幾為一定值。

對一組以平面代表的曲面而言，若分割表面的平面夠小，則亦可以不變的表面強度做明暗處理。這在許多情況下會產生相當好的顯像，尤其是當表面曲率緩慢變化時。當相鄰平面的曲率變化很突然時，表面強度的差異會產生刺眼而不真實的效果。

2. Gouraud明暗處理

這種由Gouraud所發展的強度內插法消除了曲面中鄰平面的不連續性。因此法時，必須先求出多邊形各頂點的虛擬法向量。算法是將所有包含此點的平面的法向量平均。掃描線端點的強度由其所交邊線之頂點內插決定，而掃描線上之任一點的強度則由掃描線端點內插而來。

換句話說，Gouraud法就是點的強度內插法。

Gouraud明暗法消除了不變強度模型所帶來的強度不連續，但也有其缺點。因其線將內插所近似的的能力有限，故有時會產生錯誤或有且明暗的條紋產生，稱為馬赫條紋（Macb Band）。這種效應可由將表面分割為更多的多邊形或是使用其它更複雜的計算如Phong明暗處理的方法來降低。

3. Phong明暗處理法

馬赫條紋效應的降低方法之一是用近似的點法向量來求強度。這種由Phong Bui Tuong發展出方法也稱作向量內插法。此法產生較逼真的亮度並幾乎完全消除了馬赫條紋效應。

和Gouraud一樣的，Phong也必須先求出頂點法向量，只是Phong用法向量作內插，這樣具有恢復曲面真實方向的功能。

(六) 陰影處理

利用隱面處理法，我們可以處理陰影。陰影是光源所照射不到的表面。如果我們將光點假想成觀察點，則處理陰影就和處理隱面是一樣的。

七、結 論

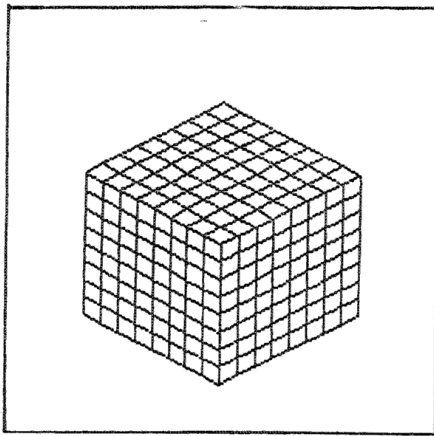
- (一) 巨集——一個軟體的潛力往往在於巨集。目前我提供了二十四個函式庫給程式設計師使用，希望以後能提供更多的函式庫，以使3D繪圖程式設計更為簡便。
- (二) 物體——我們希望能處理透明物件以及物體表面的花紋，使其更接近實體。
- (三) 明暗——Gouraud及Phong模型雖然不錯了，但若採用光線追蹤法更佳。但所需記憶空間不是一般家用PC所負擔得起的。
- (四) 軟體支援——QUICK BASIC Ver 4.5並不支援1024×768×256色×1頁的模式，所以我只能用640×350×16色×2頁的模式。這是研究上的一大障礙。BASIC能用的記憶體只有主記憶體（640K），無法使用延伸（Xms）或擴充記憶體（Emms），

所以在定義一較大陣列時，常常需要將陳列儲存起來，以致於影響執行速度。希望這些在較高的版本中能有改善。

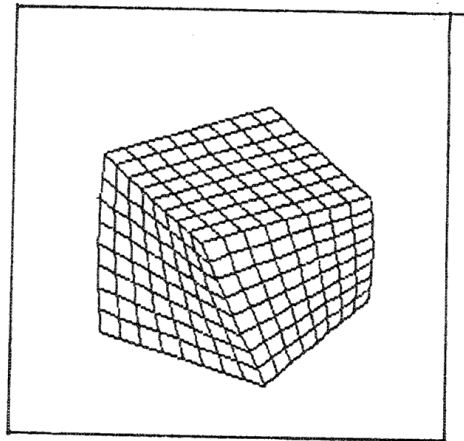
八、參考資料

- (一)活用QB技巧篇 黃世明、吳明哲著 松崗
- (二)三度空間繪圖 石南譯 格致
- (三)計算機圖案 王弘宗譯 松崗
- (四)ms-DOS 5.0使用手冊 施威銘著 旗標
- (五)矩陣 九章

扭曲轉換

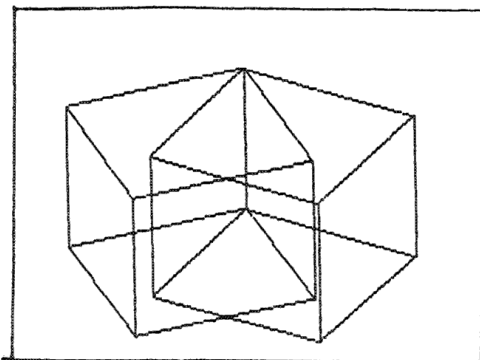


立方體扭曲

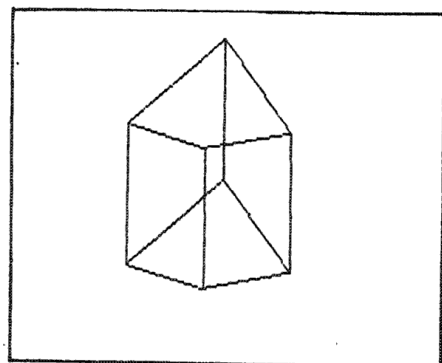


扭曲後

交集運算法

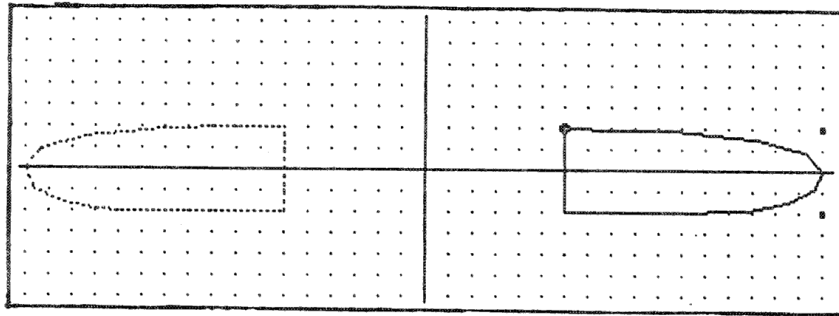


兩立方體

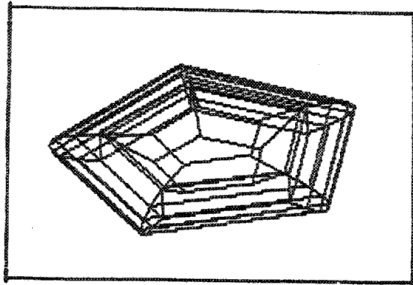


交集

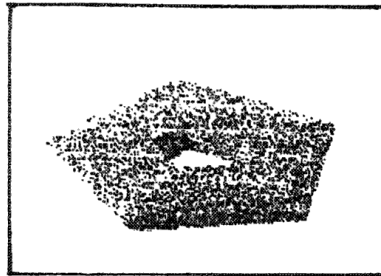
容積掃略法



在平面之曲線模型

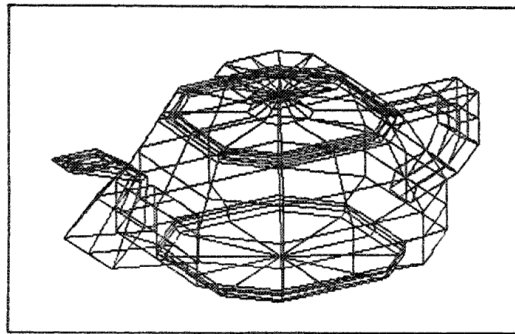


沿乙軸施轉5次

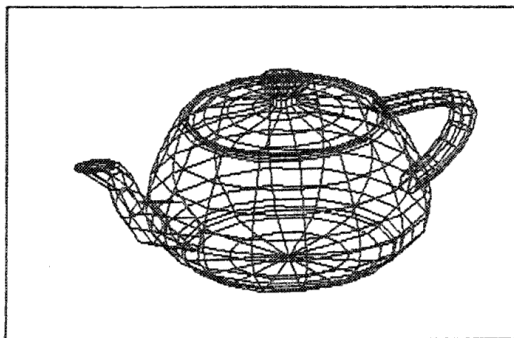


Phong 繪影

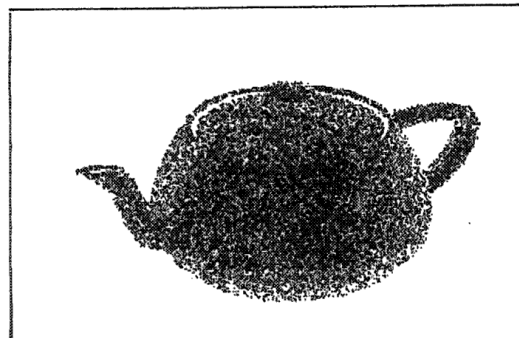
Utah 茶壺



外框



Bezier曲面處理



Phong 繪影

評語

這是一個電腦圖學軟體作品，其功能包括立體幾何圖形之顯示，隱線之消除、光影之計算、曲線及曲面之建構，陰影之顯示，立體圖形之集合建構，物體編輯、及三視圖之產生等，在軟體設計方法上，採用下拉視窗方式，進行人機交談，使此軟體很容易操作使用，圖形處理之技術，包含三度空間物體表示法、空間轉換、曲面產生、隱線消除、光線反射、表面明暗處理等，有相當高深的幾何圖學演算，以一個高中生的程度，能熟悉個人電腦之程式設計技巧，了解立體幾何圖形之各項計算方法，設計出一套可以產生立體物件之顯示軟體，實在很不容易。所處理問題複雜度，程式設計之成熟度，原理的了解，及個人電腦的使用能力，已達到大學畢業生的水準。此作品已相當完整，頗有實用性，作者獨自完成此套軟體，確實難得。