

月球天平動的研究

高中組地球科學科第一名

台北市立建國高級中學

作者：張演璿、林口新、吳育任、陳天健

指導教師：曾世彬

一、研究動機

月球公轉與自轉週期相同，故月球始終以同一面朝向地球。但月球亦可能因許多原因而使我們能多看到月球背面的一小部分。我們覺得此現象十分有趣，便想應用自身所學，分析了解天平動現象。

二、研究目的

利用我們自己拍攝的照片，我們希望找出求天平動角度的適當方法，並進而求出：

1. 經、緯度天平動的角度。
2. 天平動的合角度。
3. 利用周日天平動求月地距離。

三、天平動的成因

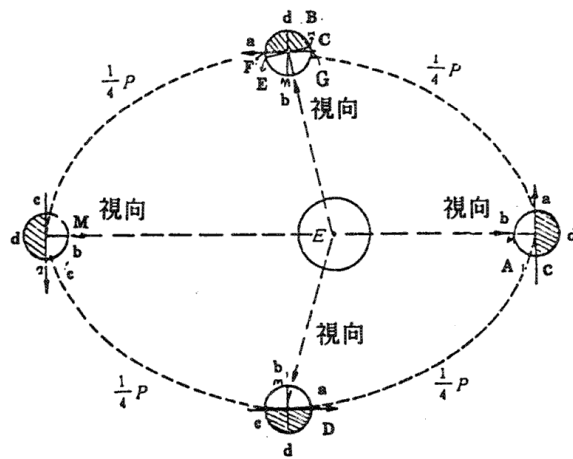
天平動主要可分光學及物理天平動二類，本研究以光學天平動為重點。光學天平動依成因的不同，又可分為：

1. 經度天平動 (libration in longitude)
2. 緯度天平動 (libration in latitude)
3. 周日天平動 (diurnal libration)

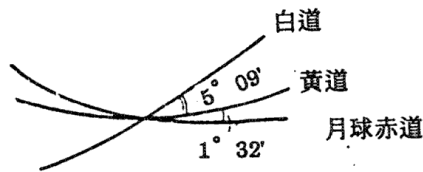
(一) 經度天平動

造成經度天平動的原因，乃是月球公轉軌道為一橢圓（離心率0.05）故其公轉速率有快有慢，有自轉速率不變，以致於當月球自轉和公轉速率不同時，自地球看月面便會有東移或西移的現象。

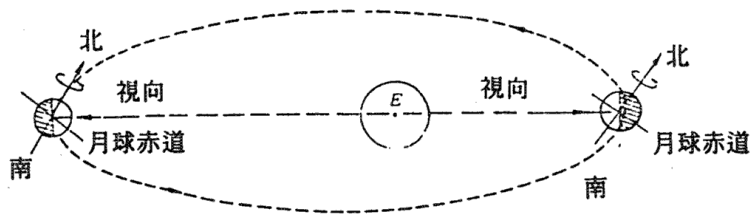
如圖(一)，月球由近地點A運行至B，公轉速率 $>$ 自轉速率，故當月球由A \rightarrow B公轉 90° 時，自轉尚未轉 90° ，故原正對地球的M無法再正對地球，使地球上的人多看到M以東約 $7^\circ 45'$ 的部分（即多看到 \widehat{GH} 而少看 \widehat{EF} ，M也不正對地球）。同理在D時，自轉速度 $>$ 公轉速率，故又多看到月面西緣 $7^\circ 45'$ 的區域；而當月球回到近地點，M又正向地球。



(圖一) 經度天平動示意圖



(圖二)



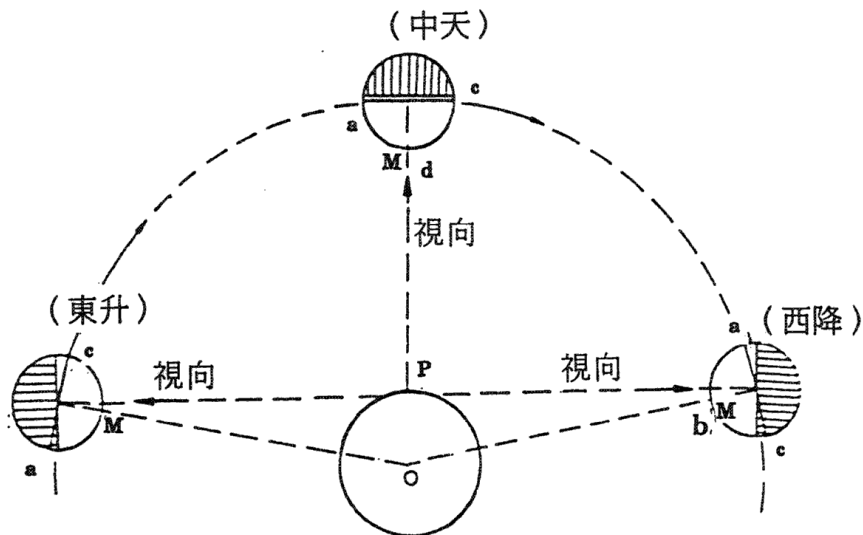
(圖三) 緯度天平動示意圖

(二) 緯度天平動

造成緯度天平動的原因是月球赤道與白道面有 6.7° 交角(圖二)，而月球自轉軸方向不變，故如圖(三)，月球在近地點時可發現坑洞有北移現象，最多可看到月球南邊(南極以南) 6.7° 的區域；同理，月球在遠地點時，最多可看到月球北極以北約 6.7° 的區域。

(三) 周日天平動

造成周日天平動的主因是地球自轉。先暫不考慮其他天平動。如圖(四)由於我們位於地表P而非地心O處，而月面M一直正對地心O，因在月昇及月落時，各可看到月球東西緣外側各約 1° 的區域。



(圖四) 周日天平動示意圖

四、研究設備

(一) 攝影器材

1. 望遠鏡：(1)Vixen FL-80s (f=640mm,d=80mm) 赤道儀 SP
(2)Takahashi FCT-76 (f=460mm,d=76mm) 赤儀儀 EM-10
2. 相機：Nikon F3、FM2，Minolta，Pentax ME
3. 底片：(1)黑白部分：Kodak TP2415
(2)彩色部分：FUJI HG400
4. 擴大攝影：(1)黑白部分：減焦鏡 (Reducer) + 目鏡 (or 18mm)
(2)彩色部分：目鏡 (or 18mm)

(二) 數據分析器材

1. 標準月面圖 2. 月面照片 3. 游標尺 4. 圓規
5. 個人電腦IBM 80386 6. 使用軟體LOTUS 1-2-3

五、研究方法及過程

(一) 攝影過程及方法

利用擴大攝影的方法拍攝近三年來的月球照片，攝影時並嘗試各種不同曝光值，以適合不同亮度的月面，得到清晰的畫面。

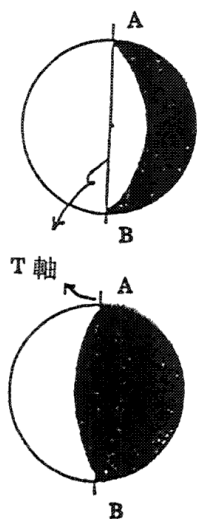
(二) 角度分析方法

角度分析採用兩種方法，一為直接在月面圖上求取角度，一為換算成空間座標的方法。

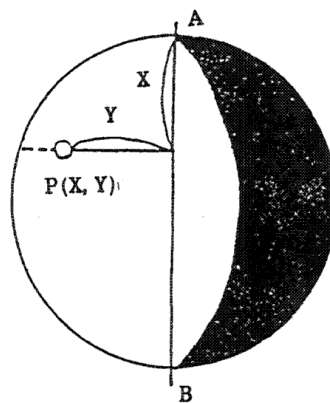
1. 直接在照片上求取角度

(1)在照片上月面邊緣任取三相異點，利用此三點定出月面圓心。

(2)如圖(5)作一T軸同時通過A、B兩尖點及圓心。



圖五



圖六

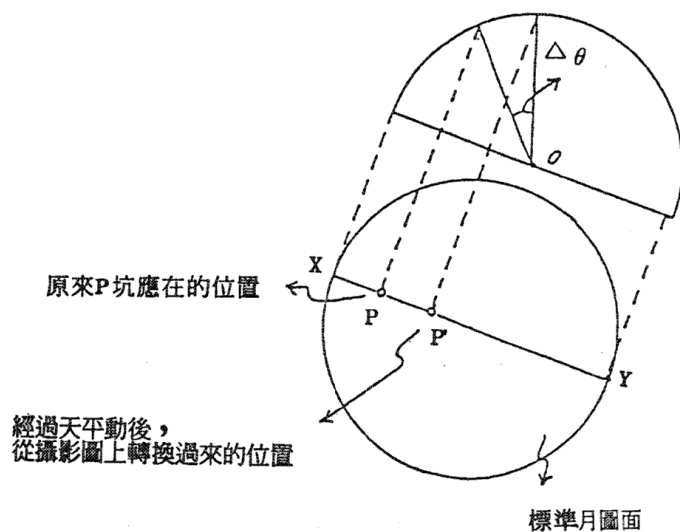
(3)在照片上的月亮任取一適當點P（如坑洞…等），並以A為原點， \overline{AB} 為X軸，P至 \overline{AB} 垂線為Y軸，求出此地形座標（可以cm為單位），如圖(6)

(4)取一標準月面圖，並算出照片及標準月面圖間的比例。

(5)將照片上P(X, Y)按比例換成標準圖上的座標P'(X', Y')。

(6)將P'標在月面圖上，並找出原地形P所在，則P和P'之間的差即為天平動的角度。

(7)承(6)量此角度的方法如圖(7); 以過P、P'的弦為直徑的半圓，過P、P'作垂直此弦的直線交半圓於二點，此圓心角即天平動角度。（此角度為各種天平動的同向量）



圖七

2. 由1.之算法，我們可求出各種天平動角度，但我們卻發現各點所求數據均不相同，此和我們預期結果不符合。因此我們想到以角析幾何的方法求之。但我們要先知道：當球面由一張圖轉到另一張圖，必是以一固定軸為基準來轉動。以下為分析步驟：

(1) 同1.-(1)(2)

(2) 以照片上圓心為原點， \overline{AB} 為Y軸，過原點垂直 \overline{AB} 為X軸，過原點垂直XY平面為Z軸，求出一地點 P_1 之空間座標（Z座標要先求出照片上月半徑R，再以 $Z^2 = R^2 - X^2 - Y^2$ 算出。）

(3) 將 P_1 依比例標至標準圖上 P_1' ，並依(2)算出原 P_1 之正確座標。

(4) 求出 $\overline{P_1P_1}'$ 之垂直平分面 E_1 方程式。

(5) 同(2)~(4)，求出同照片另一點 P_2 座標及 $\overline{P_2P_2}'$ 平分面 E_2 方程式。

(6) 求 E_1 、 E_2 出交線L方程式，L即由標準圖轉至照片的轉軸。

(7) 分別自 P_1 、 P_1' 向L作垂線，垂足必為同一點D，求出 $\angle P_1 D P_1'$ 即為此照片上六天平動角度（合角量）

(8) 單獨分析緯度天平動的方法：由於無極精細月面圖，故無法直接由 $P_n P_n'$ 緯度相減得到角度，故仍以坐標計算。為簡化計算，我們將 P_n 、 P_n' 平移至經度 0° 之 Q_n 、 Q_n' ，則X座標為0，Y坐標不變，Z坐標可以(2)法求出，利用內積， $\angle Q_n O Q_n'$ 即為所求。

(9) 單獨分析經度天平動的方法：求經度天平動，只要將(6)中之L換成月球南北軸（Y軸），再以内積求兩垂線夾角即得。

(10) 周日天平動求法：使用同一晚上不同時間的兩張照片，求出兩地形 P_1 、 P_2 於兩照片上的座標，再依(1)~(7)的方法即可求出。

(三) 由周日天平動求月地距離

1. 見圖(4)，我們在七小時內由A隨地球自轉至B， θ 即七七時內周日天平動的角度，而D為A、B中點C到月心O的距離，我們將D視為月地距離。（因真正月地距離 \overline{OE} 與D差不到1.7%，

$$\frac{\text{地球半徑}6378\text{km}}{\text{月地距離}384400\text{km}} = 1.7\%)$$

2. 由 $\triangle OCA$ 得 $D = d \cot(\theta/2) \dots\dots\dots(1)$

由 $\triangle ECA$ 得 $d = r \sin(\alpha/2) \dots\dots\dots(2)$

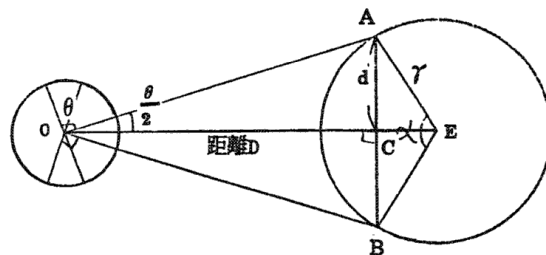
由於 α 為七時內地球自轉角度

故 $\alpha : 360 (\text{度}) = 7 : 24 (\text{小時})$

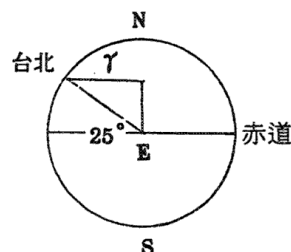
$\alpha = 15T \dots\dots\dots(3)$

如圖(二)我們位於 25° N

故 $r = \text{地球半徑} 6378 \text{ km} \times \cos 25^\circ \dots\dots\dots(4)$



(圖八)



(圖九)

3. 合併(1)、(2)、(3)、(4)，可消去 r 、 α 、 d

得 $D = 6378 \times \cos 25^\circ \times \sin(7.5T) \sqrt{(1 + \cos \theta) / (1 - \cos \theta)}$

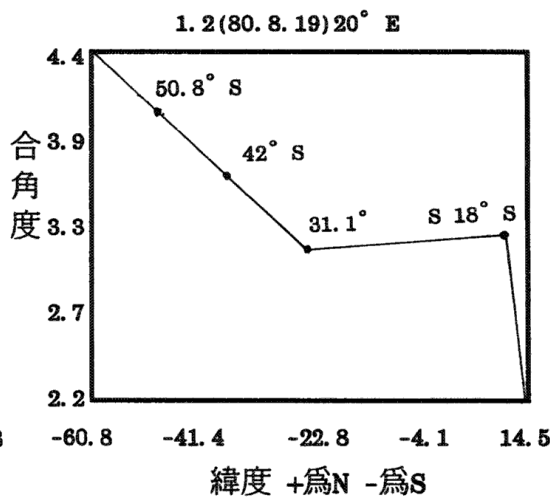
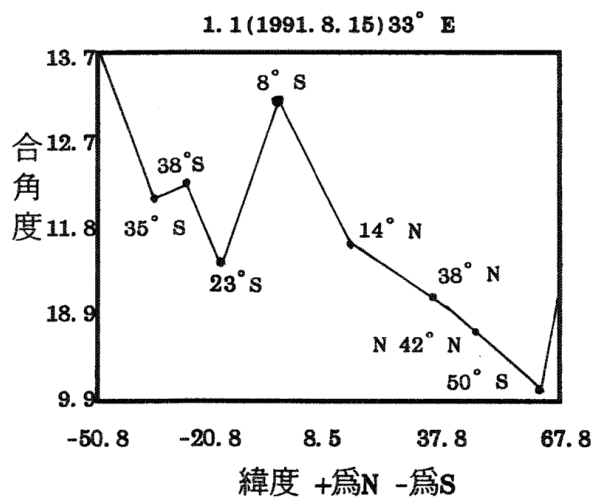
即可求出月地距離D。

六、研究結果

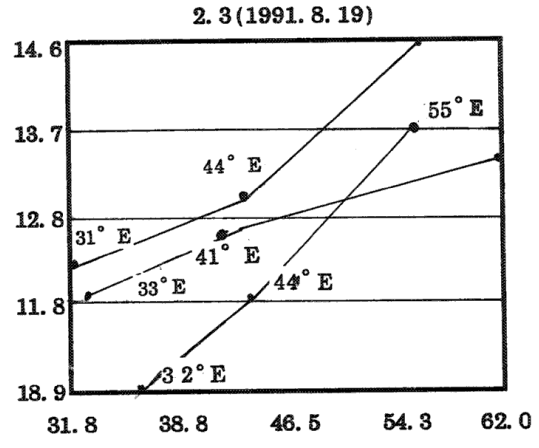
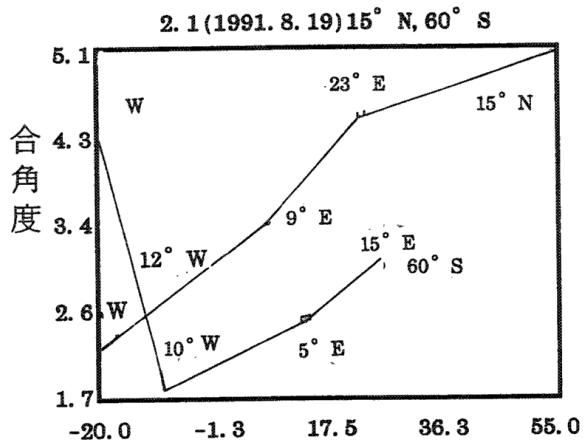
(一) 經緯度天平動的角度

1. 方法1的結果

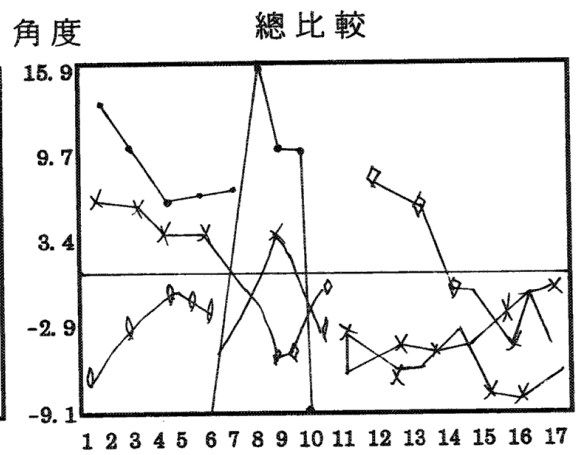
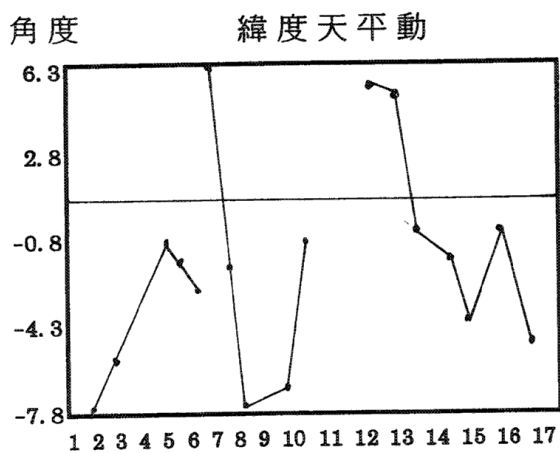
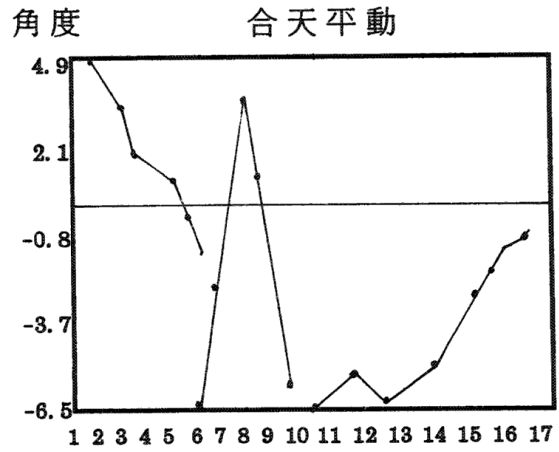
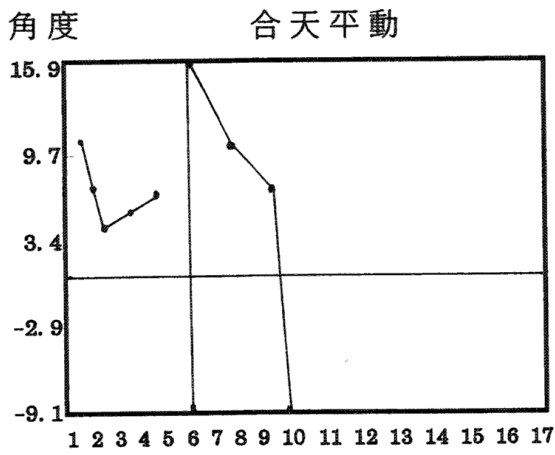
(1) 同經度不同緯度



(2) 同緯度不同經度



2.方法2.的結果



七、 討 論

(一)實驗研究的方法及適用性之討論

1. 我們使用方法1時，構想來看以前曾做過“太陽差異自轉”的天文學實驗，當是利用太陽黑子移動的角度判斷太陽表面不同緯度的自轉角速度。但要特別注意，太陽的自轉軸大致垂直我們視徑向方向，但天平動每天視轉軸都不同，且改變不小，所以方法1只能求出單一點的角度，其整體性則不易得知。
2. 由於方法1不能滿足我們的要求，遍尋群書又找不到任何計算天平動角度的方法，因而我們自行想出以座標化為基礎的方法2。由方法2，不但各點角度一致（較符合其擺動情形），也只需取二點即可求出，可簡化過程。
3. 另有三點取圓心、定T軸時人為主觀的誤差，特別對周日天平動影響尤大，故周日天平動仍要再找出更好的方法。

(二)實驗結果的討論

1. 方法1的數據討論

由折線圖的結果，大致有愈往南邊的坑洞度數愈大的趨勢，但一天中不會有不同的度數，且由方法2求出該張照片之角度近乎各點的平均值，所以可能該張照片視轉軸並非垂直我們的視徑向方向，因而有所偏差。

2. 方法2的結果討論

由各折線圖可看出，照片時間連續，但偏轉角度的折線並不很連續，所以可能T軸可能影響極大，應再尋求方法解決。

3. 周日天平動結果討論

(1) 由於尚有其他天平動影響，應有更長期完整的資料予以消除。

(2) 在計算中是考慮月球不動，但事實上月球每晚約有 6° 移動量，只是經理論推算結果，其影響並不大。

八、 結 論

(一) 在我們能力範圍內，利用座標化的方式分析數據是較理想的。

(二) 在我們擁有的照片資料中，我們得到

1. 最東天平動合角度約10.93289度，最西約9.14726度
2. 最東經度天平動角度約4.93029度，最西約6.51812度
3. 最南緯度天平動角度約7.77117度，最北約6.26752度

(三) 利用周日天平動求出六月地距離約在34萬至41萬km之間。

九、展 望

我們非常希望能有更的月球照片讓我們進一步研究天平動：

- (一)找出天平動週期性變化，並找出角度與遠、近地點的關係。
- (二)盼能以更多資料來分析面積。
- (三)利用各日求得的月地距離，求出月球相對於地球的軌道。

十、結 語

在漫長的研究過程中，我們學會了拍攝月亮的技巧；在尋求適當研究方法時，我們體會了集思廣義的可貴。在犧牲睡眠，等待月亮升起的時光中，我們似乎體會了帝谷、哈雷的心情；在獲得理想照片及天平動的資料後，我們更有類似克卜勒的成就感。但我們更興奮於能將所學的空間向量應用於天文研究中，解決了求角度的難題。

十一、參考資料

- (一)地球科學概論 張惠民編 明文書局
- (二)天文年鑑(1991~1993) (中文)台北市立天文台 (日文)誠文堂新光社
- (三)數學在天文學上的應用 凡異出版社
- (四)THE ASTRONOMICAL ALMANAC 1992 美國海軍天文台
- (五)中國大百科全書(天文學) 中國大百科全書出版社
- (六)幾何學辭典 笹部貞四郎 原著 九章出版社編輯部 譯
- (七)天文觀測年表 地人書館

評 語

理論概念清楚，分析方法精確。並從取得觀察照片中合理推算出不少球天平動的數量。