

# 力學振盪之實驗設計與液體黏滯係數的探討

## 高中組物理科第二名

台灣省立台中女子高級中學

作者：陳毓婷、廖苓卉、楊佳鳳、陳筱青

指導教師：楊啓輝

### 一、研究動機

振盪是力學上常見的現象，但是，高中物理課本中所討論的簡諧振盪，只是一種理想狀態，即質點以一定的振幅繼續不斷地振盪著，不管時間多久，振盪的現象還是存在的。這似乎和我們生活的經驗相違背。所以乃設計實驗探討加上阻尼作用後的振盪情形及其應用。

### 二、研究目的

- (一) 磁性彈簧振子作一維振盪，研究電磁阻尼與強迫振盪的現象，並求阻尼係數及強迫振盪的振幅對頻率的關係。
- (二) 研究二振盪器的耦合作用及它們之間的能量交換情形。
- (三) 利用本實驗裝置和理論，配合斯鐸克定理 (Stokes' theorem) 探討液體的黏滯係數與溫度、濃度的關係。

### 三、研究設備

#### (一) 儀器

- 1. 螺線管 (二只)    2. 信號產生器 (一套)    3. 電源裝置 (一組)    4. 繪圖機 (一台)
- 5. 可變電阻器 (一個)    6. 螺旋測微器 (一個)    7. 強力磁鐵 (四個)
- 8. 容器 (一個)    9. 彈簧 (數只)    10. 溫度計 (三支)

#### (二) 材料

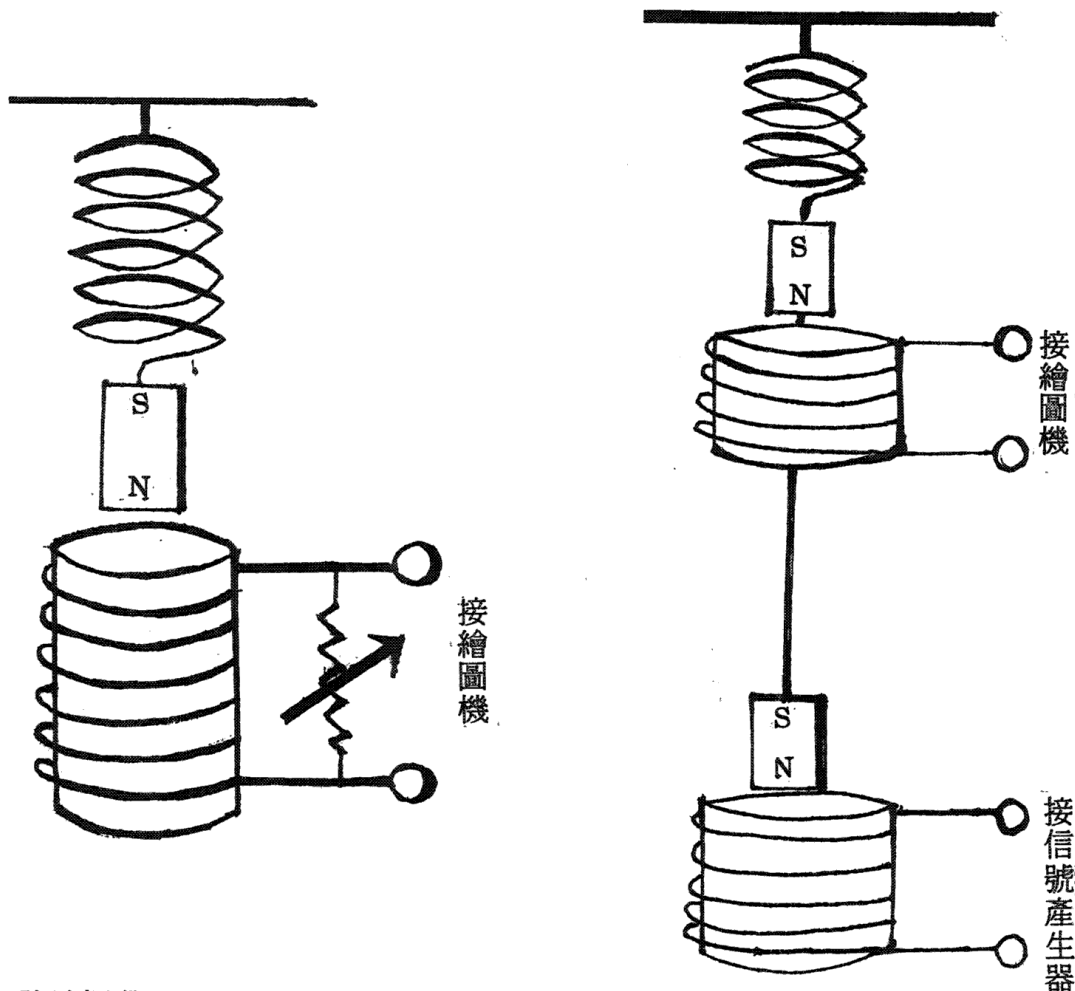
- 1. 甘油 (五升)    2. 蓖麻油 (五升)    3. 沙拉油 (五升)    4. 支架 (二個)    5. 米尺 (一支)
- 6. 小鐵球 (半徑約0.50公分，二個)    7. 方格紙

### 四、研究過程

#### (一) 阻尼振盪

- 1. 將彈簧掛在鐵架上，以釣魚線連接一強力磁鐵A，其下方約30公分處加掛另一磁鐵B。

2. 在A磁鐵下方約3公分處置一線圈，線圈兩端接至繪圖機。
3. 將磁鐵垂直下拉約2公分，放手使其做自由振盪。
4. 由線圈兩端產生感應電壓，可經由繪圖機繪出圖形，分析其振幅、波形，及量度自然頻率 $\omega$ 。
5. 在線圈兩端聯一可變電阻器，重覆步驟3.4。
6. 比較不同電阻時之圖形，由半對數坐標紙畫出位移對時間圖形，由直線的斜率求阻尼係數 $\lambda$ 。



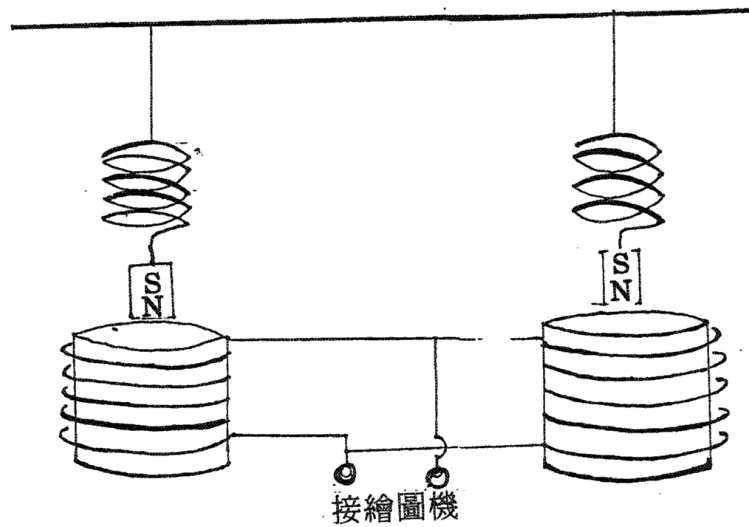
#### (一) 強迫振盪

1. 同實驗(一)之裝置，但在磁鐵B下方約3公分處，置一螺線管線圈。
2. 螺線管線圈兩端接至信號產生器。
3. 調整信號產生器之頻率，在自然頻率上下，每次約調整0.25赫，量度穩定狀態後的振幅，然後畫出振幅對頻率之關係圖。

#### (二) 拍

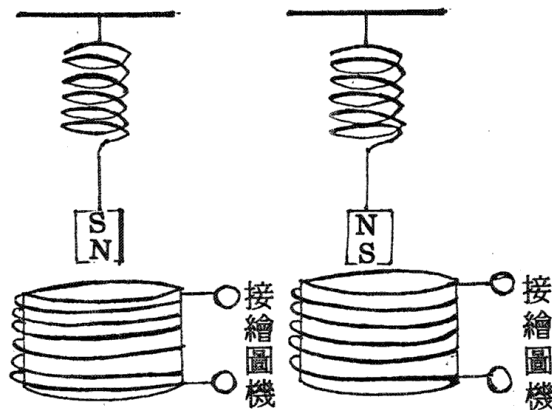
1. 使用兩組不同的裝置，線圈與磁鐵相同，但彈簧彈力常數不同，此兩組裝置相距約1米以上。
2. 分別求出兩組裝置的自然頻率 $f_1$ 、 $f_2$ 。

3. 使兩磁鐵作相同振幅振盪，並將線圈兩端接至繪圖機上。



#### (四) 耦合振盪

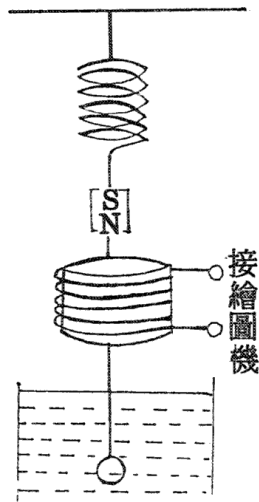
1. 使用兩組相同的裝置，即線圈、磁鐵、彈簧均相同，兩組裝置相距約15公分。
2. 使其中一磁鐵下移約2公分振盪，另一磁鐵靜止，將線圈兩端接至繪圖機。
3. 同2.，但兩者皆下移2公分，然後同時釋放。比較2.3.二者間的差異。



#### (五) 黏滯係數的測定

1. 於實驗(一)之磁鐵A下加掛一小金屬球。
2. 在容器內裝約5000ml的甘油，將金屬球浸入液中。
3. 將金屬球垂直下拉約2公分，使其振盪並確定其振盪恆在液中。由繪圖機繪出圖形。
4. 改變液體種類為蓖麻油、沙拉油等，重覆步驟1.2.。
5. 由所得圖形求其阻尼係數 $\lambda$ ，代入

$\lambda = 6\pi\eta r$ ，可求得黏滯係數  $\eta$ 。



6. 改變液體溫度與濃度，重覆步驟3.5。

## 五、實驗結果 (以下只刊出部份數據)

(一) 阻尼振盪

(一) 阻尼振盪

電阻  $R = 1 \Omega$      $T = 0.0600S$

時間 $t(T)$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	$\lambda$	平均值
振幅 $X$ (mv)	1.16	1.10	1.03	0.99	0.93	0.85	0.80	0.76	0.72	0.68	9.38	9.02
	1.26	1.18	1.10	1.09	0.99	0.94	0.86	0.83	0.78	0.74	9.02	
	1.53	1.44	1.36	1.26	1.20	1.11	1.05	0.99	0.94	0.86	8.65	

電阻  $R = 200 \Omega$      $T = 0.599S$

時間 $t(T)$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	$\lambda$	平均值
振幅 $X$ (mv)	1.80	1.78	1.70	1.60	1.55	1.45	1.40	1.35	1.30	1.28	5.79	5.83
	1.73	1.60	1.58	1.50	1.43	1.38	1.30	1.26	1.20	1.15	5.77	
	2.00	1.90	1.81	1.76	1.66	1.60	1.53	1.45	1.40	1.33	5.93	

電阻  $R = 200 \Omega$      $T = 0.598S$

時間 $t(T)$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	$\lambda$	平均值
振幅 $X$ (mv)	1.67	1.60	1.55	1.48	1.40	1.38	1.33	1.30	1.23	1.18	5.21	5.21
	1.90	1.83	1.73	1.60	1.58	1.53	1.45	1.40	1.35	1.28	5.22	
	1.84	1.75	1.73	1.60	1.52	1.46	1.40	1.36	1.30	1.21	5.21	

(二) 強迫振盪

		$\lambda > 0$	$\lambda = 5.83$	$\lambda = 9.01$
T (s)	$\omega$	X (mv)	X (mv)	X (mv)
0.500	12.56	2.25	1.75	0.34
0.510	12.31	2.75	1.99	0.40
0.520	12.08	3.00	2.25	0.47
0.530	11.85	3.63	2.88	0.55
0.540	11.63	4.50	3.25	0.67
0.550	11.42	5.75	4.25	0.83
0.560	11.21	7.50	6.00	1.10
0.570	11.02	10.50	7.90	1.62
0.580	10.83	18.75	14.40	2.86
0.590	10.64	40.00	27.75	6.08
0.592	10.59	53.75	38.75	8.25
0.594	10.57	65.00	51.25	10.20
0.596	10.54	80.00	60.50	13.65
0.598	10.50	91.25	77.50	14.60
0.600	10.47	53.75	42.00	13.55
0.602	10.43	31.00	29.50	11.00
0.604	10.40	22.50	17.40	9.40
0.606	10.36	21.00	13.50	7.60
0.608	10.33	16.00	13.00	6.60
0.610	10.30	14.00	11.50	5.80
0.620	10.13	9.25	7.00	2.30
0.630	9.97	6.75	5.00	1.35
0.640	9.81	5.50	3.95	0.80
0.650	9.66	4.50	3.40	0.65
0.660	9.52	3.88	2.88	0.58
0.670	9.37	3.50	2.50	0.50
0.680	9.24	3.13	2.25	0.47
0.690	9.10	2.75	2.13	0.41
0.700	8.97	2.50	2.00	0.40

(三) 拍

$f_1$ (赫)	0.857	1.050	1.286
$f_2$ (赫)	0.869	1.150	1.250
拍頻(赫)	0.012	0.100	0.035

(四)黏滯係數的測定

1.種類 (同溫,  $t=25^{\circ}\text{C}$ , 振子質量57.36克)

	$\lambda$	$\eta$ (泊)	$\eta$ 之公認值	誤差%
水	$6.84 \times 10^{-2}$	$8.3 \times 10^{-2}$	0.0089	6.74
甘油	79.13	9.60	9.54	0.60
沙拉油	29.69	3.60		
蓖麻油	52.61	6.38	6.50	1.80

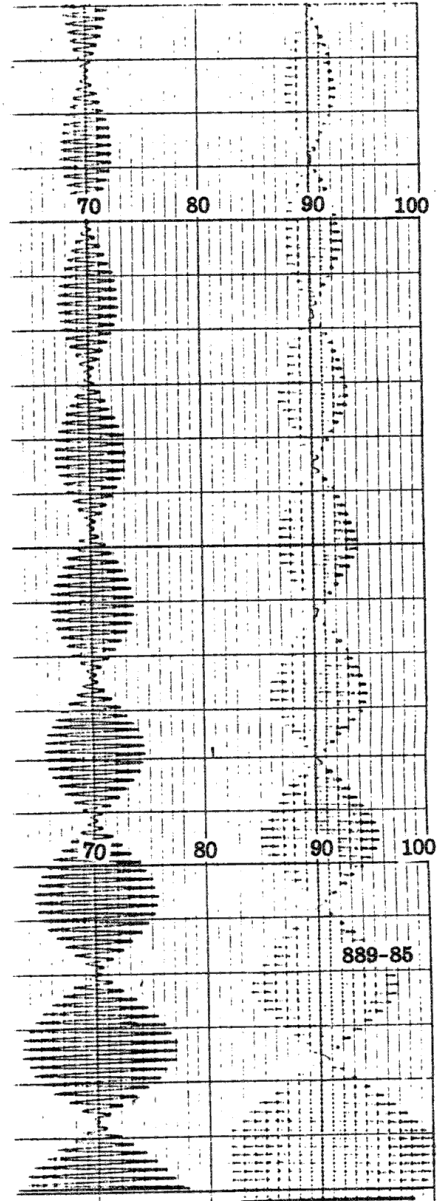
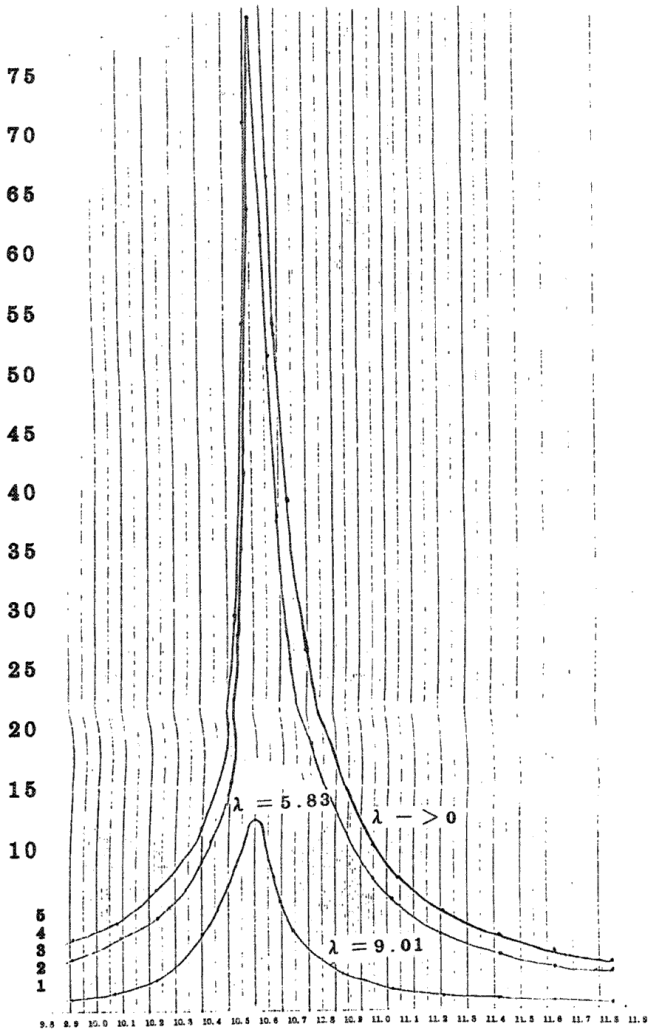
註: 1 泊 = 1 克 / 公分一 秒

2.溫度

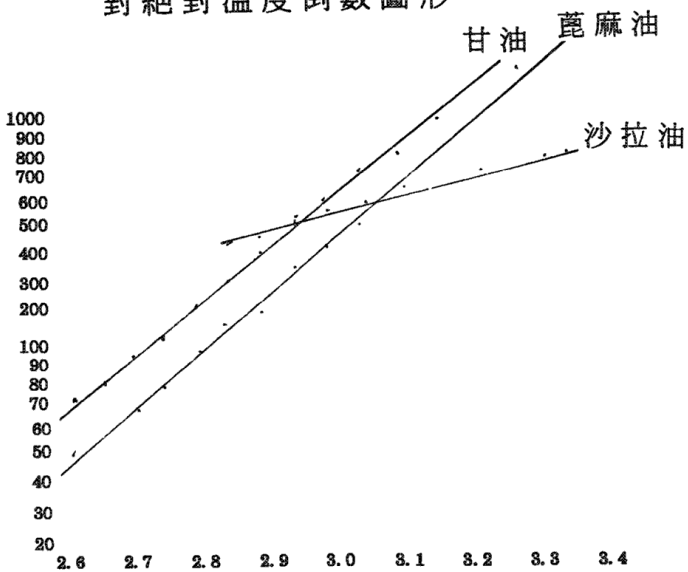
① 蓖麻油			② 甘油			③ 沙拉油		
溫度 $^{\circ}\text{C}$	$\lambda$	$\eta$ (泊)	溫度 $^{\circ}\text{C}$	$\lambda$	$\eta$ (泊)	溫度 $^{\circ}\text{C}$	$\lambda$	$\eta$ (泊)
20	81.28	9.86	25	79.13	9.60	15	31.82	3.86
25	52.61	6.38	30	51.89	6.30	20	31.49	3.82
30	37.16	4.51	35	39.56	4.80	25	29.69	3.60
35	27.20	3.31	40	32.97	4.00	30	26.74	3.25
40	19.04	2.31	45	24.73	3.01	35	24.73	3.00
45	15.25	1.85	50	21.43	2.60	40	23.62	2.87
50	12.78	1.55	55	14.84	1.80	45	21.76	2.64
55	8.37	1.02	60	11.38	1.38	50	20.19	2.45
60	7.17	0.87	65	9.07	1.10	55	18.55	2.25
65	5.77	0.71	70	7.00	0.85	60	16.17	2.11
70	4.33	0.53	75	5.73	0.70	65	15.66	1.90
75	3.54	0.44	80	5.11	0.56			
80	2.97	0.36	85	3.96	0.48			
85	2.35	0.29	90	2.98	0.36			
90	1.82	0.22	95	2.44	0.30			
95	1.60	0.20	100	2.06	0.25			
100	1.37	0.19						

④ 耦合振盪圖形

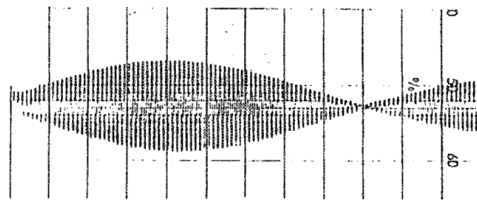
振幅對頻率圖形



黏滯係數之對值  
對絕對溫度倒數圖形



拍的圖形



1000/T

### 3. 濃度 (甘油)

濃度 (%)	$\lambda$	$\eta$ (泊)
90	33.24	4.01
80	20.15	2.43
70	15.24	1.84
60	10.75	1.30
50	9.67	1.17
40	6.12	1.00
30	8.05	0.97
20	7.97	0.96
10	6.34	0.77

## 六、討 論

- (一) 當金屬球在液中運動，若振幅太大 (速度太大) 時，就會產生飄盪現象，此乃速度太大，液體的擾動就越激烈，而造成側壓力不均之緣故，改進之道為使用體積較大的容器。
- (二) 實驗裝置附近不可有鐵器。
- (三) 作強迫振盪時，上下兩組線圈距離不可太近，以免產生感應，造成誤差。
- (四) 實驗時的磁性振子質量不可太大，否則超過彈性限度時  $F = KX$  就不成立了。
- (五) 外摩擦 (或阻尼) 不是與速度成正比時，會引起其他形式的振幅衰減，與本實驗原理之假設不合。
- (六) 改變溫度時，須以攪拌器攪拌，使液體溫度均勻。
- (七) 甘油，蓖麻油約在  $20^{\circ}\text{C}$  以下，因阻尼太大，黏滯係數無法測出。

## 七、結 論

- (一) 阻尼振盪時，電磁阻尼大小與線圈的感應電流大小有關，電阻越小，感應電流越大，振子振動衰減越快。即電阻愈大，阻尼係數愈小。
- (二) 系統加入驅動力後，須要一段時間，方能處於穩定狀態，且阻尼愈小，時間愈長，其理由可由強迫振盪方程式中的解中第一項  $X_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_r t + \theta)$  看出。待時間長到  $e^{-\beta t}$  非常小而消失時，振子頻率即作與驅動頻率相同的簡諧運動。而由強迫振盪的振幅對頻率的函數圖可知，所繪出之曲線都有一個峰，這就是共振。而阻尼係數愈小，共振現象就愈明顯，且由關係式： $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} / 2m^2$  理論上，



阻尼大的應比阻尼小的趨向低頻，但是本實驗  $\lambda / m$  之值很小，因此  $\omega_r$  並沒有明顯地趨向低頻率。

(三) 兩同振幅異頻率之簡諧運動重疊所產生的拍頻，約等於兩頻率的差。而包絡線

(envelop) 內之振盪，在兩波節間約有  $\frac{f_1 + f_2}{2}$  次的振盪。

(四) 以相同裝置之兩系統作 S.H.M. 若：

1. 先使 A 振子靜止，B 振子作振動，由於磁吸引力耦合作用，而使最初 B 振子的振動能量在兩彈簧振子之間傳遞，當 A 振子振幅達到最大時，B 振子卻靜止不動，反之，當 B 振子振幅達到最大時，A 振子也靜止不動，兩者之間能量互相交換，直到因空氣阻尼而消失。

2. 兩者作同方向，同振幅之振動，見到兩只彈簧振子的振動的相位，振動頻率都相同，即兩只彈簧振子的振動現象如同未經任何耦合的自由振盪。

(五) 黏滯係數隨著物質的不同而不同，在 25°C 時，在選用的液體中以甘油的黏滯係數值最大。

(六) 各種液體的黏滯係數，都顯著地受溫度的影響，此乃溫度升高時，分子間結合力變小，使黏滯係數變小，由片對數圖形可知其關係約為  $n = ae^{b/t}$ ，t：絕對溫度，a，b 為一常數，與液體種類有關。

(七) 當溫度一定時而濃度增加，分子間之距離變小，分子力變大，故黏滯係數變大。

## 八、參考資料

- |                        |        |
|------------------------|--------|
| (一) 大學物理學 曹培熙          | 曉園出版社  |
| (二) 物理教學               | 中國物理學會 |
| (三) 第21屆料展作品專輯         | 科學教育館  |
| (四) 實驗物理講義 吳秀錦、黃勝良、賴忠信 | 清華大學   |

## 評語

本件作品以力學振動之實驗設計，探討電磁阻尼與強迫振盪的現象，進而應用到配合 Stcke's theorem 測定不同液體的黏滯係數。作者以成熟的實驗技術得到完整的數據，分析亦合理。

本作品可推廣為高中物理教學用之實驗工具。