

必歐-沙伐定律(Biot-savart' Law)之驗證

高中組物理科第一名

省立嘉義女子高級中學

作者：陳雅芬 李曉婷 吳佳穎 劉書岑

指導教師：彭春南

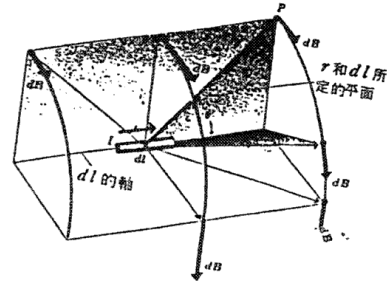
一、研究動機

1820年，丹麥物理學家奧斯特（Orested）首先發現載有電流導線附近之磁針，會偏離南北的方向。同年，法國物理學家必歐和沙伐，兩人建立了帶電流的極小段導體附近所產生磁場的數學公式——必歐——沙伐定律，其內容如下：

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta \ell \sin \theta}{r^2} \dots\dots(1)$$

其向量形式則為

$$\vec{\Delta B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \vec{\Delta \ell} \times \vec{r}}{r^3} \dots\dots(2)$$



(上面二式表示：設任一彎曲導線上電流為*i*，取線基素 $\vec{\Delta \ell}$ ，其方向為沿導線的切線電流流動的方向。 $\vec{\Delta B}$ 為電流基素*i* $\vec{\Delta \ell}$ 在P點所建立的磁場， \vec{r} 是此基素至P點的位置向量， θ 則是 $\vec{\Delta \ell}$ 與 \vec{r} 間的夾角。)

這是一個重要而基本的電磁學定律，很遺憾，在高中與大學的物理教材裡，卻找不到如何驗證此定律的實驗資料。

二、幾個假設的問題

- (一)磁場的方向與大小如何測定？
- (二)電流基素*i* $\vec{\Delta \ell}$ 絕不是一個孤立的個體，應有引線使電流從基素一端流入，而從基素另一端流出。所以，在基素附近的P點的磁場，理應是引線和基素共同產生的磁場。電路應如何設計，才能使P點的磁場，全由基素所獨自建立的？
- (三)如何證實在電流基素*i* $\vec{\Delta \ell}$ 在P點所產生的磁場 $\vec{\Delta B}$ ，其方向為何？影響 $\vec{\Delta B}$ 大小的因素有那些？

三、理論探討

- (一)可藉高斯計來測定磁場方向與大小，高斯計的探針頭為一細長方形的平面片，此平面片在磁場中某位置時，改變平面片的方向，當磁場方向與平面片垂直時，高

斯計的讀數為最大，此時平面片的法線方向即為磁場的方向。

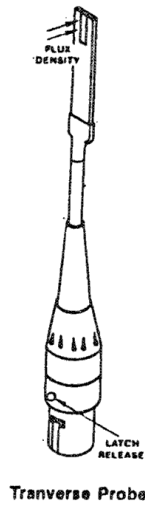


圖3 Probe 探針

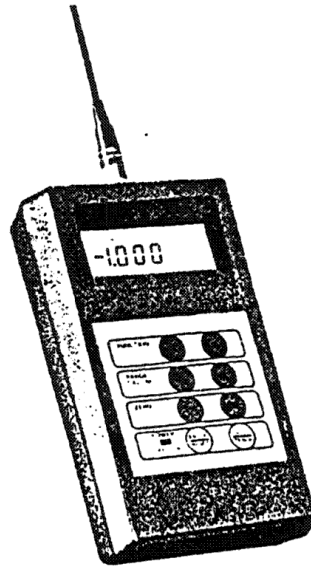


圖4 高斯計

(二)使用必歐—沙伐定律計算圖5中，電流為*i*的電路的附近P點的磁場。其中導線 \overline{AB} 段與 \overline{BC} 段互相垂直，且P為 \overline{BC} 延長線之一點，P與 \overline{AB} 之距離為R，且設 $\overline{AB} \gg R$ 。

解：若 $\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta \theta \sin \theta}{r^2}$ 之關係成立，則BC段電流在P點所建立之磁場應為零（因 $\sin 0^\circ = \sin 180^\circ = 0$ ，視電流方向而定），則P點之磁場，應純由 \overline{AB} 段電流所建立的才對。經積分演算結果如下：

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R} \quad \dots\dots(3)$$

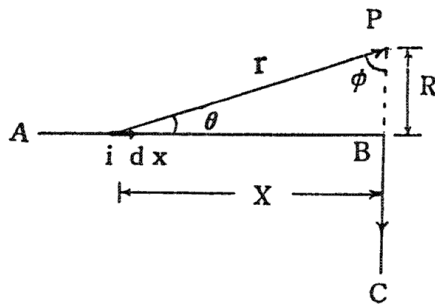


圖 5

(三)使用必歐—沙伐定律，計算電流為*i*的圓弧形電路圓心的磁場。其中引線 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的延長線皆通過圓心O，設圓半徑為R，弧長為*l*。

解：圖6中，引線 \overline{AB} 與 \overline{CD} 在O點建立的磁場為零。故圓心O的磁場B應全圓弧 \widehat{BC}

所產生的。經積分演算結果如下：

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\ell}{R^2} \dots\dots(4)$$

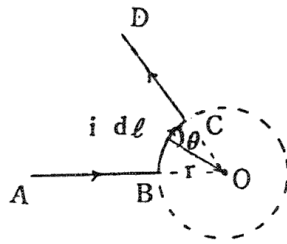


圖 6

上式表示，O點之磁場大小，與載流導線長度成正比之關係。

四、實驗目的

設計一些特殊電路，以獲得一純由電流基素 $i\Delta\ell$ 所建立的磁場 ΔB ，並使用高斯計來測量該處之磁場，以驗證必歐——沙伐定律的正確性。

五、實驗器材

直流電源供應器（50A，11V~15V），高斯計、雙刀雙擲開關，低電阻長銅片（100cm×0.6cm）18條，短銅片（2.6cm×0.6cm）9片，雲母片，100蕊電線5m，半徑3.3cm之銅圓環，35cm銅棒2條，電阻座（並聯之6條電阻線，每條之安全容量約10A）。

六、實驗設計原理

(一) 驗證「電流基素 $i\Delta\ell$ 的延長線上所產生磁場為零」之電路設計。

1. 電路設計：見圖7所示，導線 $\overline{AB} = \overline{BC} = 3\text{m}$ ，且 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ，電路中串聯電源供應器與一電阻座，使電路上之電流能作20A~45A之變化，且設 $\overline{AB} \gg R$ 。

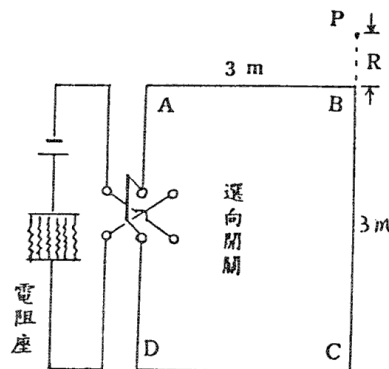


圖 7

2. 原理：如「三理論探討中（三）之敘述，若必歐——沙伐定律成立， \overline{BC} 段電流在P點所建立之磁場為零，則純由AB段電流在P點所建立的磁場理論值為

$$B_{\text{理}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R}$$

3. 功用：以高斯計測量P點之磁場強度為 $B_{\text{測}}$ ，依公式(3)理論值為

$B_{\text{理}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R}$ ，若 $B_{\text{測}} = B_{\text{理}}$ ，即可證實「電流基素 $i \Delta l$ 的延長線上所產生磁場為零。」

(二)「使空間中P點的磁場，全由電流基素 $i \Delta l$ 所獨自建立」的電路設計。

1. 電路設計：見圖8所示，作為基素 Δl 的 \overline{BC} 為長2.6cm，寬0.6cm之銅片，引線 \overline{AB} 與 \overline{CD} 皆為長100cm寬0.6cm之銅片，使二者之延長線交於P點。

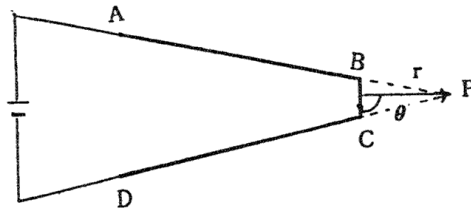


圖 8

2. 原理：根據前述(一)之實驗證明， \overline{AB} 與 \overline{CD} 兩段電流在P點不會產生磁場，故P點之磁場，全由基素 \overline{BC} 段所產生。

3. 功用：可驗證 $\Delta B \propto \frac{1}{r^2}$ ， $\Delta B \propto i$ ， $\Delta B \propto \sin \theta$ 等三者之關係。

4. 電路設計之改進：由於高斯計之誤差約為 ± 0.2 高斯，並考慮擴大高斯計能測量之空間範圍至距基素約15cm範圍內，則必須增大電流至300A以上，而電源供應器最大安全輸出約45A，故須以9次之重複電流流經 \overline{BC} 見圖9，則等值電流之最大值 $I = ni = 9 \times 45A = 405A$ 。

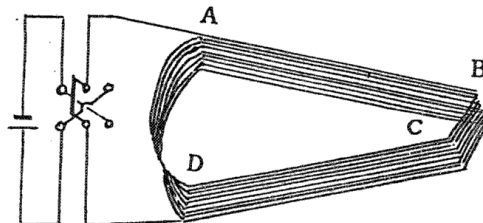
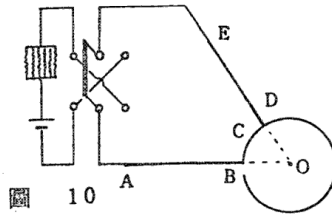


圖 9

(三)「使載流圓弧的圓心處所產生之磁場，全由圓弧所獨自建立」之電路設計。

1. 電路設計：圓弧 \overline{BCD} 為半徑3.3cm，寬1.4cm之銅圓環，電路中與電源及電阻座串聯之，使電路上之電流能作10A~45A之變化。引線 \overline{AB} 與 \overline{DE} 段為長35cm之銅棒，二者之延長線交於圓心O點。



2. 原理：引線 \overline{AB} 與 \overline{DE} 兩段電流在O點不會生磁場，故O點之磁場全由 \widehat{BCD} 段圓弧所產生的。
3. 功用：改變D點之位置，即可變弧長 \widehat{BCD} ，可驗證 $\Delta B \propto \Delta l$ 之關係。

七、實驗過程

(一) 驗證「電流基素 $i \Delta l$ 的延長線上所產生磁場為零」。

1. 在水平桌面上安置如圖7之電路，此時應使 \overline{AB} 與 \overline{BC} 互相垂直，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = 3\text{m}$ 。
2. 使電流 $i = 40\text{A}$ ，在 \overline{BC} 延長線上 $R = 0.01\text{m}$ 之P點，將高斯計的探針頭長方形平面片之頂端置於該處，旋轉平面片之方向，當高斯計讀數為最大時，平面片之法線方向即為磁場方向。由實驗若可發現電流所生磁場B之方向為垂直向下，設高斯計讀數為 B_1' ，則

$$B_1' = B + B_e$$

B_e 為該地的地磁垂直分量，其值大約為0.2高斯，方向為向下。

3. 改變電流方向，此時電流所生磁場B為向上，高斯計讀數為 B_2' ，則

$$B_2' = B - B_e$$

4. 所以待測磁場

$$B = \frac{B_1' + B_2'}{2}$$

5. 由公式(3)得P點磁場之理論值為

$$B_{\text{理}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\pi} \times \frac{40}{0.01} = 4.0 \times 10^{-4} \text{T} = 4.0 \text{高斯}$$

6. 由前述4與5之結果可算得百分誤差 = $\frac{B_{\text{理}} - B}{B_{\text{理}}} \times 100\%$ 。

7. 改變R值，重作2~6之步驟。

(二) 驗證「影響電流基素 $i \Delta l$ 所生磁場大小的因素」 ($\Delta l = 0.018\text{m}$)

1. 驗證 $\Delta B \propto I$

(1) 在水平桌面上安置如圖9之電路，調整引線 \overline{AB} 與 \overline{CD} ，使二者之延長線相交於P點時， $\theta = 90^\circ$ ， $r = 0.04\text{m}$ 。

②使電流*i* = 40A時，在 \overline{BC} 處之等值電流*I* = *ni* = 9 × 40 = 360A，以探針頭平面片測得在P處之磁場 ΔB 為向上時，由高斯計得讀數 $\Delta B_1'$ 則 $\Delta B_1' = \Delta B - B_e$ ；改變電流方向，則 ΔB 為向下，高斯計的讀數 $\Delta B_2' = \Delta B + B_e$ 。故可算得

$$\Delta B = \frac{\Delta B_1' + \Delta B_2'}{2}$$

③由公式(1)得P處磁場之理論值為

$$\begin{aligned} \Delta B_{\text{理}} &= \frac{\mu^0}{4\pi} \frac{I \Delta l \sin \theta}{r^2} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\pi} \times \frac{360 \times 0.018 \sin 90^\circ}{0.04^2} \\ &= 4.05 \times 10^{-4} \text{T} = 4.05 \text{高斯} \end{aligned}$$

④由前述②與③之結果得百分誤差 = $\frac{\Delta B_{\text{理}} - \Delta B}{\Delta B_{\text{理}}} \times 100\%$

⑤改變*i*，重做②~④之步驟。

2. 驗證 $\Delta B \propto r^{-2}$

在水平桌面上安置如圖9之電路，使電流*i* = 40A，調整引線 \overline{AB} 與 \overline{CD} ，使二者之延長線交於P點時， $\theta = 90^\circ$ ，*r* = 0.04m，0.06m，……等不同之*r*值，並依前述1.中②項手續，可算得各該點之磁場 ΔB 。

3. 驗證 $\Delta B \propto \sin \theta$

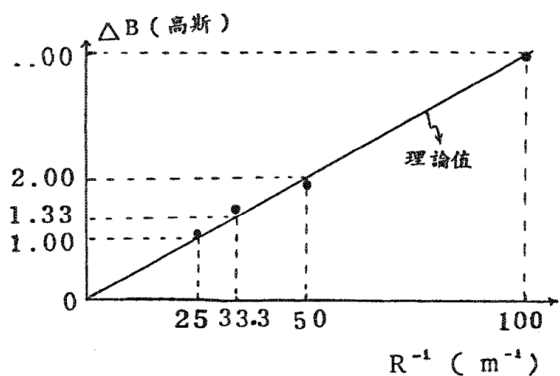
在水平桌面上安置如圖9之電路，使電流*i* = 40A，調整二引線，使其延長線交於P點時，*r* = 0.04m， $\theta = 90^\circ$ ， 60° ，……等不同之 θ 值，並依前述1.中②項之手續，可算得各該點之磁場 ΔB 。

(三) 驗證 $\Delta B \propto \Delta l$

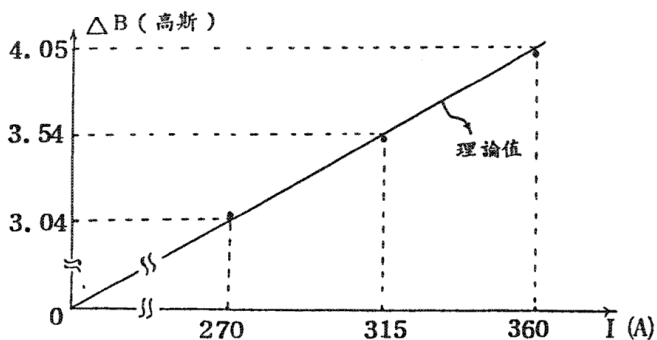
在水平桌面上安置如圖10之電路，使*i* = 30A，調整二引線 \overline{AB} 與 \overline{DE} ，使其延長線交於圓心O時， $l = \widehat{BCD} = \frac{1}{4}\pi R$ ， $\frac{2}{4}\pi R$ ， $\frac{3}{4}\pi R$ ，……等不同之弧長，並依前述1.中②項之手續測得圓心處之磁場*B*。

八、實驗結果

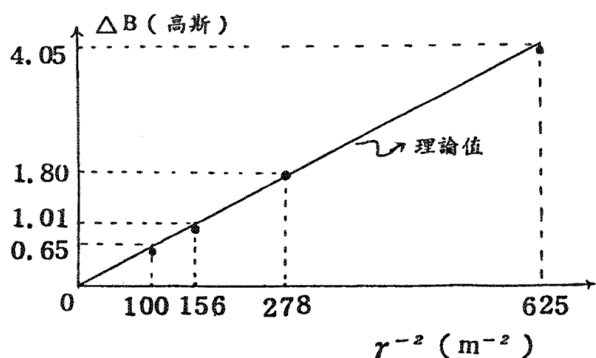
- (一) 驗證「電流基素*i*Δ*l*的延長線上所產生磁場為零」，見圖表1。
- (二) 驗證「影響電流基素*i*Δ*l*所生磁場大小的因素」，見圖表2~4。
- (三) 驗證 $\Delta B \propto \Delta l$ ，見圖表5。



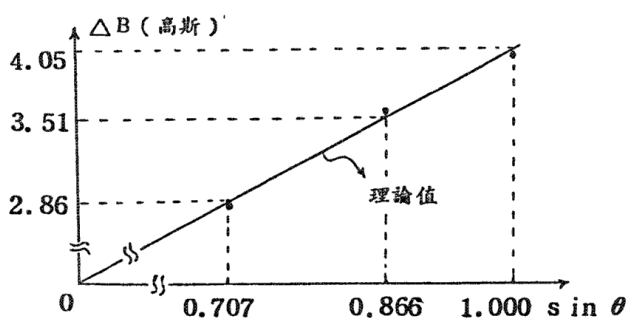
圖表一



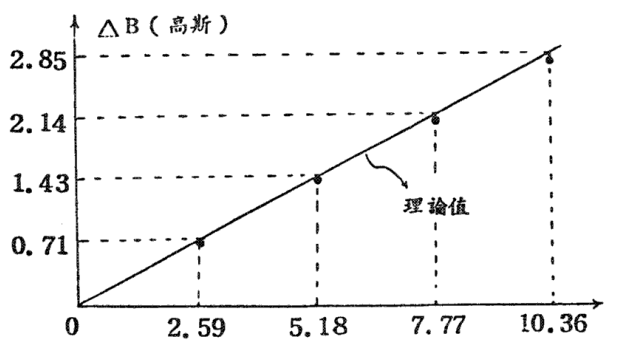
圖表二 1. 驗證 $\Delta B \propto I$



圖表三 2. 驗證 $\Delta B \propto r^{-2}$



圖表四 3. 驗證 $\Delta B \propto \sin \theta$



圖表五 4. 驗證 $\Delta B \propto \Delta l$

九、討論

- (一) 台中之地磁垂直分量 $B_e = 0.20$ 高斯，此與高斯計之靈敏度 ± 0.2 高斯相近，故測量電流所生磁場時，皆應作地磁垂直分量之修正，如「七、實驗過程(一)之2.」所述。
- (二) 磁場方向可由小磁針或探針頭平面片的法線方向來決定(見「七、實驗過程(一)之2.」所述)，若 $\Delta B_1' > \Delta B_2'$ 時，則表示測 ΔB_1 時之待測磁場 ΔB 方向為向下，測 $\Delta B_2'$ 時之待測磁場 ΔB 方向為向上。
- (三) 在「六、實驗設計原理(一)」中，因基素 Δl 太小，若使用 360A 電流時，在距基素

15cm處之磁場 $\Delta B = 0.288$ 高斯。此磁場已接近高斯計的靈敏度了。故須在 \overline{BC} 處以40A之電流重複九次之多，以獲得大電流 $I = 40 \times 9 = 360A$ 之效果。

- (四) 當電路上有大電流通過時，測量磁場的工作必須迅速正確，只要一獲得數據，即應馬上關掉電源，以免電路過熱；電路上之導線，皆以並聯之二條各100蕊電線來使用，以免導線生熱過多。
- (五) 實驗桌上，應清除掉所有鐵器，並嚴禁使用鐵製儀器，以免鐵被磁化後影響測量之正確。

十、結論

- (一) 見「八、實驗結果」，實驗數據之百分誤差甚小平均約1.9%，實驗結果正確又理想，比歐—沙伐定律獲得極佳之驗證。
- (二) 見「八、實驗結果中圖表1」，由於百分誤差甚小，可見在「三理論探討中之(一)項」中，設載流導線之延長線上所產生磁場為零之假設為正確。
- (三) 由「八、實驗結果」之結果，及「九、討論中(一)」所述，可確知 $\overrightarrow{\Delta B}$ 的方向，是與 $\overrightarrow{\Delta \ell} \times \vec{r}$ 的方向相同的。
- (四) 「六、實驗設計原理之(一)」中「使空間中P點的磁場全由電流基素 $i\Delta \ell$ 所獨自建立」的電路設計，是本實驗中最精彩的部分，也是費力最多的地方。

十一、參考資料

- (一) 高中物理 國立編譯館
- (二) 基本物理學 Halliday Resnick
- (三) 配線設計 劉超 徐氏基金會出版
- (四) 高斯計使用手冊 F.W. Bell
- (五) 普通物理學實驗 台大物理學系

評語

本件作品試圖將電流的引線與電流基素在空間中某一點產生的磁場分開以驗證必歐·沙伐定理的正確性。其方法是在兩條直線的交點處測量，使電線的彎折處成為唯一基素電流，設計具有創意，亦具有物理意義。唯基素電流部分還有待改進。

力學振盪之實驗設計與液體黏滯係數的探討

高中組物理科第二名

台灣省立台中女子高級中學

作者：陳毓婷、廖苓卉、楊佳鳳、陳筱青

指導教師：楊啓輝

一、研究動機

振盪是力學上常見的現象，但是，高中物理課本中所討論的簡諧振盪，只是一種理想狀態，即質點以一定的振幅繼續不斷地振盪著，不管時間多久，振盪的現象還是存在的。這似乎和我們生活的經驗相違背。所以乃設計實驗探討加上阻尼作用後的振盪情形及其應用。

二、研究目的

- (一) 磁性彈簧振子作一維振盪，研究電磁阻尼與強迫振盪的現象，並求阻尼係數及強迫振盪的振幅對頻率的關係。
- (二) 研究二振盪器的耦合作用及它們之間的能量交換情形。
- (三) 利用本實驗裝置和理論，配合斯鐸克定理 (Stokes' theorem) 探討液體的黏滯係數與溫度、濃度的關係。

三、研究設備

(一) 儀器

- 1. 螺線管 (二只) 2. 信號產生器 (一套) 3. 電源裝置 (一組) 4. 繪圖機 (一台)
- 5. 可變電阻器 (一個) 6. 螺旋測微器 (一個) 7. 強力磁鐵 (四個)
- 8. 容器 (一個) 9. 彈簧 (數只) 10. 溫度計 (三支)

(二) 材料

- 1. 甘油 (五升) 2. 蓖麻油 (五升) 3. 沙拉油 (五升) 4. 支架 (二個) 5. 米尺 (一支)
- 6. 小鐵球 (半徑約0.50公分，二個) 7. 方格紙

四、研究過程

(一) 阻尼振盪

- 1. 將彈簧掛在鐵架上，以釣魚線連接一強力磁鐵A，其下方約30公分處加掛另一磁鐵B。