

麥當勞的難題——轉、折、拚、湊

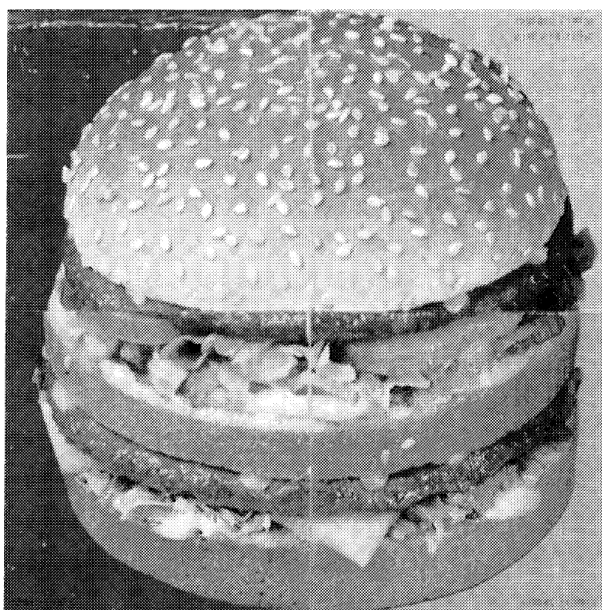
高小組數學科第一名

台北縣興南國民小學

作者：蔣懷瑾、蔣懷德

蔡宛珊、寸永麟

指導教師：張政義、李湘雲



一、研究動機

當爸爸媽媽帶我們逛街，經過麥當勞店，看到大大的 M 字，一臉親切的「麥當勞叔叔」更是覺得友善，進到櫃檯只要買五十元的東西，就可以得到一張轉折拚湊卡，拚出什麼圖，就會得到什麼獎。

我和姊姊上轉下摺，左摺右拚雖然只折出一個薯條圖案，卻產生了一肚子的疑問。

「一張遊戲卡可以折出幾個圖案？」「到底有幾種折法？」「方格數和底座有什麼關係？」「要如何才能很順利的拚出圖案？」

我們去請教老師之後，共同合作探討麥當勞的難題。

二、研究目的

1. 研究遊戲卡能摺出些什麼圖案和方法。
2. 研究拚湊卡位相的變化和規律。
3. 利用位相的研究使數學和日常生活問題結合。

三、研究問題

1. 每一種圖案都能拚組起來嗎？
2. 拚成的圖案有一定的規律嗎？
3. 圖形間有什麼特別的地方？
4. 圖形的位置和變化有關嗎？
5. 底座格式和圖形變化有關嗎？
6. 能夠在一張拚湊卡上，拚出所有的圖案嗎？
7. 學習上的利用。

四、研究設備器材

四型遊戲卡、卡紙、尺、剪刀

五、研究過程和方法

問題一：每一種圖形都能拚組起來嗎？

研究一：每一型拚湊卡剪下，能拚組出那些圖案？

方法：1. 將遊戲卡正反面影印。

2. 把影印的圖案剪下，拚湊起來貼在底盤上。
3. 觀察能否拚組成圖案。
4. 我們將卡分成 A、B、C、D 四部份來研究。

圖一 表一 “V”可以組成，“×”不可以組成，“●”不相同

A	B	圖 案	麥香堡	蘋果派	薯條	可樂	麥當勞	剩餘圖案
D	C							
中央底座		第一型	V	V	V	V	V	●
		第二型	V	V	V	V	V	●
		第三型	V	V	V	V	V	●
		第四型	V	V	V	V	V	●

結果：1. 我們發現每一型剪下都能拚湊成①麥香堡②蘋果派③薯條④可樂
⑤麥當勞

2. 每一型都會剩下四塊，圖案都不一樣，而且不能拚成任何完整圖案。

研究二：每一型都能摺出規定圖案嗎？

表二

	第一型	第二型	第三型	第四型
麥香堡	√			
蘋果派		√		
薯條			√	
可樂				√
麥當勞				

方法：1. 把每一型遊戲卡摺疊後，觀察拚出的圖案。

2. 能拚出的打√。

結果：1. 一型只能摺一種圖案。

2. 四型都不能組成“麥當勞”的圖案。

問題二：拼成圖案有一定的規律嗎？

研究三：有幾種摺法→口語解說。

表三

編號	1	2	3	4	5
解說	上前摺	下前摺	左前摺	右前摺	上後摺

編號	6	7	8	9	10
解說	下後摺	左後摺	右後摺	上前對摺	下前對摺

編號	11	12	13	14	15
解說	左前對摺	右前對摺	上後對摺	下後對摺	左後對摺

編號	16	17	18	19	20
解說	右後對摺	上前一摺疊	下前一摺疊	左前一摺疊	右前一摺疊

編號	21	22	23	24
解說	上後一摺疊	下後一摺疊	左後一摺疊	右後一摺疊

編號	25	26	27	28
解說	上前二摺疊	下前二摺疊	左前二摺疊	右前二摺疊

編號	29	30	31	32
解說	上後二摺疊	下後二摺疊	左後二摺疊	右後二摺疊

編號	33	34	35	36
解說	上右往前摺疊二格，上左往前摺疊二格，右上、左下	上右往前摺疊二格，上左往前摺疊二格，右下、左上	上右往前摺疊二格，上左往前摺疊二格，右上、左上	上右往前摺疊二格，上左往前摺疊二格，右下、左下

編號	37	38	39	40	41
解說	上右往後摺疊二格，上左往後摺疊二格 右上、左下	上右往後摺疊二格，上左往後摺疊二格 右下、左上	上右往後摺疊二格，上左往後摺疊二格 右上、左上	上右往後摺疊二格，上左往後摺疊二格 右下、左下	上右往前摺疊二格，上左往後摺疊二格 右上、左下

編號	42	43	44	45	46
解說	上右往前摺疊二格，上左往後摺疊二格 右下、左上	上右往前摺疊二格，上左往後摺疊二格 右上、左上	上右往前摺疊二格，上左往後摺疊二格 右下、左下	上右往後摺疊二格，上左往前摺疊二格 右上、左下	上右往後摺疊二格，上左往前摺疊二格 右下、左上

編號	47	48	49	50	51
解說	上右往後摺疊二格，上左往前摺疊二格 右上、左上	上右往後摺疊二格，上左往前摺疊二格 右下、左下	左上往前摺疊二格，左下往前摺疊二格 上左、下右	左上往前摺疊二格，左下往前摺疊二格 上右、下左	左上往前摺疊二格，左下往前摺疊二格 上左、下右

編號	52	53	54	55	56
解說	左上往前摺疊二格，左下往前摺疊二格 上左、下左	左上往後摺疊二格，左下往後摺疊二格 上左、下右	左上往後摺疊二格，左下往後摺疊二格 上右、下左	左上往後摺疊二格，左下往後摺疊二格 上右、下右	左上往後摺疊二格，左下往後摺疊二格 上左、下左

編號	57	58	59	60	61
解說	左上往前摺疊二格，左下往後摺疊二格 上左、下右	左上往前摺疊二格，左下往後摺疊二格 上右、下左	左上往前摺疊二格，左下往後摺疊二格 上右、下左	左上往前摺疊二格，左下往後摺疊二格 上左、下左	左上往前摺疊二格，左下往前摺疊二格 上左、下右

編號	62	63	64	65	66
解說	左上往後摺疊二格，左下往前摺疊二格 上右、下左	左上往後摺疊二格，左下往前摺疊二格 上右、下右	左上往後摺疊二格，左下往前摺疊二格 上左、下左	上往內轉	下往內轉

編號	67	68	69	70	71
解說	左往內轉	右往內轉	上往外轉	下往外轉	左往外轉

編號	72	73	74	75	76
解說	右往外轉	A角往內轉	B角往內轉	C角往內轉	D角往內轉

編號	77	78	79	80	81
解說	A角往外轉	B角往外轉	C角往外轉	D角往外轉	上前一摺再一摺

編號	82	83	84	85	86
解說	下前一摺再一摺	上後一摺再一摺	下後一摺再一摺	左前一摺再一摺	右前一摺再一摺

編號	87	88			
解說	左後一摺再一摺	右後一摺再一摺			

研究四：拼圖卡共有幾種摺法

方法：1. 起步有八個方向，先固定。

- ①上前摺，下前摺
- ②上後摺，下後摺
- ③上前摺，下後摺
- ④上後摺，下前摺
- ⑤左前摺，右前摺
- ⑥左後摺，右後摺
- ⑦左前摺，右後摺
- ⑧左後摺，右前摺

2. 把能摺出的摺法編號

3. 設計一張空白拼湊卡，在正、反面寫出代號

圖二 正面 反面

A1	A2	A3	B1
D3			B2
D2			B3
D1	C3	C2	C1

A1	A2	A3	B1
D3			B2
D2			B3
D1	C3	C2	C1

4. 觀察拼出的圖案有什麼規律。

結果：1. 以一種起步，例如上前摺，下前摺就有 36 種摺法。

2. 一種起步有 36 種摺法，那麼 8 種起步就有 288 種摺法，但是扣掉重覆出現的畫面，每張表格各有 21 種圖案。

3. 目前做的都只是用摺的，已有 288 種摺法如果加上轉的方法，摺法就會有更多種。

問題三：圖形間有什麼特別的地方？

研究五：拼成的圖和原來位置的關係怎樣？

方法：1. 將四型的每一個圖案剪下，用翻轉的方法翻轉到底座的位置，使它符合拼組成的位置。

2. 分析拼成的圖案和原來位置變化的關係。

表四

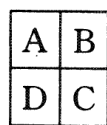
出盒種類 類別	型別			
	第一型 麥香堡	第二型 蘋果派	第三型 薯條	第四型 可樂
總個數	7	5	6	5
組成個數	4	4	4	4
位置	正 B2, C3 反 A②, D①	正 A1, C2 反 A②, D②	正 A2, C3 反 C③, A①	正 A3, B3 反 B①, C①
間隔 (格)	正 3 格 反 3 格	正 0 格 各 2 格	正 2 格 反 0 格	正 2 格 反 2 格

結果：1. 由原來的位置翻轉到拼成的位置，都要翻轉 2 次或 4 次。（偶數次）

2. 在剪開的圖形中第一型組成麥香堡，第二型組成蘋果派，第三型組成薯條，第四型組成可樂。

問題四：圖形的位置和變化的關係。

研究六：1. 將遊戲卡正反面的每一格移到底座的



四區。

2. 能成功的打√，不成功的打×

圖三

格	第 一 格			
圖示				
可否摺成	√	×	×	√
格	第 二 格			
圖示				
可否摺成	×	√	√	×

格	第 三 格			
圖 示				
可否摺成	√	×	×	√
格	第 四 格			
圖 示				
可否摺成	×	√	√	×
格	正 面 第 五 格			
圖 示				
可否摺成	√	×	×	√
格	第 六 格			
圖 示				
可否摺成	×	√	√	×
格	第 七 格			
圖 示				
可否摺成	√	×	√	×
格	第 八 格			
圖 示				
可否摺成	×	√	×	√

格	第		九	格
圖				
可否摺成	√	×	×	√
格	第		十	格
圖				
可否摺成				
格	正面	第	十一	格
圖				
可否摺成	√	×	×	√
格	第		十二	格
圖				
可否摺成	×	√	√	×
格	反面	第	一	格
圖				
可否摺成	×	√	√	×
格	第		二	格
圖				
可否摺成	√	×	×	√

格	第 三 格		
圖 示			
可否摺成	×	√	√
格	第 四 格		
圖 示			
可否摺成	√	×	×
格	反 面 第 五 格		
圖 示			
可否摺成	×	√	√
格	第 六 格		
圖 示			
可否摺成	√	×	×
格	第 七 格		
圖 示			
可否摺成	×	√	√
格	第 八 格		
圖 示			
可否摺成	√	×	×

格	第 九 格			
圖 示				
可否摺成	√	×	×	√
格	第 十 格			
圖 示				
可否摺成	√	×	×	√
格	反 面 第 十 一 格			
圖 示				
可否摺成	×	√	√	×
格	第 十 二 格			
圖 示				
可否摺成	√	×	×	√

- 結果：1. 當你要把圖拼到底座的位置時，走的步數是偶數，可拼成圖案。
 2. 走的步數是奇數，就不能拼成。
 3. 第一格走到 A 區，要走兩步，步數是偶數，就可以拼成。
 4. 反面走的步數和正面相反（偶數步不能拼成，奇數步可以）。

問題五：底座格式和圖形變化有關嗎？

研究七：

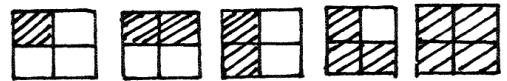
- 方法：1. 我們在 $4 \times 4 = 16$ 格的空白拼湊卡改變底座的位置
 2. 摺疊加以觀察

圖四

摺成形狀	底座位置									
		○	○	○	○	○	○	○	○	○
		○	○	○	○	○	○	○	○	○
		○	○	○	○	○	○	○	○	○
		○	○	○	○	○	○	○	○	○
其他										

結果：1. 我們發現有九種不同的底座位置。

2. 不論底座的位置如何，都能組成



不能組成



問題六：回型圖案能拼在一張卡上嗎？

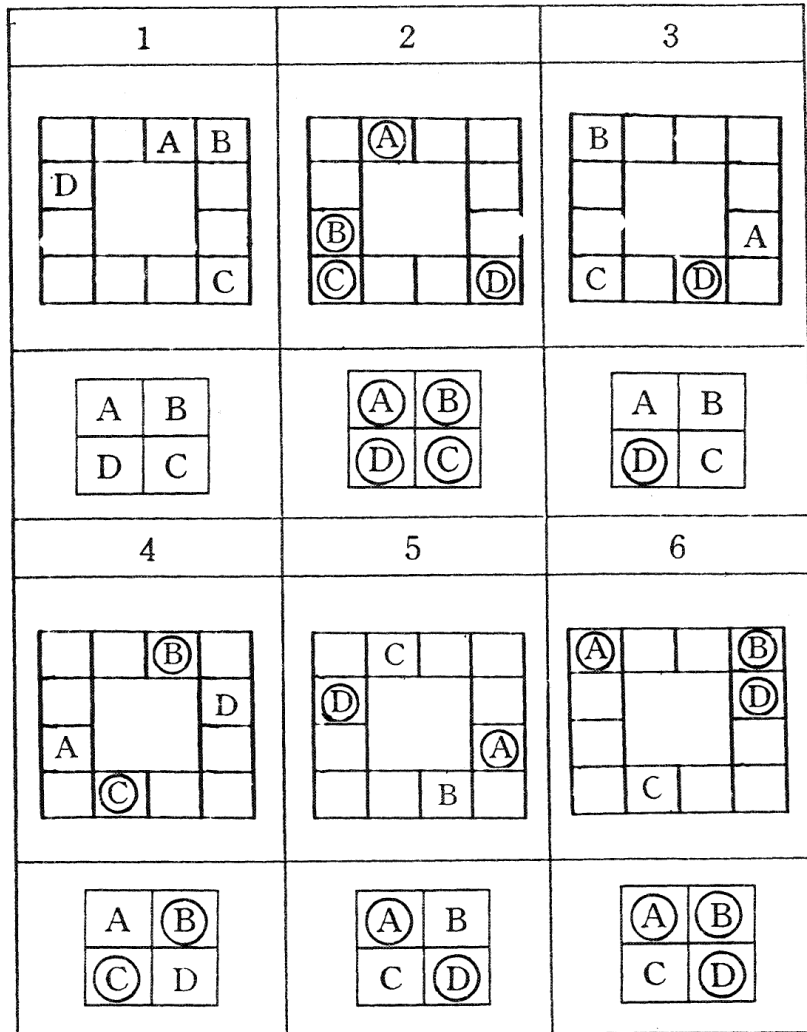
研究八：

方法：1. 我們以底座為假想框框，框在拼湊卡上觀察

圖五、

A	B		
D	C		

圖六



結果：1. 六種圖案都能組成完整圖形

2. 每種圖案組成的格子都在不同位置，即分別佔 A、B、C、D 中其中一格

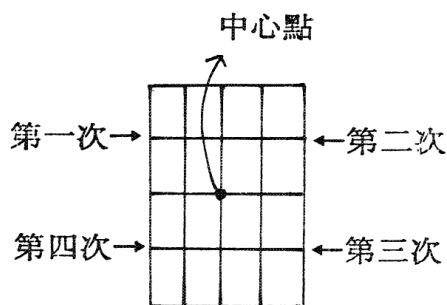
分析：1. 拼湊卡的變化，我們起先用間隔來找它們相互關係，但是找不出來。

2. 後來改由“位置”來找它們的關係發現必須以底座的格式(2×2)為基礎，得到一個重要發現。

①即以底座為假想框框“組成圖案的格子，必出現框框中其中一格，且不能重覆。”

②框框必須移動四次，這四次有一個中心點，如果符合條件就可拼組出來。

圖七



③有了這種發現，我們不僅能在一張卡拼出四種圖案，也因此做了一連串的創作。

問題七：學習上的利用

(一)用立體方格讓平面的拼湊卡站起來！

(二)三角形摺摺卡。(運用到國語，數學)

(三)成語拼湊，層疊字的拼湊，九九乘法拼湊，……。

六、討論和結論

1. 麥當勞的拼湊卡為什麼一拿到手的人都會覺得相當困難，因為拼湊卡的圖案位置和方向，以及拼湊的方法都很複雜。
2. 麥當勞的每一型卡，只能拼出一種圖案，根據研究最後能在一張卡上拼出麥香堡、蘋果派、薯條、可樂、麥當勞五個圖案。
3. 自己設計的拼湊卡，不僅可以增加學習效果和速度，並且提高學習興趣，枯燥乏味的課程也生動活潑了。

如：國語、部首、層疊字、成語等拼湊

數學：九九乘法、角柱、角錐的認識

社會：地圖、國名、地名

自然：動物、植物、星球的認識、環保意識的加強

4. 我們探討麥當勞的難題，不僅發現位相的變化、摺法，更利用“間隔”“位置”探討出它底座圖案和摺法關係，雖然很不簡單，在老師的指導下，我們很用心的探討，得到了許多知識和經驗。

七、參考資料

1. 數學、國語、自然、社會課本
2. 小牛頓，小叮噹益智叢書。

評語

麥當勞折紙拼圖過去有人做過，但此作品對可否拼出圖形做了更詳盡的判別，另外討論正三角形折成正六邊形，以及立體的拼湊問題，非常完整。操作技術及表達都非常熟練與生動。