

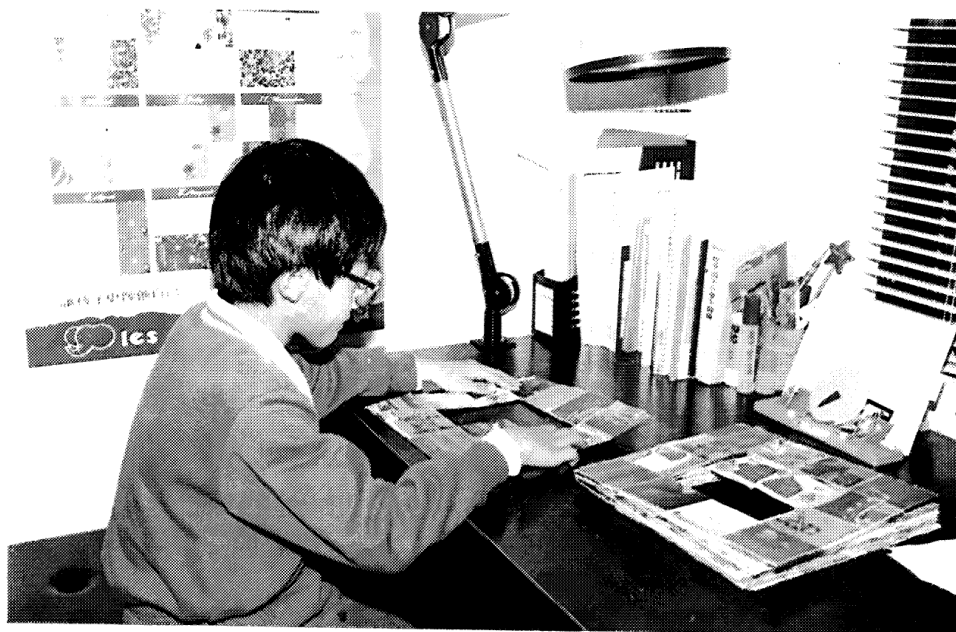
拼拼湊湊都是畫

初小組數學科第一名

台北市石牌國民小學

作者：羅宇廷、洪慈翊

指導教師：許文化 程悅君



一、研究動機

有一天，爸爸、媽媽帶我去參觀全國音響大展，在現場各家廠商都印有許多說明書和廣告單分送參觀者，其中，有一張廣告單十分吸引我，因為有我最喜歡的拼圖遊戲。

於是，我當場玩了起來，想不到，在規定時間內全部拼出來了，真高興！第二天，我把拼圖帶到學校給同學玩，結果發現，大部份同學不太會玩，因此，激起我研究這張拼圖卡的興趣。

二、研究目的

我想要了解的問題：

- (一) 這張拼圖卡設計的拼圖完成時間合理嗎？
- (二) 年齡不同，完成拼圖的時間標準應該一致嗎？
- (三) 每個圖只有一種拼法嗎？
- (四) 廠商所設計的拼圖卡是否為唯一的？
- (五) 將拼圖卡每邊的格數縮減或擴張，或將中間空處填滿，是否也能構成一張完

整的拼圖卡？

三、研究設備器材

(一)圖卡(二)西卡紙、圖畫紙(三)美工刀、剪刀(四)舊畫報(五)彩色筆

四、研究過程或方法

問題一、這張拼圖卡設計的拼圖完成時間合理嗎？

方法：1.各找一些沒玩過這種拼圖的三年級小朋友，和已玩過這種拼圖的三年級小朋友試玩看看。（兩種各找195人）

結果：我們發現，對三年級的小朋友而言：

- 1.第二圖和第六圖最容易拼成，
- 2.經驗會影響拼圖的速度，十分鐘內能拼完六個圖的人數：沒經驗的小朋友只有6人完成，有經驗的小朋友有13人完成。
- 3.這張拼圖卡所設定的拼圖完成時間，對三年級小朋友來說是偏難些，並不合理。

問題二、年齡不同，完成拼圖的時間標準應該一致嗎？

方法：1.找一些六年級小朋友玩玩看，（有經驗，沒經驗人數各為195人）
2.將所得結果和問題一，三年級小朋友的試驗結果做比較。
3.將六年級小朋友有無經驗的結果做比較。

結果：我們發現，不論有無經驗

- 1.三年級小朋友的拼圖能力不如六年級的小朋友，十分鐘內拼完六個圖的小朋友：沒經驗的三年級小朋友有6人，6年級有9人；有經驗的三年級有13人，6年級有35人。
- 2.年齡不同，完成拼圖的時間標準應該不同。
- 3.六年級小朋友也是第二圖和第六圖最多人完成。
- 4.經驗會影響拼圖的速度，玩得越熟練的，拼圖速度越快。

問題三、每個圖只有一種拼法嗎？

方法：1.我們觀察拼圖卡，發現第6圖和第2圖4個分圖全在同一面上，第4圖和第5圖，一面有3個分圖，一面1個分圖，第1圖和第3圖，兩面各有2分圖。試試看，各有幾種拼法？
2.觀察已拼好的圖卡，發現由拼好的圖卡正面、反面以及折疊情形，

可得知拼法是否相同。

結果：我們發現：

1. 有的圖只有一種拼法，有的圖有許多種拼法。各圖拼法數如下：

圖 號	1	2	3	4	5	6
拼法數	1	10	1	4	3	12

2. 由上表發現 4 個分圖全在同一面的第 2 和第 6 圖拼法最多；以兩面各 2 個分圖的第 1 和第 3 圖拼法最少。

問題四、廠商所設計的拼圖卡，是否為唯一的？

方法：1. 我們觀察拼圖卡，發現

(1) 所有圖中，只有 2 個分圖是顛倒的，不顛倒能拼嗎？

(2) 有 6 個分圖分為 3 組兩兩連體，將連體拆開能拼嗎？

2. 把所有圖全部調換成同一面，可以拼得成嗎？

3. 把所有圖全部調換成一面 3 個分圖，另一面 1 個分圖，可以拼得成嗎？

4. 把所有圖全部調換成兩面各 2 個分圖，可以拼得成嗎？

5. 大搬家：以 1 分圖為準，逐一調換位置，看看是否能拼成？

6. 拿一張空白卡，自行設計看看。

結果：我們發現

1. 廠商所設計的圖卡並非唯一的。

2. 自己也可以設計出不同拼圖卡，而且可能設計出很多種拼圖卡。

問題五：將圖卡每邊的分圖數縮減或擴張，或將中間空格填滿，是否也能構成一張完整的拼圖卡？

方法：1. 每邊分圖數減為 3 分圖，形成 (3 . 3) 型，

2. 每邊分圖數不變，中間增加二分圖，計分上二、下二、左二、右二、左下右上、左上右下六式，(4 . 4) 變化型。

3. 每邊分圖數不變，中間填滿，形成 (4 . 4) 型 + (2 . 2) 型。並以不同切割法試驗。

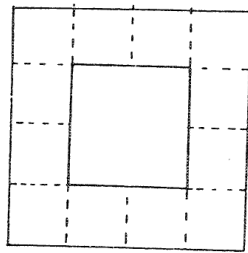
- 4.每邊增加為5分圖，形成(5.5)型，並擴張試做(5.5)型 + (3.3)型、
- 5.每邊增為6分圖，形成(6.6)型，並擴張試做(6.6)型 + (4.4)型，以及全部填滿的(6.6)型 + (4.4)型 + (2.2)型。
- 6.每邊增為7分圖，形成(7.7)型。並擴張試做(7.7)型 + (5.5)型，以及(7.7)型 + (5.5)型 + (3.3)型。

結果：我們發現：

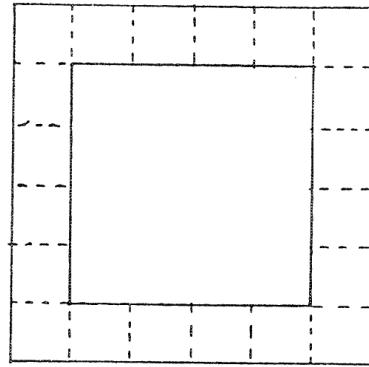
- 1.(3.3)型，可以構成拼圖卡，但必須兩兩相連，而且必須有顛倒的，受到很大條件限制。
- 2.(4.4)型，中間增二分圖變化型，無論2分圖增在那裡，都能構成拼圖卡。
- 3.(4.4)型 + (2.2)型很容易構成拼圖卡。
- 4.(5.5)型可以構成拼圖卡，但就像(3.3)型受到很大限制。
- 5.(6.6)型；(6.6)型 + (4.4)型；以及(6.6)型 + (4.4)型 + (2.2)型都很容易構成拼圖卡
- 6.(7.7)型像(5.5)型及(3.3)型，要構成拼圖卡時，受到很多條件限制。
 (7.7)型 + (5.5)型較容易構成拼圖卡，有點像(5.5)型 + (3.3)型。
 (7.7)型 + (5.5)型 + (3.3)型到目前為止還沒能構成一張拼圖卡，是所有拼圖卡中最難的。

從1~6的結果，我們整理了下面簡單的5個類別。

- 1.單純圖形·邊格為偶數型，像(4.4)和(6.6)型，都很容易完成圖卡，像下面圖形就很容易拼成圖卡。

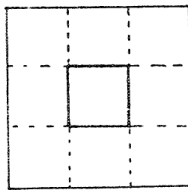


單純(4·4)型

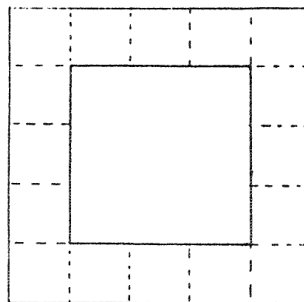


單純(6·6)型

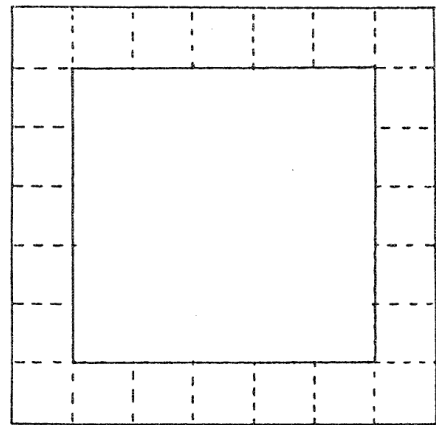
2. 單純圖形。邊格為奇數型像(3·3)型和(5·5)型和(7·7)型難以構成拼圖卡，它們的限制很多，分圖必須兩兩相連或者顛倒，才有可能完成。



單純(3·3)型



單純(5·5)型

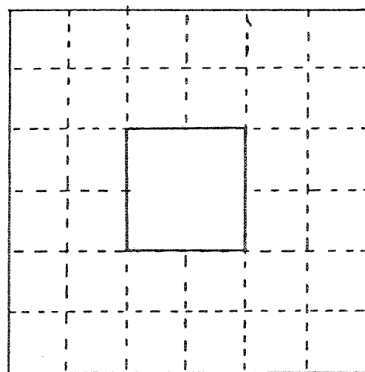


單純(7·7)型

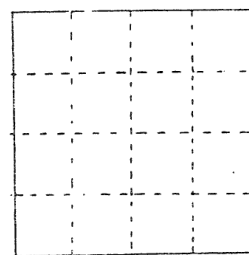
3. 兩個或三個邊格偶數型的相加後，仍然很容易完成圖卡，像下面圖。(4·4)型+(2·2)型

(6·6)型+(4·4)型和

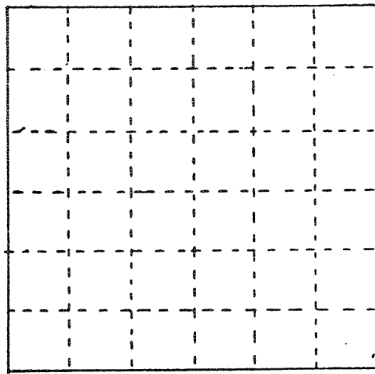
(6·6)型+(4·4)型+(2·2)型



(6·6)型+(4·4)型

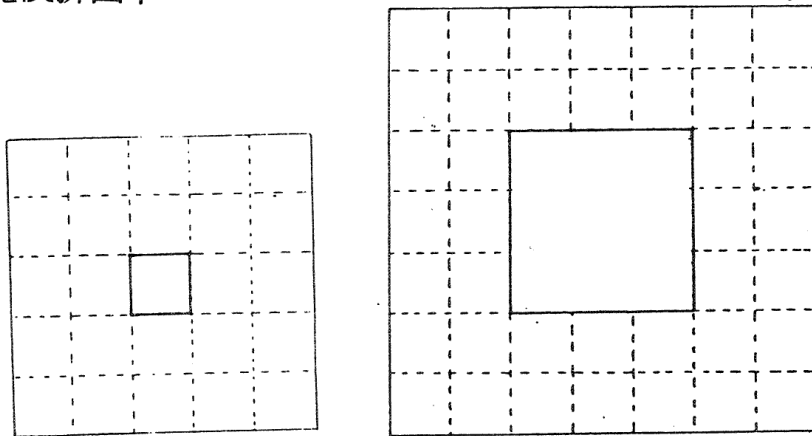


(4·4)型+(2·2)型



(6·6)型+(4·4)型+(2·2)型

4. 兩個單純型。邊格為奇數型的圖卡相加後，反而獲得比較容易完成拼圖卡。



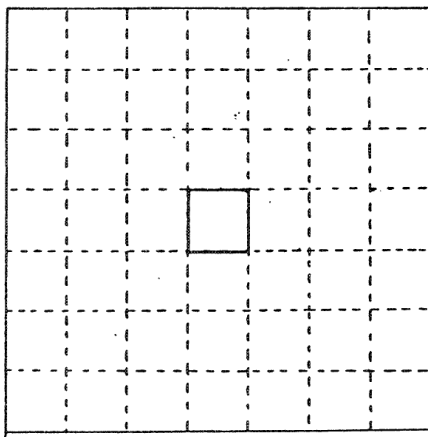
(5·5)型+(3·3)型

(7·7)型+(5·5)型

經我們觀察研究結果：它很像奇數+奇數=偶數的觀念。

5. 3個單純型。邊格為奇數的圖卡相加後，很難完成拼圖型。

如(7·7)型+(5·5)型+(3·3)型，目前還沒能完成一個拼圖片。



(7·7)型+(3·3)型+(5·5)型

我們請教了老師，在老師的協助下，我們完成了下面的圖表：

規 格	分 圖 數 (正、反兩合計)	可 拼 成 圖 數	奇 數 或 偶 數 型 式	完 成 拼 圖 難 易 程 度
(3 · 3)	$(3 \times 3 - 1 \times 1) \times 2$ 面 16	4	奇	難
(4 · 4)	$(4 \times 4 - 2 \times 2) \times 2$ 面 24	6	偶	最容易
(5 · 5)	$(5 \times 5 - 3 \times 3) \times 2$ 面 32	8	奇	難
(6 · 6)	$(6 \times 6 - 4 \times 4) \times 2$ 面 40	10	偶	最容易
(7 · 7)	$(7 \times 7 - 5 \times 5) \times 2$ 面 48	12	奇	難
(4 · 4) +	$(4 \times 4 - 2 \times 2) \times 2$ 面 32	8	偶 + 偶 = 偶	容易
(2 · 2)	$(2 \times 2 - 0 \times 0) \times 2$ 面			
(5 · 5) +	$(5 \times 5 - 3 \times 3) \times 2$ 面 48	12	奇 + 奇 = 偶	中等
(3 · 3)	$(3 \times 3 - 1 \times 1) \times 2$ 面			
(6 · 6) +	$(6 \times 6 - 4 \times 4) \times 2$ 面 64	16	偶 + 偶 = 偶	容易
(4 · 4)	$(4 \times 4 - 2 \times 2) \times 2$ 面			
(7 · 7) +	$(7 \times 7 - 5 \times 5) \times 2$ 面 80	20	奇 + 奇 = 偶	中等
(5 · 5)	$(5 \times 5 - 3 \times 3) \times 2$ 面			
(6 · 6) +	$(6 \times 6 - 4 \times 4) \times 2$ 面 72	18	偶 + 偶 + 偶 = 偶	容易
(4 · 4) +	$(4 \times 4 - 2 \times 2) \times 2$ 面			
(2 · 2)	$(2 \times 2 - 0 \times 0) \times 2$ 面			
(7 · 7) +	$(7 \times 7 - 5 \times 5) \times 2$ 面 96	24	奇 + 奇 + 奇 = 奇	最難
(5 · 5) +	$(5 \times 5 - 3 \times 3) \times 2$ 面			
(3 · 3)	$(3 \times 3 - 1 \times 1) \times 2$ 面			

由以上圖表我們發現：

- 1.純奇型都很難做成拼圖卡，純偶型都很容易做成拼圖卡。
- 2.比較（5.5）型和（4.4）型+（2.2）型，它們同樣可以拼出8個圖，但很明顯發現屬於偶型的（4.4）型+（2.2）型，非常容易做成拼圖卡，而（5.5）型則很難完成。
- 3.同樣的（7.7）型可和（5.5）型+（3.3）型，它們同樣可以拼出12個圖，但（7.7）型很難做成拼圖卡，而（5.5）型+（3.3）型則比較簡單（真令人感到意外），比較之下，原來（3.3）型和（5.5）型合起來變成了，奇型+奇型=偶型，很像數學中「奇數+奇數=偶數」的觀念，這種情形也出現在（7.7）型+（5.5）型中。
- 4.最難做成拼圖的是（7.7）型+（5.5）型+（3.3）型，到目前為止沒辦法做成拼圖。

五、結論

(一)經驗和年齡會影響拼圖的速度

(二)廠商所提供的拼圖卡，其設計的拼圖完成時間，對小學生而言，並不十分合理。

(三)對一般人而言，4分圖都在同一面的第二圖和第六圖最容易拼。

(四)每個圖並非只有一種拼法，大部份圖都有多種拼法。

(五)廠商所設計的圖並非唯一的，自己也可以設計出許多不同的拼圖卡。

(六)我們以一分圖數，分為「奇型」、「偶型」。

1.純「奇型」像（3.3）型，（5.5）型以及（7.7）型都很难做成拼圖卡。

2.純「偶型」像（4.4）型，（6.6）型都很容易做成拼圖卡。

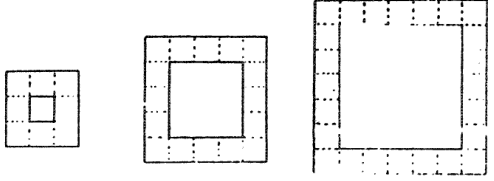
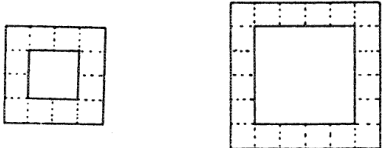
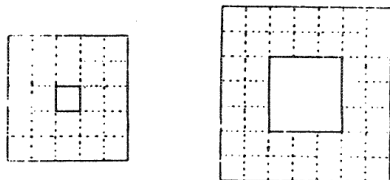
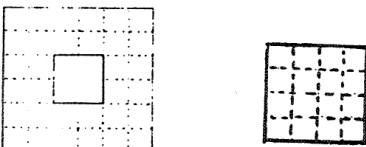
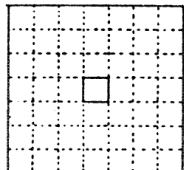
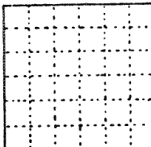
3.純奇型和純奇型合併，像（3.3）型+（5.5）型和（5.5）型+（7.7）型做成拼圖卡的難易程度是中等。

4.純偶型和純偶型合併，像（2.2）型+（4.4）型和（4.4）型+（6.6）型很容易做成拼圖卡。

5.三個純奇型合併像（3.3）型+（5.5）型+（7.7）型最難做成拼圖卡，到目前為止沒完成一個拼圖卡。

6.三個純偶型合併後，（2.2）型+（4.4）型+（6.6）型，很容易做成拼圖卡。

這個拼圖系列，可以簡化為像數學的奇數、偶數觀念一樣而且它的合併就像數學的相加真是有趣極了。

數 學	拼 圖 卡 代 號	圖 型	做成拼圖卡 難 易 程 度
奇 數	純奇型 (3·3)型 (5·5)型 (7·7)型		難
偶 數	純偶型 (4·4)型 (6·6)型		容 易
奇數 + 奇數 = 偶數	奇型 + 奇型 = 偶型 (3·3)型 + (5·5)型 (5·5)型 + (7·7)型		中 等
偶數 + 偶數 = 偶數	偶型 + 偶型 = 偶型 (6·6)型 + (4·4)型 (4·4)型 + (2·2)型		容 易
奇數 + 奇數 + 奇數 = 奇數	奇型 + 奇型 + 奇型 = 奇型 (3·3)型 + (5 · 5)型 + (7·7)型		最 難
偶數 + 偶數 + 偶數 = 偶數	偶型 + 偶型 + 偶型 = 偶型 (2·2)型 + (4 · 4)型 + (6·6)型		容 易

六、參考資料

(一)益智遊戲

地球出版社發行

(二)世界益智發明搜奇

故鄉出版社發行

評語

完全創新，將自己偶而發現之遊戲很嚴謹地寫出來並推廣，供大部學生共享，並做出許多統計圖表，最難得的是初小學生居然能非常瞭解統計圖表的意義。