

寶藏爭奪戰——鬪智

國中組數學科第三名

台中縣豐東國民中學

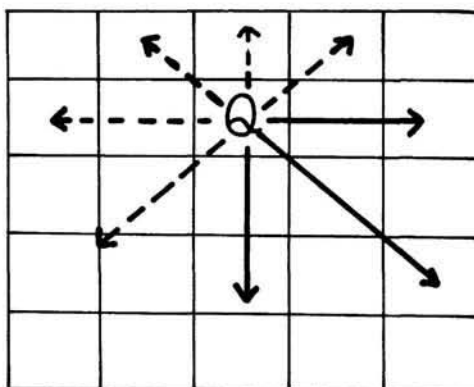
作者：何冠霖、陳溫雅
邱芷薇、張雅淑
指導教師：羅碧慧、游成章

一、研究動機

有一天我們幾位同學到數學老師家，正巧師丈在打電腦，我們很好奇想玩，師丈就拿了一些遊戲程式讓我們玩，並叮嚀我們別忘了在玩之餘還得動動腦筋，怎樣才會獲勝，可別讓電腦笑你笨哦！其中有一種類似下棋的尋寶遊戲，在我們輪流玩了許多回之後，漸漸的發覺好像只要能走到某一格就有獲勝的機會，科展在即，老師就鼓勵我們不妨想看看能不能推論其規則，也是科展的好題材！

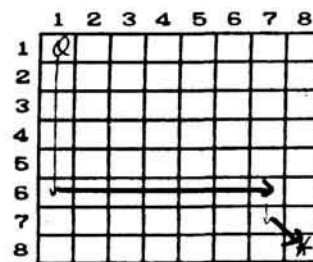
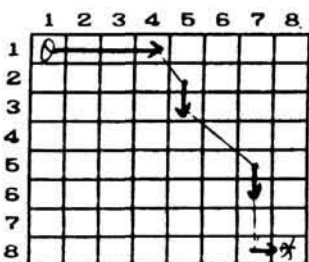
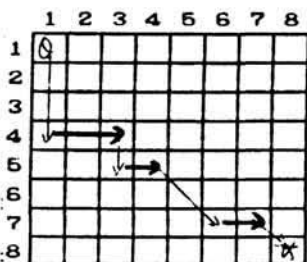
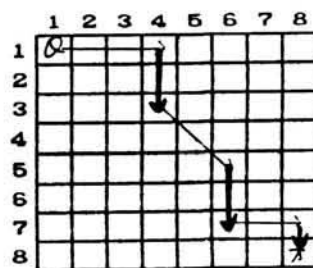
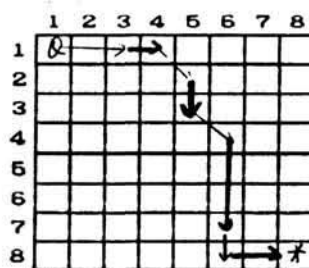
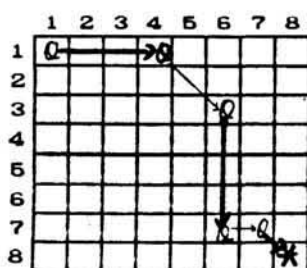
二、遊戲規則

這遊戲是由你和K博士（電腦設定）交互移動Q，看誰設法把Q移至“*”的位置，誰就是贏家，當然移動的方法有所限制，如下圖中我們可以看到Q有八個移動方向，但規定只能向右，向下及右下方移動，也就如圖中實線的方向才能夠移動，至於一次移動的格數不限制，由於Q一開始是放在左上角，一次就可直通“*”所以又規定先行者的第一步只能向右或向下移動！



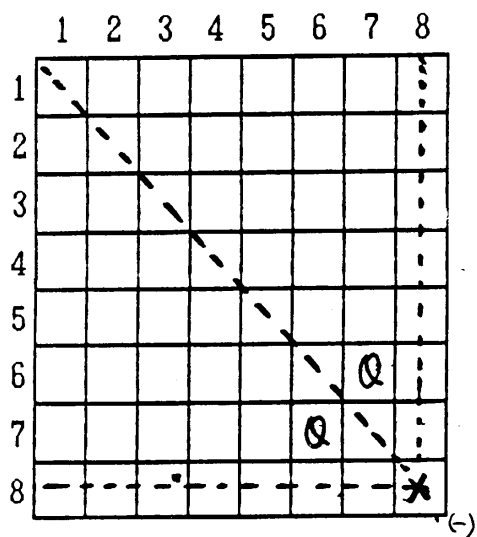
三、研究過程

(一)遊戲過程圖解：



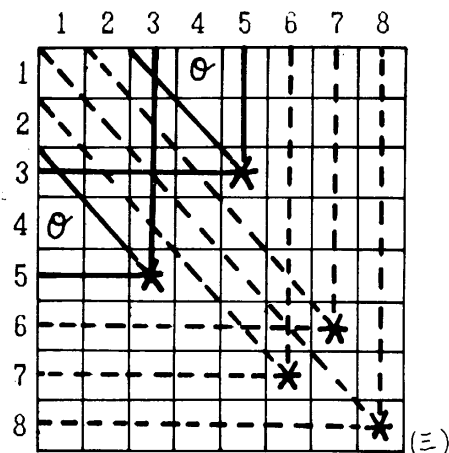
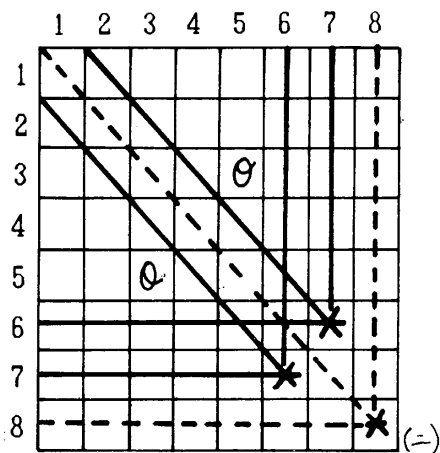
在遊戲中，只要K博士先下手的話，我們就穩輸，但若是我們先下手的話，有時碰巧我們還會贏呢！接著我們仔細觀察每局勝負的關鍵，為了方便說明每個格子，我們在每個方陣的縱橫加上坐標；

(二)討論：



從上圖(一)中可看出虛線所示部分，就是能直接進入(8,8)的所有點，所以要避免走入。而最後只要能將對方逼入虛線格而穩贏。

而為了要進入(7,6)或(6,7)必須要避免對方進入，在圖二中黑線所示部分就是能直接進入(7,6)或(6,7)的所有點，所以要避免進入。只要能走到(3,5)或(5,3)這兩點即能將對方逼到黑線或虛線所示之地方，而能穩操勝算。



同樣為了要進入(3,5)或(5,3)必須要對方避免進入，在圖(三)中黑線所示部分就是能直接進入(3,5)或(5,3)的所有點，所以要避免進入，從圖(三)中可看出只要先走入(1,4)或(4,1)就能將對方逼到黑線或虛線部分，然後就能順利走入(3,5),(5,3),(7,6),

(6,7) 這些必勝點而進入(8,8)。

討論到此，我們已經知道玩這遊戲的必勝點是(1,4), (4,1), (3,5), (5,3), (6,7), (7,6)。

(三)推廣：

這遊戲是設計在 8×8 的方陣中，那在任意方陣中皆應可玩，而且也該有其規則性可循。現在我們就來討論各階數方陣的必勝點：

	1	2	3	4	5	6	7	8
1				*				
2	*							
3					*			
4								
5		*						
6							*	
7						*		
8								*

\Rightarrow

	1	2	3
1		*	
2	*		
3			*

必勝在(1,2), (2,1) 因為第一步可走至，所以先行者佔優勢。

4×4

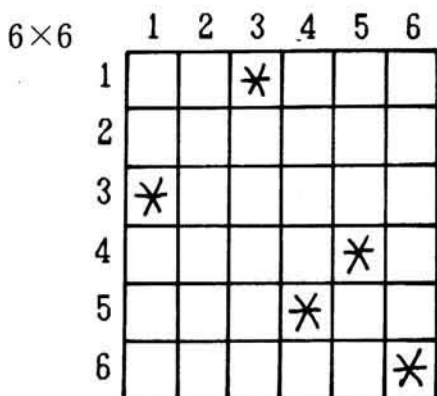
	1	2	3	4
1				
2			*	
3		*		
4				*

必勝點在(2,3), (3,2) 因為第一步無法走至，所以後行者佔優勢。

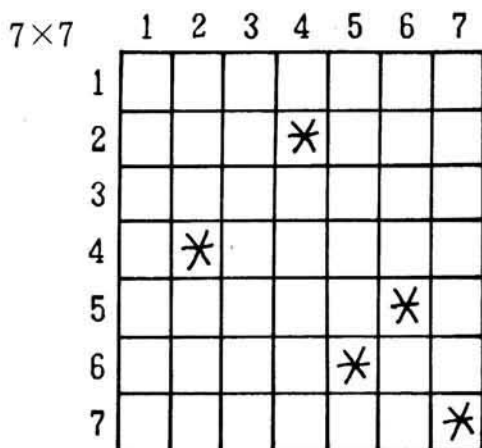
5×5

	1	2	3	4	5
1					
2					
3				*	
4			*		
5					*

必勝點在(3,4), (4,3) 因為第一步無法走至，所以後行者佔優勢。

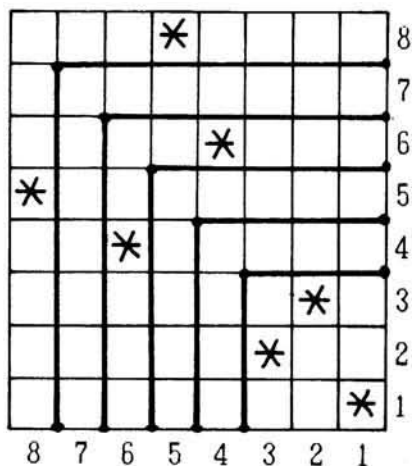


必勝點在 (1,3), (3,1), (4,5), (5,4) 因為第一步可走至，所以先行者佔優勢。



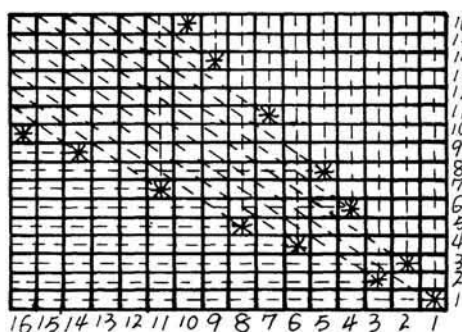
必勝點在 (2,4), (4,2), (5,6), (6,5) 因為第一步無法走至，所以後行者佔優勢。

到這裡我們發現其實不管方陣階數多少，其必勝點都是固定的，但由於階數不同，坐標不同，所以不同階數方陣的必勝點也不同，但如果將坐標方向做個改變。更有其規則性：



階數	必勝點坐標
3×3	(2,3) 、(3,2)
4×4	(2,3) 、(3,2)
5×5	(2,3) 、(3,2)
6×6	(2,3) 、(3,2) 、(4,6) 、(6,4)
7×7	(2,3) 、(3,2) 、(4,6) 、(6,4)
8×8	(2,3) 、(3,2) 、(4,6) 、(6,4) 、(5,8) 、(8,5)

※因為必勝點的數對一直都是成對出現，為了方便尋求其規律，以後討論，只用其中一組來討論即可。



繼續討論 16×16 的必勝點，從左圖中可找出其必勝點為 $(2,3)$ ， $(4,6)$ ， $(5,8)$ ， $(7,11)$ ， $(9,14)$ ， $(10,16)$

再仔細觀察 $(2,3)$ ， $(4,6)$ ， $(5,8)$ ， $(7,11)$ ， $(9,14)$ ， $(10,16)$

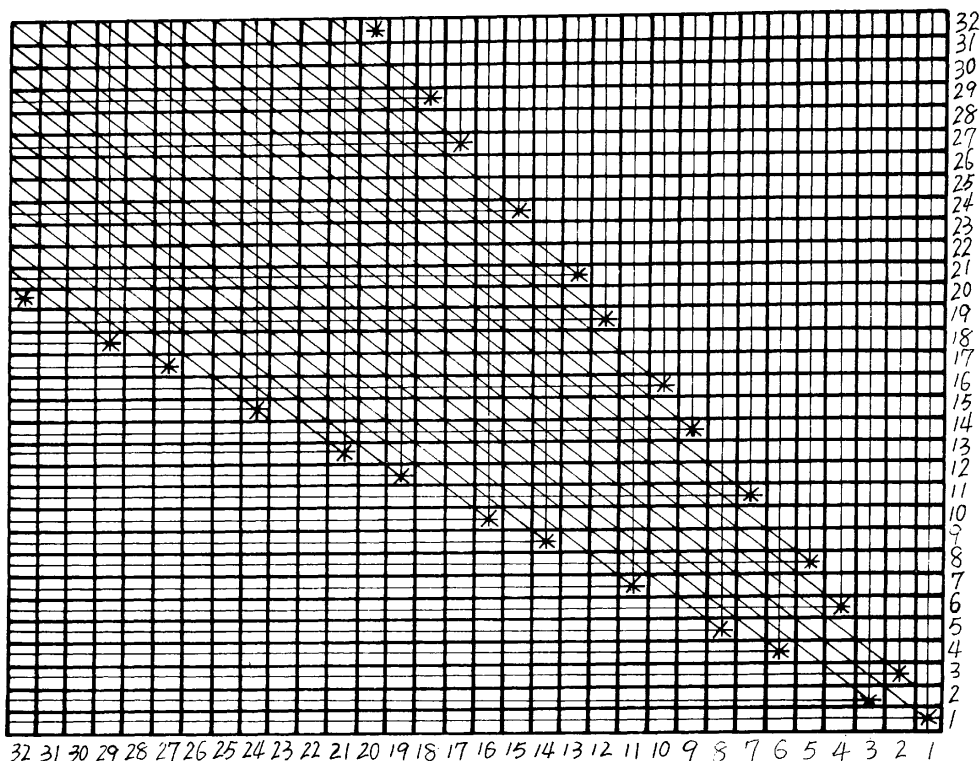
差1 差2 差3 差4 差5
 差6

我們利用以上的規則來推測 32×32 的必勝點為：

$(2,3)$ $(4,6)$ $(5,8)$ $(7,11)$ $(9,14)$ $(10,16)$
 差1 差2 差3 差4 差5 差6

$(12,19)$ $(13,21)$ $(15,24)$ $(17,27)$ $(18,29)$ $(20,32)$
 差7 差8 差9 差10 差11 差12

為了驗證這個規則所找出來的必勝點是否正確，我們再畫 32×32 的圖表來實地觀察驗證：



由上圖表中與我們所推測出的必勝點相符合。

因此由這規則可以推測到任何階數的方陣（長方形亦可）。

我們列出50×50的必勝點：(2,3) (4,6) (5,8) (7,11) (9,14) (10,16) (12,19) (13,21) (15,24) (17,27) (18,29) (20,32) (22,35) (23,37) (25,40) (26,42) (28,45) (30,48) (31,50)。

(四)結論：

根據以上的研究及討論，我們只要能熟記前幾組的必勝點，就可穩操勝算，因為不論任何階數的方陣其必勝點是固定的，所以這遊戲當然不僅可以在8階方陣玩，也可在任意方陣玩。以下我們就列出8×8到24.×24.的必勝點。

方陣	安全格座標	佔優勢者
8×8	(2,3)(4,6)(5,8)	先行者
9×9	(2,3)(4,6)(5,8)	後行者
10×10	(2,3)(4,6)(5,8)	後行者
11×11	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)	先行者
12×12	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)	後行者
13×13	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)	後行者
14×14	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)	先行者
15×15	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)	後行者
16×16	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)	先行者
17×17	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)	後行者
18×18	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)	後行者
19×19	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)(12,19)	先行者
20×20	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)(12,19)	後行者
21×21	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)(12,19)(13,21)	先行者
22×22	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)(12,19)(13,21)	後行者
23×23	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)(12,19)(13,21)	後行者
24×24	(2,3)(4,6)(5,8)(7,11)(9,14)(10,16)(12,19)(13,21)(15,24)	先行者

※附註：由於必勝點的坐標是固定的，所以老師就利用我們發現的結果，將遊戲的階數改為任意 n 階（由於螢幕關係， $n \leq 24$ ），使這遊戲更有其可玩性！也更加驗證了我們所找出的必勝點是正確的。各位參觀者，若有興趣，請來和K博士玩吧！

(五)參考資料

BASIC——遊戲程式集——慈恩書局。

評語

本件作品將一個很簡單的遊戲，依據遊戲規則討論到非常的完整，就中尚利用電腦以協助加速計算，尚屬不錯之作品。