太陽平均密度之測定

高中組地球科學科第二名

國立臺灣師範大學附屬高級中學　　作　　者：邱廷英、張立元
指導教師：陳忠信

一、研究動機

讀過了地球科學的天文部分後，曉得太陽是一個熾熱的氣體球，而且體積龐大，質量亦巨大；但卻不知道科學家是如何測出來的。課本中雖然沒有談到太陽密度之算法，只有印著星星測距的方法，但卻可將其應用，再加上牛頓力學的幫助，及精確的觀測，相信能解開我心中的疑惑。

二、研究器材

1. 望遠鏡—FC-125（D＝125mm，f＝1000mm）及FCT-76（D＝76mm，f＝487mm）。
2. 目鏡—or25mm，or12.5mm，or7mm，or4mm，HM25mm。
3. TAKAHASHI Spectrograph Lens（分光稜鏡）。
4. TAKAHASHI 160P＋PD-4XYB（赤道儀及追踪馬達）及P-2S＋HD-4。
5. 相機—Cosina CT1-Super。
6. 底片—Kodak EKTAR 1000，Fujicolor 100。
7. 攝影輔助用快門線、接環、接管。
8. 觀測輔助用太陽投影板，精準之手錶。

三、研究過程

㈠思路——想求得太陽平均密度，就必須先知道太陽的質量和體積才行，亦可說先要求其質量及半徑（$\because V=\frac{4}{3}\pi\gamma^3$）；從萬有引力公式中，$F=GM_sM_E/R^2=M_Ea_N=M_EW^2R$，因此可推得 $M_s=W^2R^3/G$；故欲求 M_s 就必須測出W、R。而 $r=R\sin\theta$，故太陽平均密度之求得只要知道 θ、R及W就可以了。

㈡視半徑 θ 測定方法：

由於地球自轉，相對地天球也算在轉動中，若以時間換成轉動速率，可得角速度 $V=\triangle\theta/\triangle t$。但在緯度 ϕ 處的星球運行速度 $V'=\triangle\theta\cos\phi/\triangle t$。因地球24小時轉360°，$\therefore V=360°/24hr=15''/sec$。若太陽從一定點開始移動一直到該太陽脫離此點所需時間△T，則 θ 即可算出。但考慮太陽因地球公轉而造成太陽在天球面黃道經度上之增加量 $\triangle\lambda$ 及赤經和黃道傾角 Σ。則可推得太陽在赤經上的增加量為 $\triangle\lambda\cos\Sigma$。太陽因地球公轉在△T內於赤經上移動之視角為 $\triangle\psi$，$\therefore V=\triangle\lambda\cos\Sigma/\triangle T=(\triangle\phi/\triangle T)\cos\phi$，$\therefore\psi=\triangle\lambda\cos\Sigma/\cos\phi$；又因日周運動和年周運動方向相同，所以實測之視角為日周十年周運動。將太陽用望遠鏡投影於板子上，中央作一南北基線，使太陽放在SN上（邊緣），從 T_W 到 T_E 時間內，太陽影像之另一緣剛好要脫離SN線為止，則 $\triangle T=T_W-T_E$ 內太陽移動其視直徑角度和太陽在赤經上所移動之角度，即 $2\theta+\phi$，此角度亦等於 $\triangle T\times V$。因此：$2\theta+\triangle\phi=\triangle T\times V$ 即 $2\theta+\triangle\lambda\cos\Sigma/\cos\phi=\triangle T\times 15''\cos\phi\times 1.002738$（平均太陽時和恆星時之換算）。

又地球為橢圓軌道，其 $\triangle\lambda$ 因時不同，在此取 $\triangle\lambda$/日為60′為準（正值接近近日點）。則 $\triangle\lambda=[60'/(24\times 60^2)]\times\triangle T=0.0006944\times\triangle T('\ )=0.041664\times\triangle T(''\ )$ ∴視

半徑$\theta=\frac{1}{2}(\triangle T\times 15''\cos\phi\times 1.002738-\triangle\lambda\cos\Sigma/\cos\phi)=\frac{1}{2}\triangle T(1.002738-0.002778\cos\Sigma/\cos^2\phi)\times 15''\cos\phi$（1※/ sec）※T須自行測定。

㈢地球至太陽的距離R之測定：

從前小學課本講過月球盈虧的原理，並把太陽光當做平行光看待；但我們漸漸了解太陽並非平行光，它照射月球的情形有如圖一。當月球運至D點時，從地球上看月球呈真正的半圓（∵∠CDB＝90°），至A點時，∠ACB＝90°，而月球已轉了∠ACD，而∠ACD＝∠DBC＝θ故如能測出θ，則R＝CB＝cscθ×CD。CD為地月距離，我們可利用萬有引力及圓周運動公式求得，計算如下：

$F=GMmM_E/R^2=Mma_N=MmW^2R$；整理得$GM_E=W^2R^3=4\pi^2R^3/T^2$；但物體在地面所受之引力為$F=GM_Em/r^2=mg$；整理亦得$GM_E=r^2g\rightarrow r^2g=4\pi^2R^3/T^2\rightarrow R^3=r^2T^2g/4\pi^2\rightarrow R=3\sqrt{r^2T^2g/4\pi^2}$；一經計算出R＝38萬1340公里；如此只要求出$\theta$角即可求地日距離了。我們可利用月面圖，只要月緣一通過中央0度，記下時刻，再查一下天文年鑑上月、日何時成直角；此二時刻若差△T，則$\theta=V\times\triangle T$（V為月球在天球上運行速度）。

四、實驗結果

㈠視半徑θ測定結果：

觀測：1989年12月5日觀測太陽南北線經過之時間，即T_W-T_E之時間差；得一平均值為140.31秒來當△T。太陽當天赤緯位置為-22° 20.2′，即為ϕ；又黃道與赤經夾角23° 27′，即Σ。則$\theta=\frac{1}{2}\triangle T(1.002738-0.00278\times\cos\Sigma/\cos^2\phi)\times 15''\cos\phi=973.13''=16'13''.13$→即為我們所求出之視半徑。

㈡地球至太陽距離R測定結果：

12月5日那天半月，我們觀察了一下月球，卻發現此時卻不是十分半圓，還差一點。按照這樣下去要等它十分地半圓，月球早就下山了，於是我們想到一個好辦法，就是今天先拍一張，明天再拍一張；可想而知5日月亮會微凹，如：☽，6日月亮會微凸，如：☽，那麼若要知月亮成正半圓☽時刻，可把月亮受太陽所照射的比例差除以兩次拍攝之時間差，可得月盈虧之速率，如此不難算出真正半月之時刻。於是把照片分析，分析如下：

第一張在12月5日PM8:51拍的，第二張在12月6日PM6:09拍的，其照片中月球明暗交界線分別落在東經1.8°，西經8°，兩者差9.8°，又兩者時刻差21.3小時，故其速率＝9.8°／21.3 hr＝0.46；則月亮之明暗交界落在0°時間為（1.8÷0.46）＋PM8:51＝PM（12:45.8）→12月5日＝AM0:45.8（12月6日）；我們查一查月球與太陽離角為90°時為1:03.3，則差（1:03.3－0:45.8）＝17.5分。則V（月球移動速度）＝360°／29.5×24＝0.508，則 θ＝0.508×17.5／60＝0.148°。∴ R＝r×csc θ＝381340×csc0.148°＝1億5067萬7245.5公里。

㈢利用前面所得結果求太陽密度：

(1)已知：θ＝16′13″.3，R＝150677245.5km，即得太陽半徑 r＝710996.8公里。故太陽體積＝$\frac{4}{3}\pi r^3$＝1.506×10^{18}（km^3）。

(2)太陽質量＝w^2R^3／G＝$4\pi^2R^3$／GT^2＝1.947×10^{30}（kg）。

(3)太陽密度＝M／V＝1.947×10^{30}（kg）／$1.506\times10^{18}\times1000^3$（$m^3$）＝$1.947\times10^{33}$／$1.506\times10^{33}$＝1.29（g／$cm^3$）→我們的最終結果。

五、結論

㈠對於所有天體的測量，其時機是相當重要的；惟有時機到來，

其測量才能進行。

㈡對於長距離、小角度的測量，其測量儀器之精確度是相當重要的，如前面 θ 之測量，其時間必須計算至0.01秒才行。

㈢如果刻卜勒三定律、牛頓萬有引力公式尚未發明，我們便在測量上有了重大困難；沒有它們，我們只能測一測角度而沒有什麼突破。

㈣本實驗系統全將行星或衛星之運動視為圓周運動，若要涉及到他們的離心率等問題，便不是我們所能應付得了的。

六、參考資料

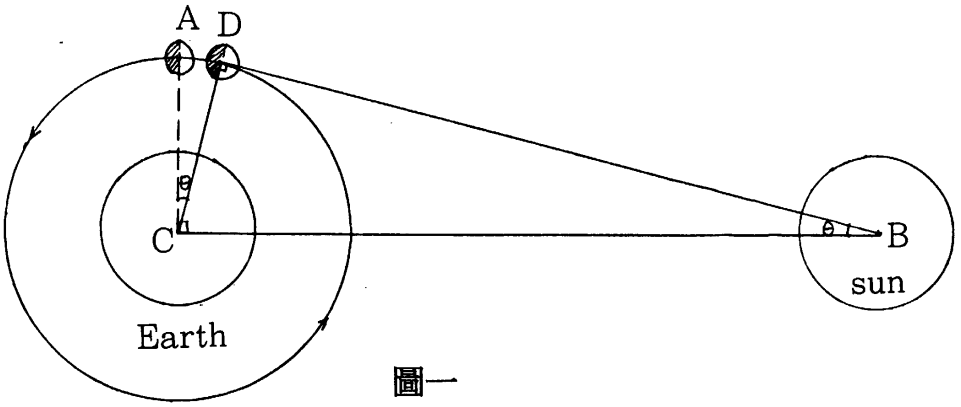
普通天文學（徐氏基金會）

1989天文年鑑（圓山天文台）

地球科學課本（國立編譯館）

物理第一册（國立編譯館）

永光觀測月報（永光儀器公司）



圖一

評語

1.引用已知的力學公式及簡單的工具，求取天文常數，能學以致用。

2.過程繁多不一定可以求出更好的答案，因為每一步驟均有其簡

化的狀況，而由此引出的誤差會累積到最後的結果。

3.對結果的可靠性若能稍加探討則更好。