

擺動與振動交替變換的探討

國中組物理科第二名

北縣私立光仁中學

作者：黃道恒、張賢

指導教師：黃德亮

一、研究動機

在作彈簧振動週期實驗的偶然機會中，發現其振動不久就很快地轉變成擺動，且此現象不斷的交替連續下去，但在某些情況下却不產生，因此引起我們對它作更深入探討的興趣。

二、研究目的

1. 探討彈簧振動與擺動交替變換產生的條件。
2. 探討彈簧振動與擺動交替交換的週期。
3. 探討彈簧振動與擺動交替變換產生時路徑的軌跡。

三、研究器材設備

1. 彈簧。
2. 天平。
3. 支架。
4. 碼錶。
5. 黏土。
6. 照相機。
7. 尺。

四、研究過程

1. 利用偶然發現能產生振動與擺動交替變換現象的一組彈簧和砝碼，分別測出其振動擺動的週期。
2. 分析出振動與擺動間週期的關係。
3. 找出產生振動與擺動交替變換現象的條件。
4. 根據產生振動與擺動交替變換現象的條件，選配數組的彈簧和砝碼，觀察現象是否依然存在，並測出每一組的振動和擺動週期，

檢驗是否與前面關係吻合。

5. 測定每一組的能量轉換週期，並分析其變化。

6. 拍攝彈簧振動與擺動交替產生的路徑軌跡，並進行分析。

五、實驗結果

1. 由步驟(1)測得偶然發現能產生振動與擺動交替變換現象的彈簧振動和擺動週期分別如下表：

H	振 動 次 數	H	擺 動 次 數
1	3	1	6
2	3	2	6
3	3	3	6
4	3	4	6
5	3	5	6

H	振 動 週 期			H	擺 動 週 期		
	次 數	時 間	週 期		次 數	時 間	週 期
1	3	1.44	0.48	1	6	5.87	0.98
2	3	1.46	0.49	2	6	5.85	0.98
3	3	1.47	0.49	3	6	5.82	0.97
4	3	1.47	0.49	4	6	5.81	0.97
5	3	1.45	0.48	5	6	5.80	0.97

2. 由步驟(4)根據產生振動與擺動交替變換現象的條件，選配七組不同的彈簧組，其原來長度，彈力常數，砝碼質量，伸長量如下表：

組 別	彈簧原長 (l) cm	彈力常數 (k)	砝碼質量 (m) g	伸 長 量 (l) cm
A	16.10	21.44	115.60	5.37
B	14.79	24.27	119.07	4.93
C	13.40	5.73	25.08	4.47
D	14.85	23.53	116.33	4.95
E	14.25	28.94	131.68	4.55
F	15.25	22.50	125.78	5.05
G	14.50	25.10	128.01	5.10
H	14.05	24.50	131.08	5.35

各組的振動週期與擺動週期分別記錄如下列各表：

(由於篇幅的關係，僅取兩組數據代表)

A	振 動 週 期			A	擺 動 週 期		
	次數	時 間	週 期		次數	時 間	週 期
1	3	1.5	0.50	1	6	6.12	1.02
2	3	1.6	0.53	2	6	6.18	1.03
3	3	1.5	0.50	3	6	5.82	0.97
4	3	1.6	0.53	4	6	6.18	1.03
5	3	1.5	0.50	5	6	5.88	0.98

B	振 動 週 期			B	擺 動 週 期		
	次數	時 間	週 期		次數	時 間	週 期
1	3	1.50	0.50	1	6	6.30	1.05
2	3	1.53	0.51	2	6	6.30	1.05
3	3	1.50	0.50	3	6	6.18	1.03
4	3	1.50	0.50	4	6	6.06	1.01
5	3	1.50	0.50	5	6	6.30	1.05

各組在每一變換週期中其振動總次數與擺動總次數分別記錄如下列各表：（由於篇幅的關係，僅取兩組數據代表）

A	振動次數	A	擺動次數	B	振動次數	B	擺動次數
1	3	1	6	1	3	1	6
2	3	2	6	2	3	2	6
3	3	3	6	3	3	3	6
4	3	4	6	4	3	4	6
5	3	5	6	5	3	5	6

3.由步驟(5)測定每一組的能量轉換週期如下表：（由於篇幅關係，僅取兩組數據代表）

組別 A：

變換次數	1.	2.	3.	4.	5.
T	7.47	14.72	22.33	29.29	35.90
ΔT		7.25	7.61	6.96	6.61

變換次數	6.	7.	8.	9.	10.
T	42.24	49.29	56.49	64.13	71.85
ΔT	6.34	7.05	7.20	7.64	7.72

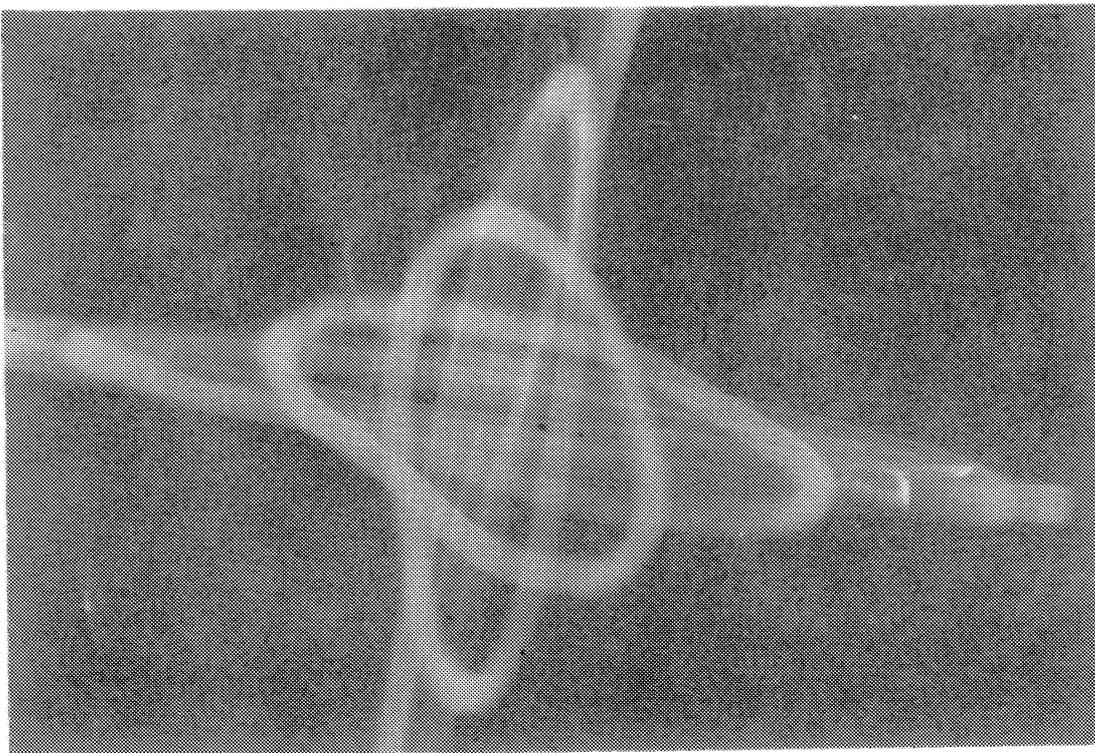
組別 B：

變換次數	1.	2.	3.	4.	5.
T	6.07	12.43	18.89	25.37	31.86
ΔT		6.36	6.46	6.48	6.49

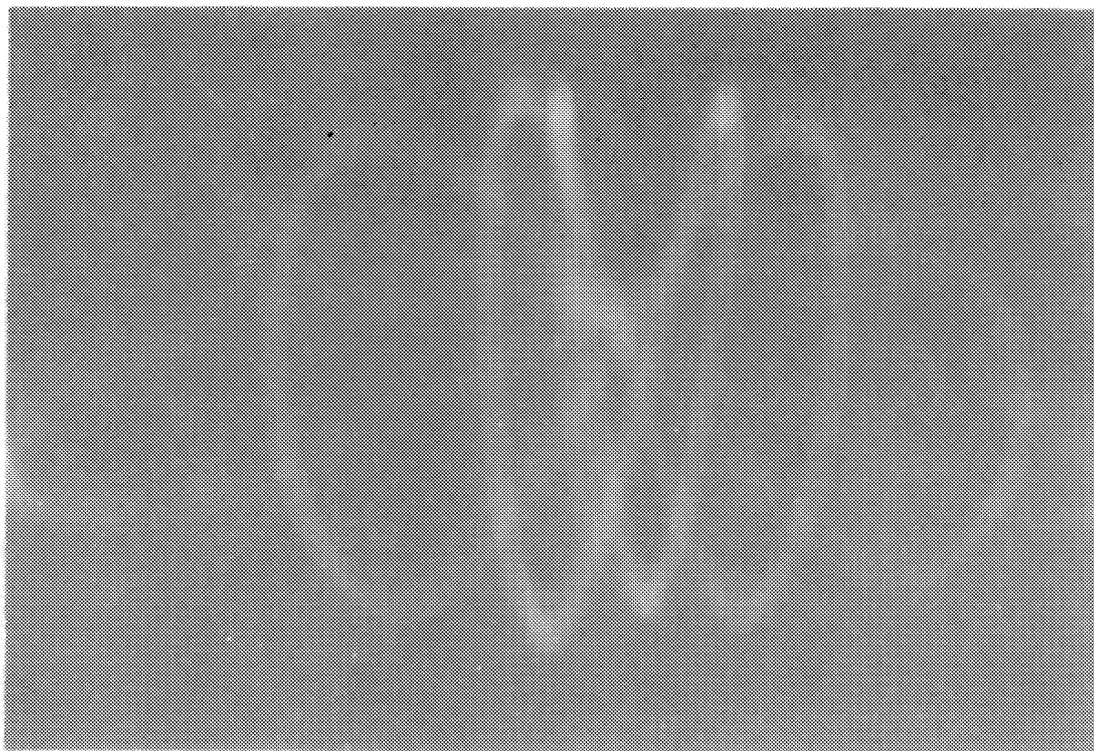
變換次數	6.	7.	8.	9.	10.
T	38.85	45.64	52.01	58.87	65.39
ΔT	6.99	6.79	6.37	6.86	6.52

4.由步驟(6)得彈簧振動與擺動交替產生的路徑軌跡圖如下：（由於篇幅關係，只挑選部份圖片）

(1)由底部所拍攝的路徑軌跡圖：



(2)由側面所拍攝的路徑軌跡圖：



六、討 論

- 1.由結果(-)的數據得知，那偶然所發現能交替產生振動與擺動的彈簧，其每一交替變換的擺動與振動週期中，擺動的次數約等於振動次數的兩倍，同時也得知，其擺動週期約等於振動週期的兩倍。

$T_s \sim$ 擺動週期

$T_0 \sim$ 振動週期

$$T_s \doteq 2 T_0$$

- 2.由於擺動週期約為垂直振動週期的兩倍。

ℓ ……由彈簧的懸點到物體（或砝碼）的質心。（彈簧的原長加上砝碼懸點到其質心的長度）。

$\Delta \ell$ ……當物體掛上時，彈簧的伸長量。 K ……彈力常數

由擺動週期： $T_s = 2 \pi \sqrt{(\ell + \Delta \ell) / g}$ ……………(1)

振動週期： $T_0 = 2 \pi \sqrt{m / k}$ ……………(2)

虎克定律： $mg = K \Delta \ell$ ……………(3)

$$T_s = 2 T_0 \text{ ……………(4)}$$

由(1)(2)代入(4)：

$$2\pi\sqrt{(\ell + \Delta\ell)/g} = 4\pi\sqrt{m/k}, (\ell + \Delta\ell)/g = 4m/k$$

(3)代入： $(\ell + \Delta\ell)/g = 4\Delta\ell/g$

$$\ell = 3\Delta\ell$$

因此彈簧會產生振動和擺動交替變換的條件為： $\ell = 3\Delta\ell$

即（彈簧的原長加上砝碼懸點到其質心的長度）= 3 ×（彈簧掛上物體時的伸長量）。

（ $\Delta\ell$ 與所掛物體的質量有關，也就說明了產生此現象與質量有間接關係）。

- 3.爲了驗證前面的推論……產生彈簧擺動和振動交替現象的條件是 $\ell = 3\Delta\ell$ 即彈簧的原長加上砝碼懸點到其質心的長度等於彈簧掛上物體時的伸長量 3 倍是否正確，我們根據此條件隨便選配數組，觀察它們是否也有相同交替變換的現象，同時測出其擺動和振動的各別週期，分析出是否符合 $T_s = 2T_0$ 的關係，由結果(2)分析如下：

情況 組別	擺動和振動的現象	
	符合	不符合
A	✓	
B	✓	
C	✓	
D	✓	
E	✓	
F	✓	
G	✓	
H	✓	

由此可知按照 $\ell = 3 \cdot \Delta\ell$ 的條件，隨意選配的彈簧組都會產生擺動與振動交替變換的現象。

各組每變換一週期的擺動和振動次數如下表：

組 別	擺 動 次 數	振 動 次 數
A	6	3
B	6	3
C	6	3
D	8	4
E	6	3
F	6	3
G	6	3
H	6	3

由此可知這些彈簧每變換一週期，其擺動次數始終都保持振動次數的兩倍，這些情況和原本的情況完全符合。

每一組彈簧的振動週期和擺動週期如下表：

組 別	擺 動 週 期 (次/秒)	振 動 週 期 (次/秒)
A	1.01	0.51
B	1.04	0.50
C	1.01	0.51
D	1.05	0.51
E	1.01	0.53
F	1.02	0.47
G	1.03	0.50
H	0.97	0.49

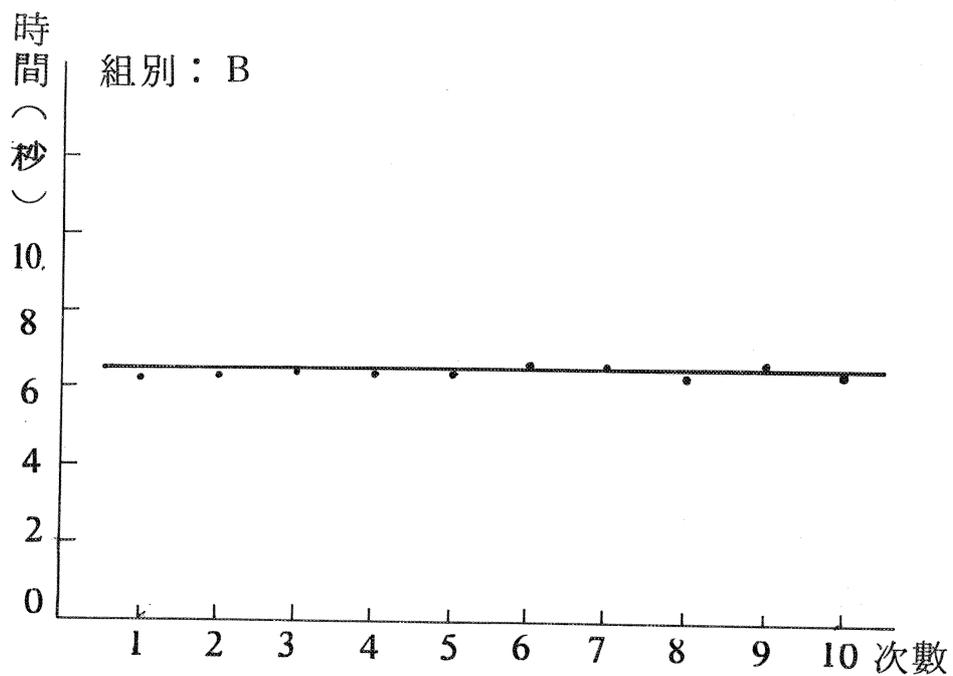
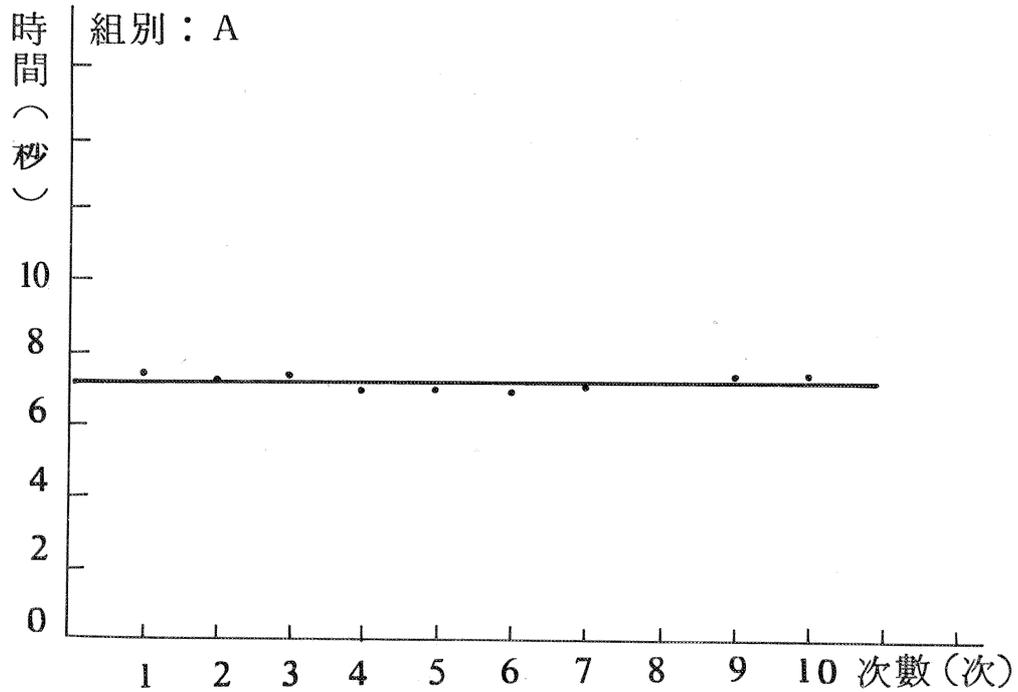
由上表的分析可知，任何一組的彈簧只要符合 $\ell = 3 \cdot \Delta \ell$ 的條件，其擺動週期都等於振動週期的兩倍，即 $T_s = 2 T_0$ 。

這也說明了此和原本的情況完全符合，因此證驗 $\ell = 3 \Delta \ell$ ，彈簧產生擺動與振動交替變換的條件是成立的。

4. 在條件 $\ell = 3 \Delta \ell$ 的情況下彈簧產生擺動與振動交替變換的現象，可說是能量形式的轉換，也就是擺動能量形式和振動能量形式

不斷的在交替變換，因此我們測定了每一組擺動與振動變換週期，也就是每一組變換週期，對它作更深一層的瞭解。

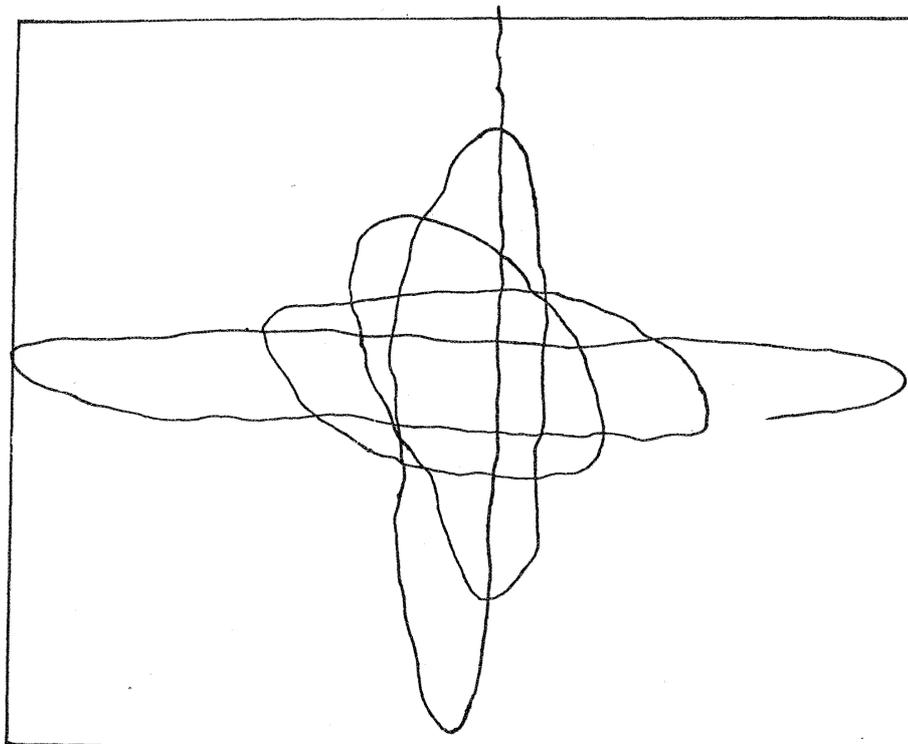
由結果(3)分析得知，每一組彈簧其能量轉換似乎都很穩定，保持不變的現象，其關係圖如下：（由於篇幅關係，僅取兩組圖表代表）



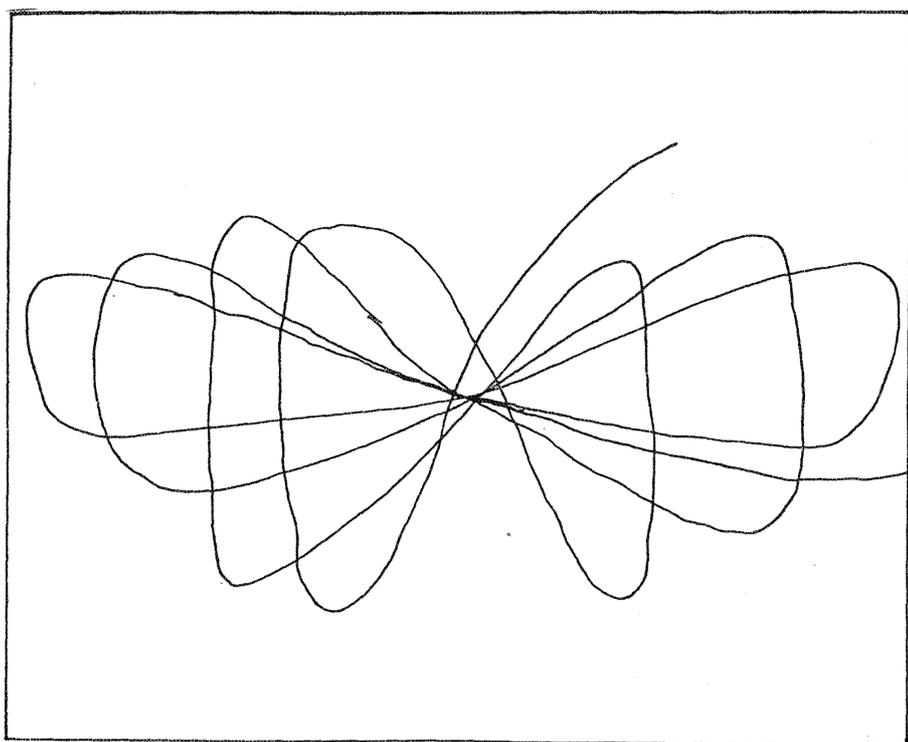
5.由觀察得知彈簧振動與擺動交替產生的路徑軌跡似乎有規律性，因此我們由下面，側面拍攝下照片，以進行分析。

由結果(4)分析可知其擺動的行經路徑軌跡，都類似下面的圖形。
(由於篇幅關係，僅取兩組分析圖代表)

(1)底部
的路
徑軌
跡分
析圖
：



(2)側面
的路
徑軌
跡分
析圖
：



6. 實驗的困難：

- (a) 在本實驗中彈簧擺動的擺長必須由砝碼的質心量到懸點，由於爲了配合產生擺動與振動交替變換的條件 $l = 3 \Delta l$ ，則砝碼的質量很難配合，因此我們構想利用黏土來增添其質量，並均勻地加在其周圍，儘量避免改變其質心位置。
- (b) 在測定能量變換週期時，發覺較難確定轉換點，後來我們先作詳細觀察，確定其一次變換中擺動總次數和振動總次數後，再進行測定能量變換週期，會更確定位置，若由擺動變換到振動，我們則以振動的結束（停止）爲轉換點。
- (c) 有關彈簧產生擺動與振動交替變換的現象，其行經路徑軌跡的描述相當困難，因此我們最後決定採用長時間曝光攝影術在下方和側面拍攝，獲得資料後再行分析，在攝影中，利用氬光棒或鏡片附在物體或砝碼底部，達到拍攝軌跡的效果。

七、結 論

1. 彈簧能交替產生擺動與振動變換的現象，與彈簧的彈性係數，所掛物體的質量並不直接有關，而是對任一條彈簧而言，都必有一特殊配合的質量，促使它產生擺動與振動交替變換的現象，此種配合只要符合 $l = 3 \Delta l$ （彈簧的原長加上砝碼懸點到其質心的長度 = $3 \times$ 彈簧掛上物體時的伸長量）的條件即可。
2. 彈簧產生擺動與振動交替變換的現象，其實可說是擺動能量形式與振動能量形式交替變換，其變換週期似乎相當穩定，保持不變的現象。
3. 彈簧產生擺動與振動交替變換的現象，其行經路徑軌跡都具有規律性。

八、參考資料

- (一) 高級中學物理 國立編譯館 (二) 高中物理 吳友仁
(三) 國中理化 國立編譯館

評 語

- 由課外活動所遇到的現象中契而不捨地探求出兩種振動系之能量交替變換問題，歸納重要的條件時，頗富創意。
- 由複雜繁多的問題能取捨關鍵變因，思考推理能力頗強。