

中國！站起來吧！角柱也能報國

高小組應用科學科第一名

臺北市中山區中山國民小學

作 者：徐尚德、吳吉峰

徐永翰

指導教師：陳正芬、林素琴

一、研究動機

去年學長們所研究的作品「角柱出新招」在上一屆科展中得到了很好的成績。但是美中不足的是：其中研究角柱體展開的部分，教授認為未能求得完整的結果，是一遺憾；此外尚有部分計劃未能完成，包括：展開圖變化形如何做成紙盒，及規劃一個角柱公園等。我們為了繼續完成他們的計劃，多次反覆研究去年的研究報告，擬訂這學期的研究計劃。

二、研究目的

- (一)找出角柱展開圖個數及規律。
- (二)利用角柱展開變化形來做紙盒。

- 1. 展開圖的聯想。
 - 2. 兩張紙的接合研究。
 - (1) 算出連接邊數。
 - (2) 接合方法。
 - (3) 接合變化。
 - 3. 應用接合變化製作紙盒。
- (三) 角柱體底面變化研究。
- 1. 角柱上底切面研究。
 - 2. 上底切面變化研究。

(四)角柱也能報國。

1.中國站起來吧！——應用切面變化製作柱體中國——

三、研究設備器材

(一)研究器材：

1.剪刀；2.尺；3.刀片；4.製圖桌；5.定規；6.筆；7.圓規。

(二)研究材料：

1.方眼紙；2.卡紙；3.投影片；4.塑膠板；5.影印紙。

四、研究過程或方法

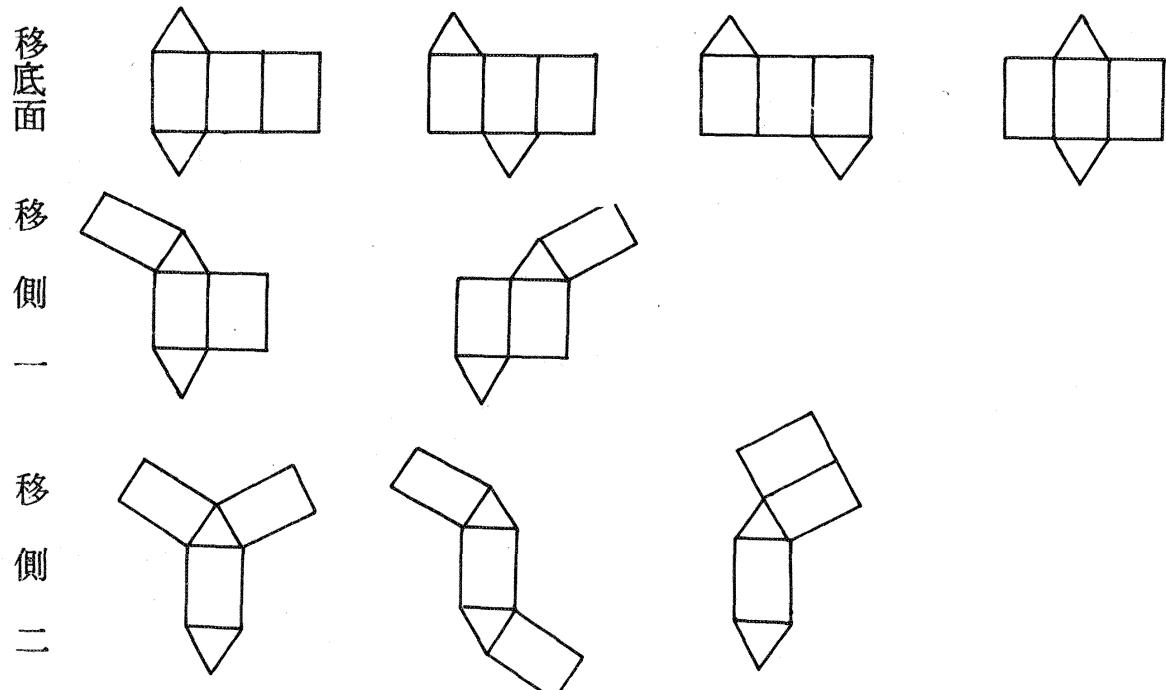
(一)找出角柱展開圖個數及規律

去年學長所畫的展開圖個數如下表：

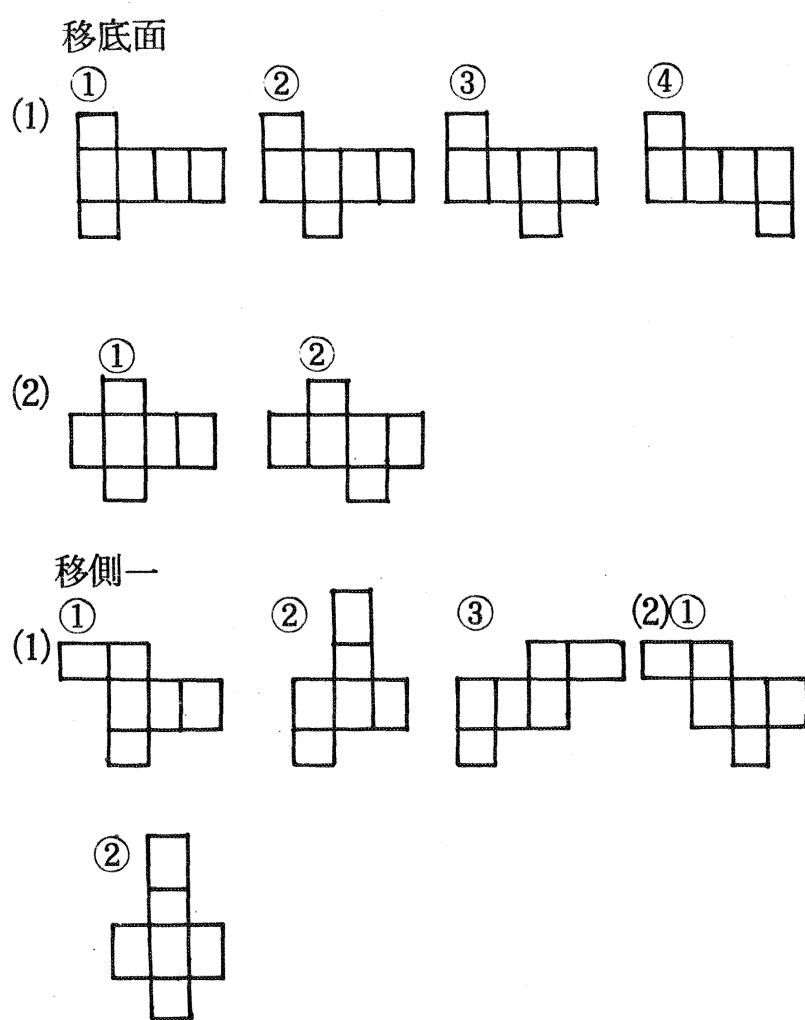
三 角 柱	四 角 柱	五 角 柱	六 角 柱
15	20	166	206

我們去請教建中的數學老師：「為什麼去年所畫的展開圖教授認為：受限於對稱觀念之不足，未能求得完整的結果，什麼是“對稱觀念”？」他認為大概是有些展開圖正面反面都畫出來，而又有些沒畫的緣故。

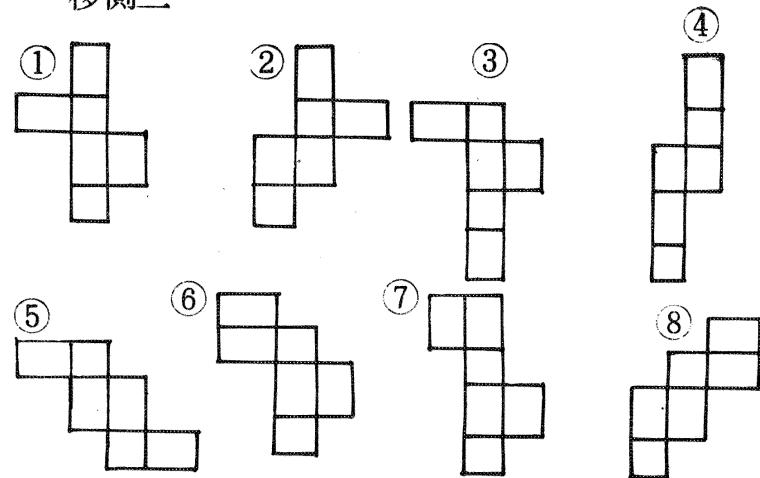
我們根據這原則把相同的刪掉，發現資料變得很亂，乾脆全部重畫，並且依照移動底面，側面一，側面二……的順序分開來排，希望能找出確實的個數及移動規律。



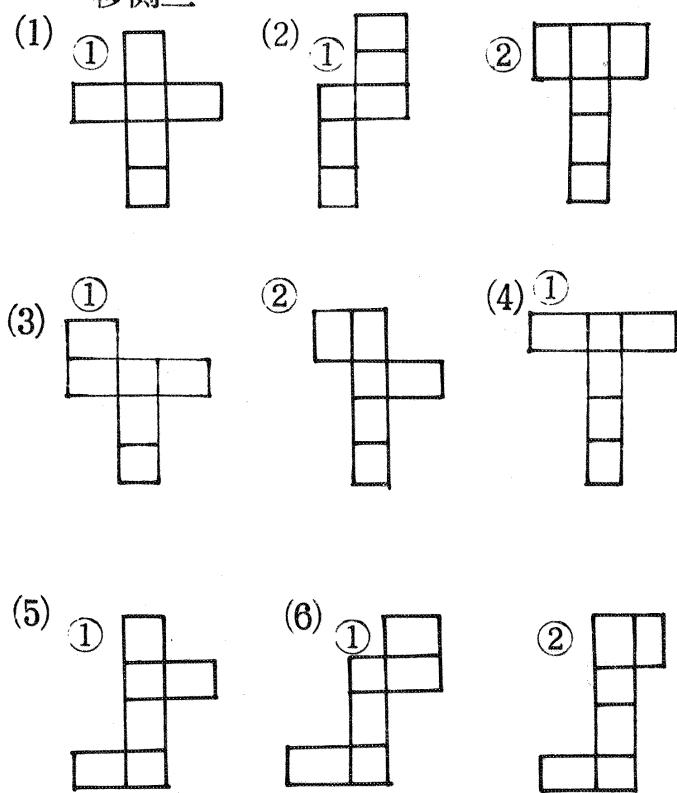
四角柱展開圖



移側二

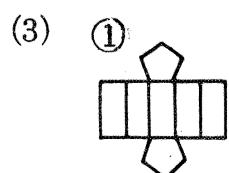
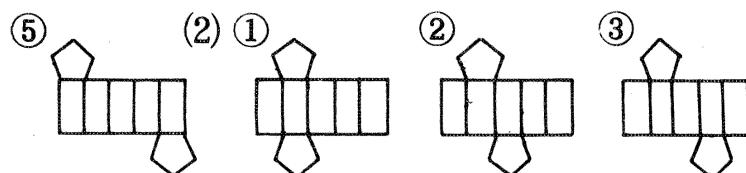
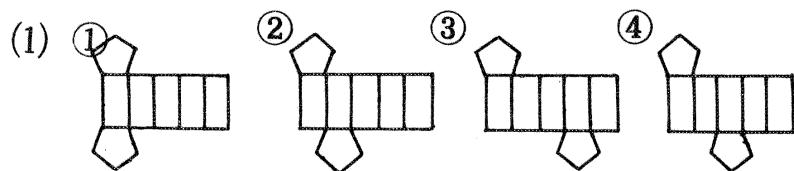


移側三

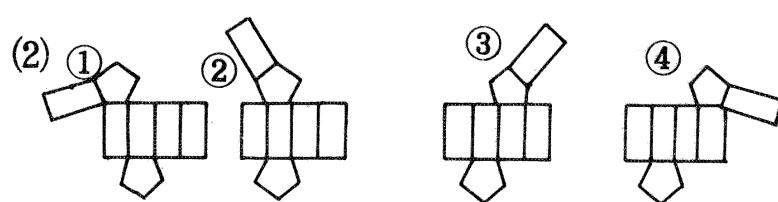
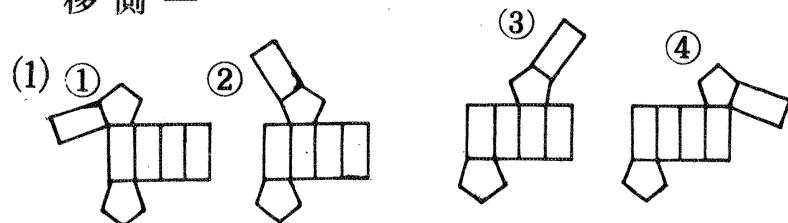


五角柱展開圖

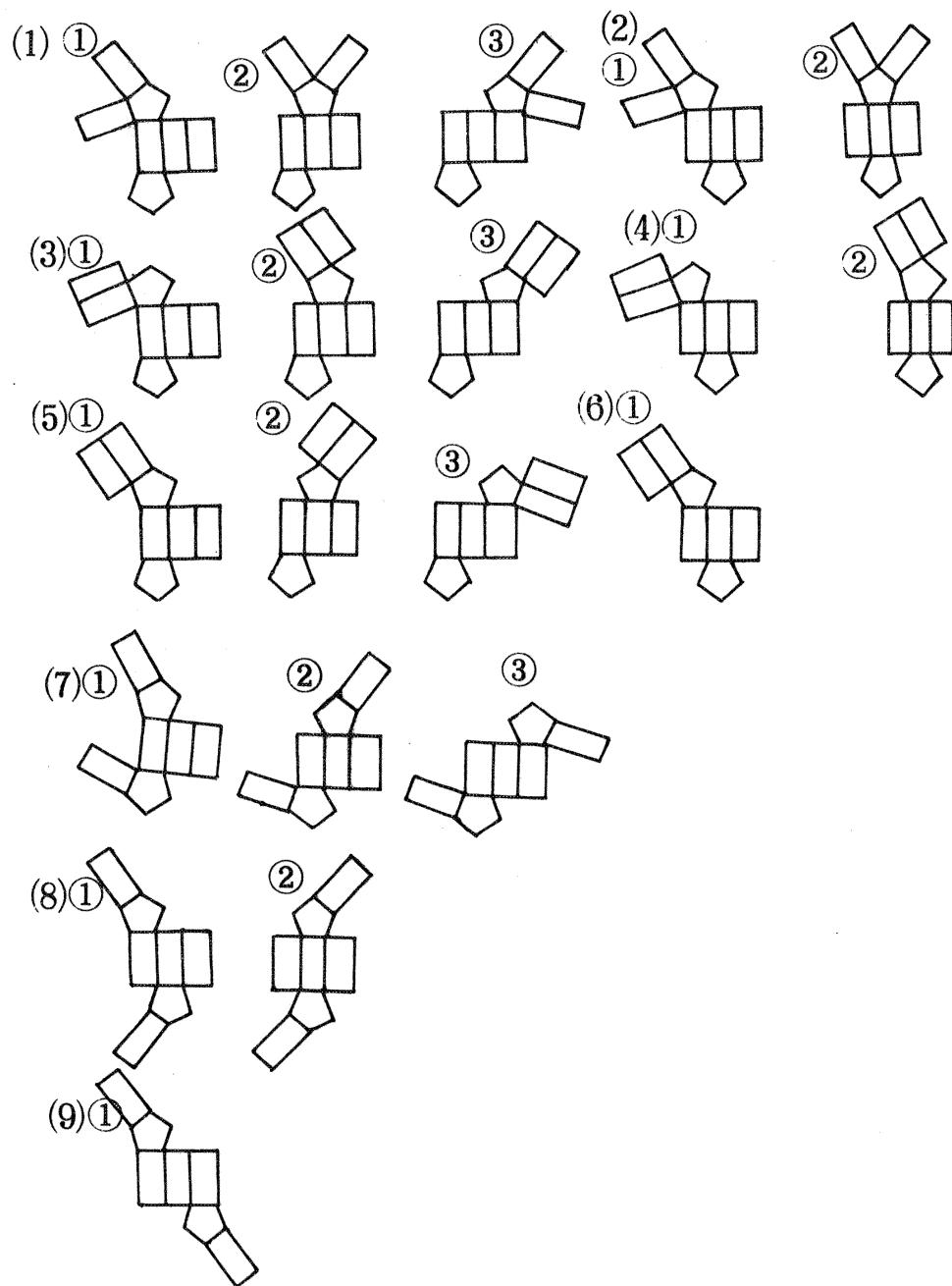
移底面



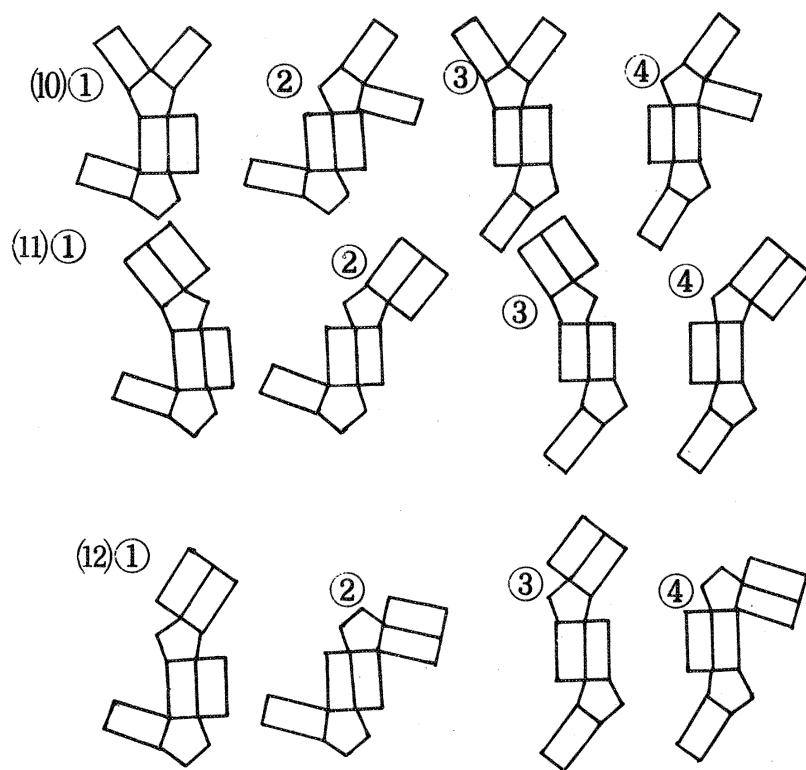
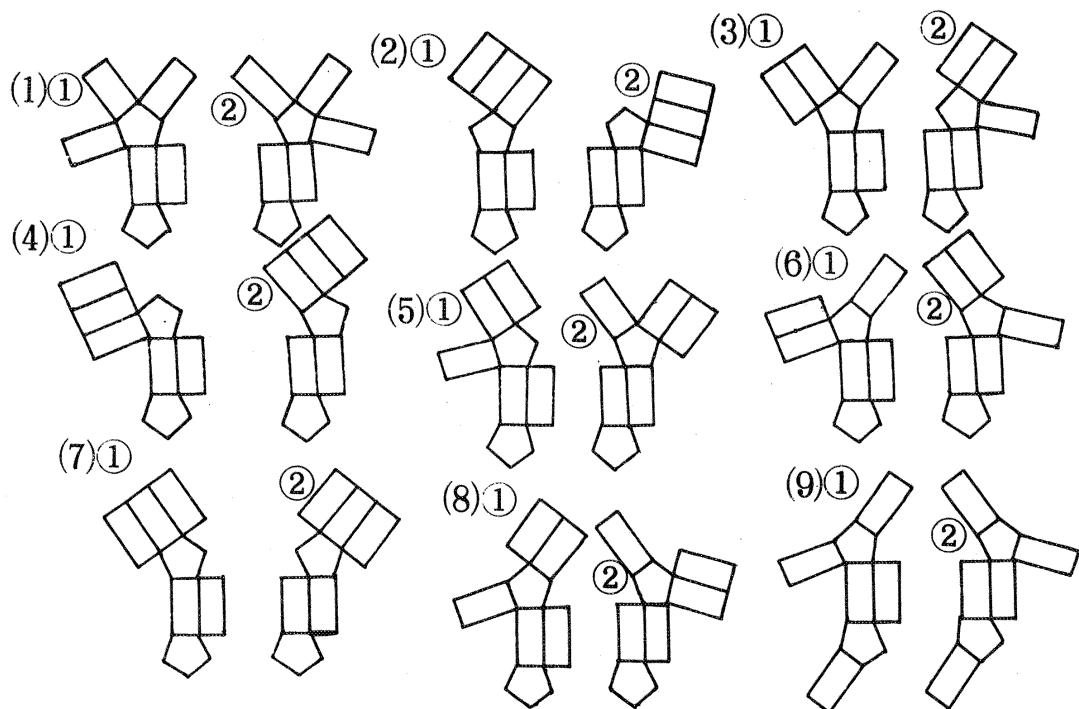
移側一



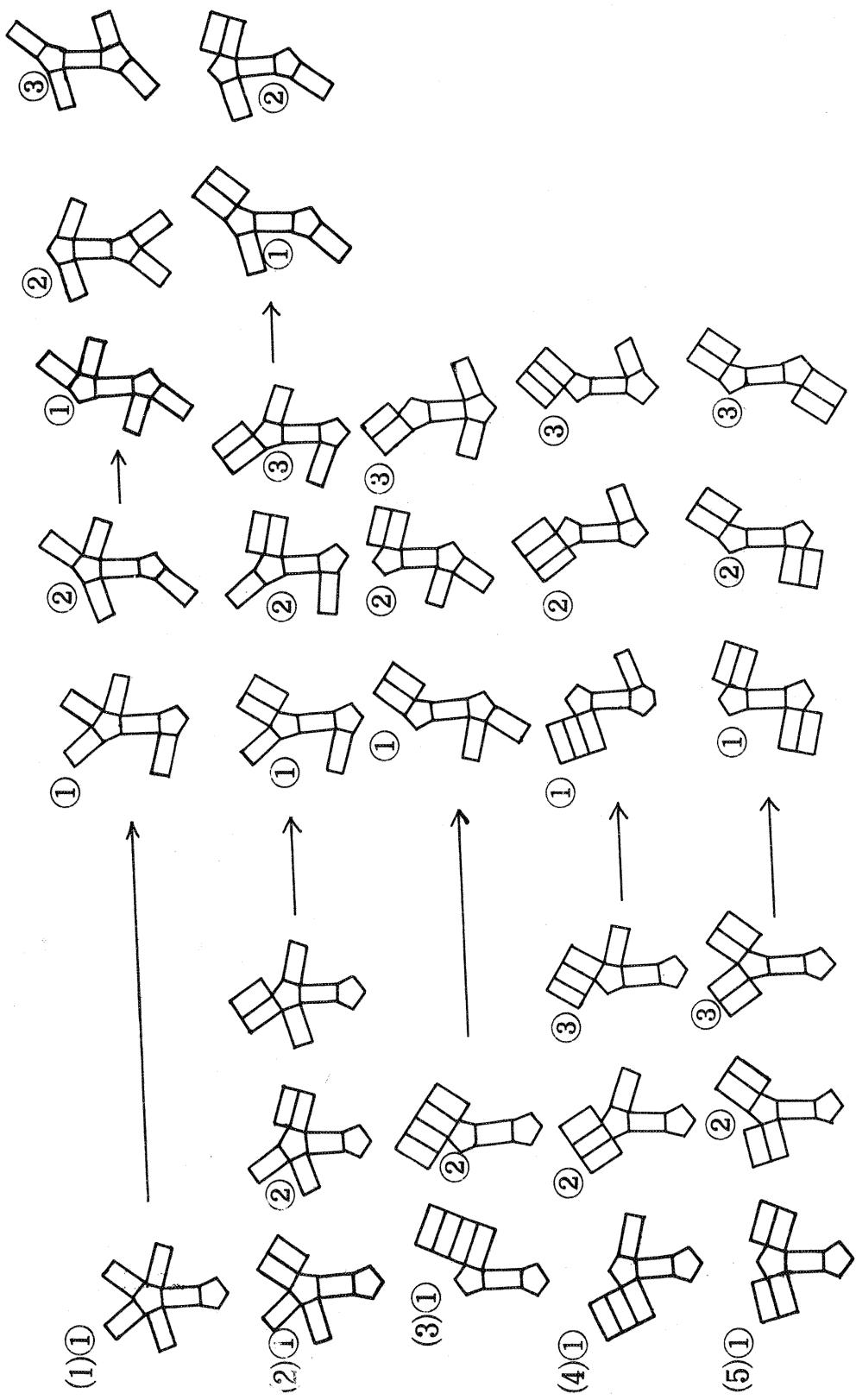
移 側 二



移 側 三



四側移



角柱展開圖個數統計表

名稱 斜 移動順序	移底面	移側一	移側二	移側三	移側四	移側五	合計
三角柱	4	2	3				9
四角柱	6	5	9	9			29
五角柱	9	8	20	30	32		99
六角柱	12	13	34	69	119	110	357

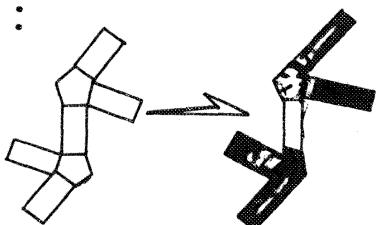
所有展開圖整理在資料簿(一)

(二) 利用展開變化形來做紙盒

我們畫展開圖畫得很辛苦，但一直支持我們做下去的理由是：每一個展開圖都有一張不同的臉，如果能加一點想像，做成紙盒一定很好玩。我們把這些有趣的聯想整理在資料簿(二)

1. 展開圖的聯想

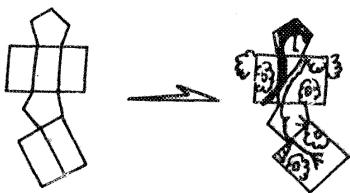
例：



乘風歸去



大象肥肥



倩女幽魂

2. 兩張紙的接合研究

光憑展開圖的聯想、變化，是無法做成一個紙盒的，最重要的是在展開圖的相對連接上，加個東西固定起來才行。所以

首先要算一算角柱展開圖的連接連數。

(1) 算出連接邊數

各角柱連接邊數統計表

名稱	三角柱	四角柱	五角柱	六角柱
連接邊數	10	14	18	22
相對連接邊	5	7	9	11

(2) 接合方法

我們蒐集市面上的包裝紙盒，發現接合的方法不外乎：黏、釘、交叉、穿、扣這五種方法。因為我們希望紙盒用完後，不要丟掉，將它展開後變成有趣的圖案收集起來才不會浪費，所以要研究接合的方法並加以變化，使這種接合方法具有固定展開圖成為一個盒子的功能，在紙盒打開後又不破壞圖形的美麗。於是將基本的組合方式加以變化，並將許多對稱的圖形、文字，分配在相對連接邊兩側，那麼組合的時候這有趣的圖形就顯出來了。

(三) 角柱底面變化研究

※接合變化整理在資料簿(三)

做完紙盒後，按預訂進度，要接著做角柱公園。依老師凡事要我們深入了解，尋求變化的原則，這公園模型也要符合多變的要求。對於角柱我們已變化過它的展開圖，各個側面及組合，唯一沒試過的就是一個角柱的上下底變化。

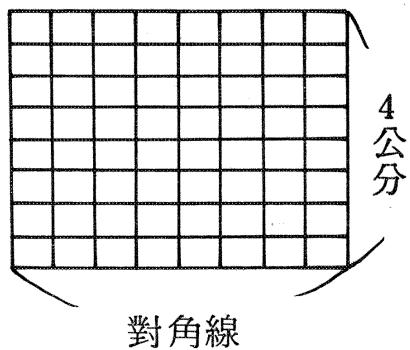
1. 角柱上底截面研究

一個蘿蔔因切的方向不同，而產生不同的切面，而角柱如果被切割之後，不曉得上、下底有什麼變化。我們用投影片做了柱高十公分。沒上、下底的角柱，逐格切割做截面探討，全部資料整理在資料簿(四)。

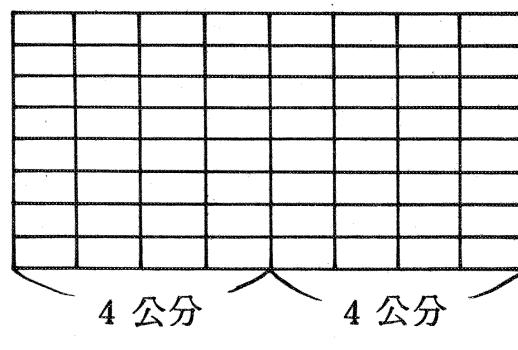
(四) 角柱也能報國

依前項截面研究得到的結論推想：如果將所想的圖形由原來

對角線長，拉長到兩倍柱體邊，繪在展開的側面，去掉不必要的部份，那麼角柱組合站立時，就會呈現所畫的圖形。為了印證推想是否正確。我們首先針對正方形柱，設計了兩個座標。一個是視覺座標；一個是平面座標

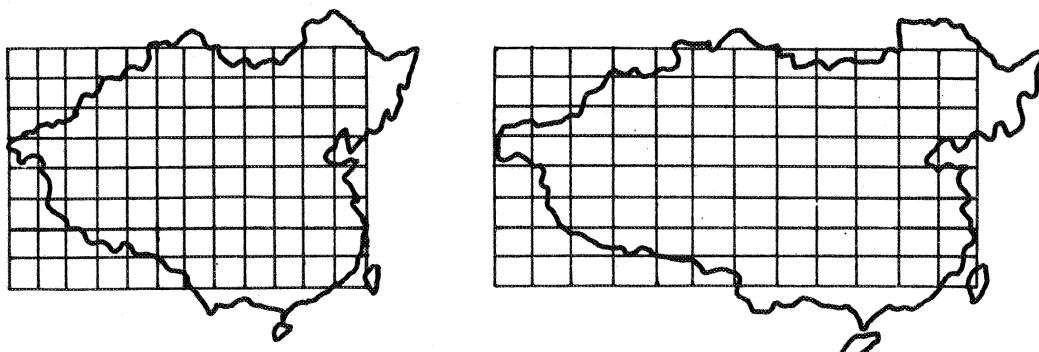


視覺座標



平面座標

我們將中國地圖影印縮小後先畫在視覺座標上，然後依圖形在座標上的位置，轉畫到平面座標上將圖形變長，然後把不要的部份剪掉，一個站起來的中國真的呈現在眼前了！



這種結果令我們興奮不已，於是又做了三、四、五、六各角柱的截面變化研究。基於一股愛國心，我們決定更改計劃，做一個角柱中國，又花了一個月的時間蒐集中國的資源、民俗、文物……，將中國的美及富庶表現出來。

五、實驗結果

- (一) 角柱展開圖個數及規律，資料整理在資料簿(一)。
- (二) 展開圖的聯想，資料整理在資料簿(二)。

(三)紙的接合研究，資料整理在資料簿(三)。

(四)角柱上底截面及截面變化研究，資料整理在資料簿(四)。

(五)應用截面變化而發展出之繪圖方法，製作柱體中國。

六、結論

(一)角柱展開圖規律：

1. 角柱展開依移底面，移側一、二的順序，各有各的移動規律，不能用簡單的一條計算公式算出展開的個數。
2. 奇數角柱移底面時，以不大於此奇數的數個奇數相加；偶數角柱移底面時，以不大於此偶數的數個偶數相加來計算個數。
3. 移側一公式 = 類型 \times 上底移動位置數 \times 下底移動位置數 $\div 2$ 。
4. 移側二公式 = 類型 \times 上底移動位置數 \times 下底移動位置數 $\div 2 +$ 梯型公式。
5. 移側三公式 = 類型 \times 上底移動位置數 \times 下底移動位置數 $\div 2 +$ 上底移動位置數 \times 下底移動位置數 $\div 2 +$ 類型 \times 上底移動位置數 \times 下底移動位置數。
6. 角柱移動的側面愈多，要計算時得分成許多部份分別計算，角柱移側四、五亦按一定公式移動，但推不出公式。

(二)角柱連接邊數

1. 角柱展開圖個數雖多，但連接邊數是有規律的。
2. 若以 \square 代表角柱的底面邊數，那麼連接邊數等於 $4\square - 2$ ，相對連接邊數等於 $2\square - 1$ 。
3. 在計算連接邊數時，我們又發現同一平面不能連續切掉 \square 個邊，否則那個平面會被切掉。
4. \square 角柱必定要切 $2\square - 1$ 個邊才能展開，展開圖的連接邊數是裁切邊數的兩倍，也就是 $4\square - 2$ 。

(三)角柱體上底截面研究

1. 側面切割的角度愈大，展開圖組合後所形成的上底截面形狀左右寬度不變，上下拉長，並呈現某種規律。
2. 對角線斜切時，有一側面的連接邊會全部被切掉，而不能組合

成角柱。

3. 每種角柱都有兩種不同的斜切法，形成的上底截面一是正的，一一是倒的。
4. 奇數角柱不能壓成平面，偶數角柱可以將柱體壓平。
5. 偶數角柱壓平後，其上底截面寬度與不壓平時相同。
6. 偶數角柱壓平後，其上底截面長度由原來的對角線長，變成兩倍角柱體邊長。

七、參考資料

- (一)時報週刊。
- (二)紙的立體構成。
- (三)第二十七屆科展作品專輯。

評 語

- (一)上年度科展得獎作品「角柱出新招」之評語云：「作者……受限於缺乏對於對稱之清晰觀念，並未能求得完整之結果」；本作品即為其後續研究，此種鍥而不捨，追根究底的態度與精神，值得鼓勵。
- (二)作者能自角柱之展開圖求得公式，其分析與歸納之能力甚佳。
- (三)本作品較其前階段作品在科學研究的系統完整性上，更前進了一大步，對高小學童而言，實屬難能可貴。