

# 怎樣的面積較大？

高小組數學科第三名

台中縣春富國民小學

作 者：劉誌峰、邱明聖

陳弘毅、陳俊富

指導教師：郭育宜

## 一、研究動機

- (一)在數學課裏我們學到：「四邊形各邊長度固定，它的形狀和大小會改變。」於是心中產生了一個疑問：「四邊形的形狀和大小的改變，在何種情形下面積會最大呢？」
- (二)又學到「四邊形和三角形面積」這一單元，知道四邊形由兩個三角形構成，於是心裏想：「四邊形的對角線和面積是否也有關係？」。
- (三)我們想從最簡單的三角形來討論面積的大小可能和什麼有關係呢？

## 二、研究目的

- (一)找出等腰三角形頂角與面積的關係。
- (二)找出等腰三角形底邊長與面積的關係。
- (三)找出四邊形對角線與面積的關係。
- (四)找出四邊形內角與面積的關係。

## 三、研究問題

- (一)等腰三角形頂角及底邊長與面積有什麼關係？
- (二)圓內接等腰三角形的頂角及底邊長與面積有什麼關係？
- (三)圓外切等腰三角形的頂角及底邊長與面積有什麼關係？

- (四)四邊形內角與面積有什麼關係？
- (五)四邊形對角線與面積有什麼關係？
- (六)圓內接四邊形的內角，對角線與面積的關係？
- (七)圓外切四邊形的內角、對角線與面積的關係？

## 四、使用器材

- (一)直尺。
- (二)圓規。
- (三)量角器。
- (四)方眼紙。
- (五)三角形教具。
- (六)四邊形教具。

## 五、研究過程

- [問題一]等腰三角形頂角及底邊長與面積有什麼關係？
- [過程一]比較等腰三角形，腰長一定，頂角與底邊之關係。
- [過程二]比較等腰三角形，腰長一定，頂角與面積之關係。
- [過程三]比較等腰三角形，底邊長與面積之關係。
  
- [問題二]圓內接等腰三角形的頂角及底邊長與面積有什麼關係？
- [過程一]比較等圓內接等腰三角形的頂角與底邊長之關係。
- [過程二]比較等圓內接等腰三角形的頂角與面積之關係。
- [過程三]比較等圓內接等腰三角形的底邊長與面積之關係。
  
- [問題三]圓外切等腰三角形的頂角與面積之關係？
- [過程一]比較等圓外切等腰三角形的頂角與底邊長之關係。
- [過程二]比較等圓外切等腰三角形的頂角與面積之關係。
- [過程三]比較等圓外切等腰三角形的底邊長與面積之關係。

〔問題四〕四邊形的內角與面積有什麼關係？  
〔過程一〕比較四邊一定，且等長，對角和不一樣的四邊形面積。  
〔過程二〕比較四邊一定，但不等長，對角和不一樣的四邊形面積

〔問題五〕四邊形的對角線與面積有什麼關係？  
〔過程一〕比較兩對角線的長度、夾角相同，相交處不同的四邊形  
〔過程二〕比較兩對角線長度一致，夾角不同的四邊形面積。  
〔過程三〕比較兩對角線互相垂直的四邊形面積。  
〔過程四〕比較任一條對角線延長後，四邊形面積。  
〔過程五〕比較兩對角線同時延長後的四邊形面積。

〔問題六〕圓內接四邊形的內角、對角線與面積有何關係？  
〔過程一〕比較兩對角線夾角相等，而相交點處不一樣的等圓內接四邊形的面積。  
〔過程二〕比較兩對角線的相交點固定，夾角不一樣的等圓內接四邊形的面積。  
〔過程三〕比較一內角固定，不同的等圓內接四邊形的面積。

〔問題七〕圓外切四邊形的內角、對角線與面積有什麼關係？  
〔過程一〕比較兩對角線的夾角一定，而相交點處不同的等圓外切四邊形的面積。  
〔過程二〕比較對角和不同的等圓外切四邊形的面積。  
〔過程三〕比較對角和為 180 度的等圓外切四邊形的面積。

## 六、研究結果

- (一) 等腰三角形腰長固定，頂角不同時，底邊長隨頂角角度增加而增加，高則隨頂角增加而減少。
- (二) 等腰三角形腰長固定，頂角不同時，頂角從 0 度開始逐漸增加，則其面積亦隨之增加，當頂角 90 度時面積最大，大於 90 度時，面積隨角度的增加而減少。

- (三)等圓內接等腰三角形底邊長隨頂角角度增加而增加，頂角90度時底邊長最長，大於90度時，底邊長隨角度的增加而減短。
- (四)等圓內接等腰三角形頂角角度從0度開始逐漸加大，則其面積隨之加大，至頂角60度時面積最大，大於60度時，面積隨角度的增加而漸減。
- (五)等圓內接等腰三角形，頂角角度從0度開始逐漸增加，其高度則逐漸減短。
- (六)等圓外切等腰三角形，底邊長隨頂角角度增加而逐漸增長。
- (七)等圓外切等腰三角形，面積隨頂角角度從1度開始增加而逐漸減小，頂角為60度時最小，大於60度時，面積則隨角度增加而增加。
- (八)等圓內接等腰三角形為正三角形時面積最大；而等圓外切等腰三角形為正三角形時面積最小。
- (九)四邊形的面積與其內角、對角線有密切的關係。
- (十)四邊形的對角線只要其夾角，長度一樣，面積一定會相等。
- (十一)四邊形的面積除了跟對角線長度有關外，還跟兩對角線的夾角有關。
- (十二)四邊形的兩對角線的長度一定，當兩對角線互相垂直時，所形成的四邊形面積最大。
- (十三)四邊形的兩對角線互相垂直時，面積就等於兩對角線長度乘積的二分之一。
- (十四)四邊形的兩對角線的長度延長倍數的乘積，就是延長後新四邊形面積為原四邊形面積的倍數。
- (十五)四邊形的四邊固定，當對角和為180度時的面積最大。
- (十六)四邊形的四邊固定，當對角和從0度到180度變化時，面積隨角度的增加而增加；對角和從180度到360度改變時，面積隨角度的增加而減少。
- (十七)等圓內接四邊形，一內角固定時，面積隨相鄰兩內角之差變化而變化，相鄰內角之差愈大，面積愈小，相反的，內角之差愈小，面積愈大。

- (A) 等圓內接四邊形，兩對角線相交點固定，對角線夾角角度從 0 度至 90 度逐漸增加，則此內接四邊形面積隨角度增加而加大，大於 90 度時面積隨角度增加而減少。
- (B) 等圓外切四邊形，對角和不同的四邊形，當其對角和為 180 度時面積最小。
- (C) 等圓外切四邊形，對角和不同時，當其對角和小於 180 度，則角度較小的面積較大，當其對角和大於 180 度時，角度愈大的面積愈大。

## 七、結論

- (一) 三角形與四邊形面積的變化都與角度有關。
- (二) 等腰三角形腰長固定，頂角不同時，當頂角 90 度時面積最大。
- (三) 等圓內接等腰三角形，當頂角為 90 度時底邊長最長而頂角 60 度時面積最大。
- (四) 等圓外切等腰三角形，當頂角 60 度時面積最小。
- (五) 四邊形的對角線只要其夾角、長度一樣，面積一定會相等。
- (六) 四邊形的兩對角線的長度一定，當兩對角線互相垂直時，所形成的四邊形面積最大。
- (七) 四邊形的四邊固定，當對角和為 180 度時面積最大。
- (八) 等圓內接四邊形，兩對角線相交點固定，當對角線夾角為 90 度時面積最大。
- (九) 等圓外切四邊形，對角和不同的四邊形，當其對角和為 180 度時面積最小。

## 八、參考資料

數學課本第九冊第五、八、九單元

## 評語

1. 由實際作圖取得數據，根據圖形找出極大值，從而得出結論，是很好的歸納推理。

- 2.指導適切不過份。
- 3.題目選材恰當。
- 4.具有完整性。