

電腦對(1 A 2 B)猜數字遊戲的策略

高中組應用科學科第一名

台灣省立台南第二高級中學

作者：陳麒全、林新富

陳鴻宜

指導教師：卓新德

一、研究動機

在1 A 2 B猜數字遊戲，人和人的對抗中發現，人的思考方式有抽象的傾向，不能對龐大的資料進行判斷處理。所以利用電腦高度的運算能力來克服上述的缺點，發展出一套獨特的思考路線。看是否能因此思考方向而推出一套「不敗」的公式。

二、研究目的

以電腦高速處理資料的能力，配合自己所想出來的資料整理方法相互運用，在1 A 2 B遊戲中用電腦所發展出的遊戲策略與人的抽象思考對抗則略佔優勢。

三、研究設備

(一)16位元個人電腦

(二)24撞針列表機

四、研究過程

爲了我們研究的方便，所以我們將原先由兩人互相問答的遊戲拆成二個程式——一個只做猜人數字的動作，另一個只做讓人猜它的數字的動作。並且遊戲中的數字組是不包含0的相異三位數（如123，

124, 125...986, 987)。也許，有人會問爲什麼不做五位數或六位數、七位數呢？因爲，我們所研究的只是對遊戲的一種策略、原則，只要原則掌握住了，五位數、六位數的遊戲其原理和二位數的原理完全相同到時只要稍爲修改一下即可，再者因爲若是位數更大，則程式的執行速度相對的，也會因此而降低，所以我們選擇三位數來做爲我們的研究對象是有其道理的。

(一) 1 A 2 B 的玩法

1. 遊戲程序

在遊戲中兩人相互對抗，兩方各設定一數字組，雙方輪流互猜對方的數字組，並根據對方所猜的數字組，彼此各給對方一個提示，雙方再依據對方的提示再猜出下一次的數字組。遊戲如此一直進行到某一方先猜中對方的數字組，即爲勝方。

2. 如何給對方提示

當對方問我方一數字組，我方要依據遊戲前所設定的數字組相互比較而給予對方提示。那麼兩組數字組應該如何比較而給予對方提示呢？

(1) 若有一個單一數字同時存在於兩個數字組中：

↖ 所在位置相同則累加 1 A。

↘ 所在位置不同則累加 1 B。

□ 累加所有單一數字後，提示 $x A y B$ ($0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$)。

(2) 若全無單一數字同時存在於兩組數字組中則提示爲 0 A 0 B。

範例：

假設我方數字組的答案爲 247

① 您猜 345

↓

我提示 1 A 0 B

247

②您猜 2 4 7
 ↓ ↓ ↓ 我提示 3 A O B
 2 4 7 (猜中了!)

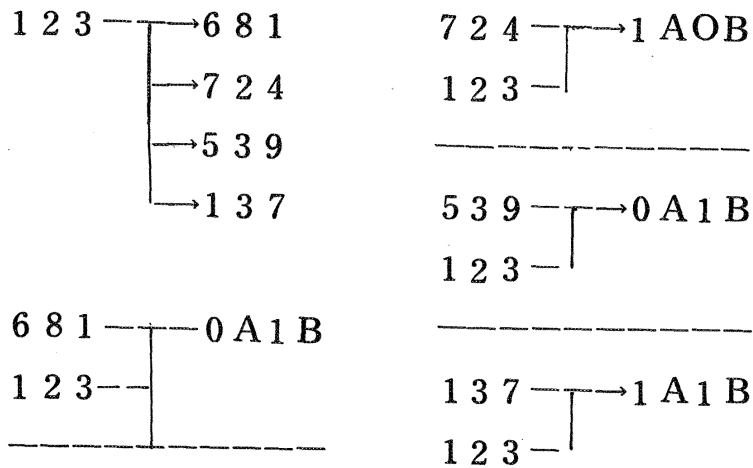
③您猜 2 8 4
 ↓ ↓ 我提示 1 A 1 B
 2 4 7

(二)電腦如何使人難以猜出電腦的數字組

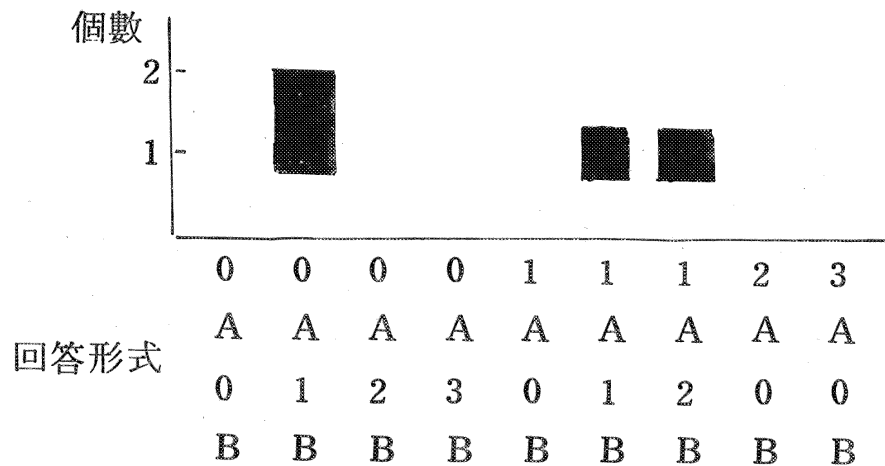
剛才曾經提到在遊戲剛開始前雙方必須設定一個數字組做為答案，不過假如這樣做的話也就等於我們就這樣呆呆地站在那裏聽人宰割，逃命的機會都沒有，過不了多久馬上就會被對方猜中。於是我們可以一開始就設定一個固定的數字組讓對方猜，如此我們便可在一個空間中到處遊走，以避開對方的攻擊。

要注意的是範圍會因每次給對方提示而逐漸縮小，所以我方在回答對方時，必須找一個對我方的範圍威脅較小（不易使範圍縮小）的回答來回答對方。而這門功夫就叫做「保護範圍法」。

1. 首先假設我方的答案範圍只剩下 681、724、539、137 等四個數字組，也就是我方的答案必定是這四個數字組中的一個。
2. 對方假設猜我方一個數字組為 123。
3. 我方範圍中的數字組一個一個和對方所猜的數字組 123 做比較



4. 統計回答形式的個數：



圖一

由圖一我們可以知道，我們範圍內的四個數字組合乎 $1 A 0 B$ 的回答形式只有一個，也就是說假如我們回答對方 $1 A 0 B$ 的話，我們的範圍就只剩下 1 個。若回答 $0 A 0 B$ 或 $0 A 2 B$ 則範圍剩下 0 個也就是沒有答案——做弊。所以我們爲了不使我方的範圍縮減太快，又不能做弊，故選擇所剩個數最多的 $0 A 1 B$ 來回答對方。如此，我方的範圍就由原來四個縮減成二個。

電腦就是利用此方法來「逃避」對方的追問。

(三) 電腦如何猜出人的數字組

1. 主要流程

(1) 電腦要猜出人的數字組其實就是運用「保護範圍法」的構想而推衍出來的。首先我們可以知道對方（人）的數字組必定是原始範圍中的一個（註：原始範圍是指尚未刪減的所有合法數字組的集合。 $\{ 123、124、125、\dots\dots 985、986、987 \}$ 總共有 $9 \times 8 \times 7 = 504$ 個數字組）。

(2) 第一次我方（電腦）就以隨機方式從原始範圍內取出一個數字組來問對方。

(3) 取得對方的回答。

(4) 整理範圍

用剛才所問的數字組和答案範圍中的數字組相互比較，各

產生一種回答形式。

又將與對方的回答形式相同的數字組集成一個新範圍。此範圍即是對方新的答案範圍。

(5)於答案範圍中擇一最具破壞力的數字組（註：破壞力是指能使一範圍縮小的能力。即破壞力越大，則能使範圍縮得更小。）共有「隨機取樣」「次數分析」「超級比較」等三種方法。

(6)找出破壞力最大的數字組來問對方。若沒有猜出則重覆第(3)到第(6)等步驟直到猜出為止。

2. 隨機取樣法

它的作法就是從對方的答案範圍中隨機取出一個數字組來問對方，所以我們可以知道，隨機取樣在實際操作中，執行的速度很快，但方法卻不很精密，常常要猜很多次才會猜中對方。

3. 次數分析法

首先，先整理出在答案範圍中單一數字所在位置出現的次數
例：設對方的答案範圍只剩下 782,872, 951, 463 等四個數字組。（如圖二）

又對其出現次數做排序並推算名次（如圖三）

圖二	出現數字	1	2	3	4	5	7	6	8	9
	百位									
	出現次數	0	0	0	1	0	0	1	1	1

	出現數字	1	2	3	4	5	7	6	8	9
	十位									
	出現次數	0	0	1	0	1	0	1	1	0

	出現數字	1	2	3	4	5	7	6	8	9
	個位									
	出現次數	1	2	0	0	0	1	0	0	0

圖三	名次：	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
	百位	4	7	8	9	1	2	3	5	6
		1	1	1	0	0	0	0	0	0

	十位	3	5	7	8	1	2	4	6	9
		1	1	1	1	0	0	0	0	0

	個位	2	1	6	3	4	5	7	8	9
		2	1	1	0	0	0	0	0	0

□根據上面出現的名次給所有在範圍內的數字組，各給一加權值（如圖四）

數字組	加權值（百位名次+十位名次+個位名次）
7 8 2	$2 + 4 + 1 = 7$
圖四 8 7 2	$3 + 3 + 1 = 7$
9 5 1	$4 + 2 + 2 = 8$
4 3 6	$1 + 1 + 3 = 5$

□整理出加權值最小的數字組則其破壞力最大。

運用「次數分析法」遠比「隨機取機法」精密多了。使用「次數分析法」可以幫電腦猜出對方的數字組的原因在於：

(a)所謂加權值最小的數字組可以說是用個、十、佰之位置出現次數最多的單一數字組合而成的數字組，有動一髮牽全身的作用，這也是為何選加權值最大的數字組之原因。

(b)所選出來的數字組均在答案範圍內若上述原因不發生作用的話其效果接近「隨機取樣法」。

4. 超級比較法

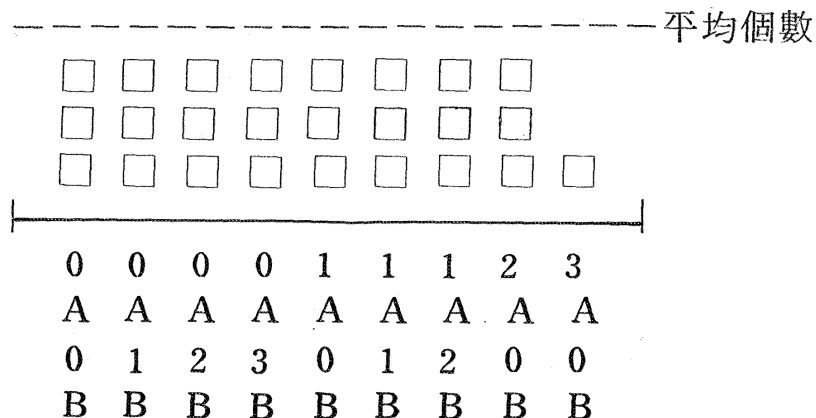
「超級比較法」不同於上面兩方法，算是一種對數字組評估相當精密的作法，不過它的目的和「次數分析法」的目的一樣——找出最具破壞力的數字組。

(1)原理說明：

勺若我方猜一數字組則對方也可能會根據前面所介紹的「保

「保護範圍法」找出促使剩下的答案範圍為最大的回答形式來回答。

若我方所猜的數字組 $x y z$ 使對方無法使用「保護範圍法」來找出最恰當的回答形式來回答。則其各個所剩的答案範圍大小必定相差不多。(最好所找出來的數字組能將答案範圍切割成大小相差不多的九個範圍，如圖五所示)



圖五

運用此兩大原則(分布越廣越好個數相差越小越好)我們將原始範圍內的所有數字組，各與對方答案範圍內的所有數字組相互比較而產生一組長條如圖一所示。全部計算完畢後則共產生 504 組長條圖(因原始範圍內的數字組共有 504 個)。

把各組長條圖分別作排序，使其由高排到低。

為了要合乎那兩大原則，所以我們從各組長條圖的第一高峯找起，找出各組第一高峯中最矮的一群(不只一個)，接下來再繼續比較這一群中的次高峯。然後又找出另一群更矮的長條圖，如此一直找，直到剩下一個即是最接近那兩大原則的一組長條圖，也是最具破壞力的數字組。

五、討 論

(一)程式組合

在目前所發展的程式內包含了「保護範圍法」、「隨機取樣法」、「次數分析法」、「超級比較法」等方法，故只要調整主程式

去呼叫那一個方法副程式即可決定對那一種方法進行評估。也可以把「保護範圍法」各別和其它三個方法組合起來成爲一個可猜、可回答的程式，也就可以和人進行遊戲對抗。

(二)實驗結果

利用上述方法單獨呼叫某一方法副程式，由人和電腦做單項動作（電腦猜，人回答；或人猜，電腦回答）對單一方法做評估。

(三)評估的結果

就速度來講，以「隨機取樣法」最快，而「次數分析法」也沒有相差多少，唯獨「超級比較法」需要上千倍以上的時間。一方面也許是因爲程式的迴圈太過龐大，或者也可能是程式寫得不夠緊湊，不過仍能完美的算出結果。

而所猜的平均次數以「隨機取樣法」最多「次數分析法」較少「超級比較法」更少，精密的東西仍有其存在的價值。另一方面人猜電腦由電腦回答的程式，是運用「保護範圍法」來和人對抗。這方法若玩者每次以最凌厲的方法去猜，最少也得猜六次以上，足可說明「保護範圍法」的可怕性。

(四)和人對抗

以「保護範圍法」和「次數分析法」相互使用即能對人略佔幾分優勢。若改用「超級比較法」，人會猜的不耐煩（電腦回答得很慢）。不過，卻能以非常少的次數猜出玩者的答案；若改用「隨機取樣法」就常會和人打成平手。方法的精密，就可以由此看出。

(五)方法討論

「次數分析法」雖然要比「隨機取樣法」精密的多，但兩者所耗費的次數卻無太大差別，不過和「保護範圍法」作對抗時，「次數分析法」卻略勝一籌。

「超級比較法」是三種方法中最切實際的辦法，但在時間耗費上卻是最不切實際，若能以低階語言重寫或在較快速度的機器上執行，當可彌補這唯一的缺點。

一個程式未必從頭到尾只使用一種方法，也可以兩三個方法相互

配合，各自在最恰當的時機擔任尋找最具破壞力的數字組的工作，使得各個方法能相互配合來彌補自己的缺失，這也不失為一種極佳的方法。

六、結 論

「超級比較法」主要是依據(一)分佈越廣越好。(二)各個範圍間的各數相差不多則越好。這兩個原則來尋求最具破壞力的數字組。

「次數分析法」所依循的原則是藉著單一數字所出現的頻率而產生聯繫，使所猜的數字組能對答案範圍產生較大的破壞力。而這原則是不是真的能發揮作用呢？我們不確定，因為這幾個方法欠缺實際數據理論的支持，所以方法中所採用的原則讓人感到有點自說自話。

評 語

- 1.研究主題明確，以嚴謹的構思及不同的演算法，用微電腦去探討 1 A 2 B 的遊戲問題，具有良好的創造能力。
- 2.對於程式處理遊戲策略的方法，符合科學探研的精神。在表達上，以電腦逐步說明，亦有創意。著者具有相當份量的腦力思考，成果分析，並具有優越的表達能力。
- 3.在理論研究上，比較薄弱，在研究過程中，在求知、求教及蒐集資料的各方面，仍應加強。