

等位線與電場實驗之深入探討和應用

高中組物理科第一名

光仁中學

作者：劉孟儒、許育銘
黃浩昀、吳昭芬

指導教師：黃德亮

一、研究動機

在高中實驗課本等位線與電場的實驗中，我們發現有許多困難，且很多同學在相同的電壓下，所獲得的等位線的分布並不相同。因此引起對它深入研究的興趣，藉此想瞭解影響結果的因素，並對實驗方法加以改良，推廣應用到一般靜電學之研究。

二、研究目的

(一)探討分析影響等位線分布差異的因素：

1. 電壓
2. 溶液的種類
3. 溶液的濃度
4. 電極的大小
5. 時間

(二)根據分析進行改良，設計新的等位線實驗。

(三)將等位線實驗推廣到一般靜電學之研究。

三、研究設備器材

水槽：	電流計 (μA)	探針
電極	圓餅形 (直徑 3 cm , 2 cm)	電阻器
	平行板 ($1 \times 40\text{ cm}$)	導線
	圓環 (直徑 30 cm)	鱷魚夾
電壓計 (V , mV)	電源供應器 (定壓)	燒杯 $Cu\ SO_4$ $Na\ Cl$

四、研究過程或方法

(一)在不同的電壓，不同的電解質，和不同電解質的濃度進行探討等位線實驗的最佳條件。

1. 電解質 NaCl :

(1)高壓高濃度	(2)高壓低濃度
(3)低壓高濃度	(4)低壓低濃度

2. 電解質 CuSO_4 :

(1)高壓高濃度	(2)高壓低濃度
(3)低壓高濃度	(4)低壓低濃度

(二)選擇最佳的電壓和電解質 (CuSO_4)，畫出不同濃度等位線的分布圖，進行圖形分析比較。

(三)選擇最佳的電壓和電解質 (CuSO_4)，不同濃度的電解質電場中，取某些定點，作電位變化對時間的關係圖，進行定量分析以瞭解電位變化是否會趨向穩定。

(四)由分析的結果探討以改良實驗設計和方法。

(五)將等位線實驗應用在一般靜電學的研究。

1. 探討點電荷之電位分布。

2. 探討雙極電荷之電位分布。

3. 探討平行板電荷之電位分布。

4. 探討金屬導體在電場中對電位分布的影響。

五、實驗結果：

(一)由步驟(一)得 NaCl ， CuSO_4 在不同電壓和電解質濃度時等位線分布圖。

(二)由步驟(三)選擇最佳的電壓， NaCl ， CuSO_4 在不同濃度下，電場中某些點所作的電位變化對時間的關係圖（距離電極每 2 cm 處測出每 10 秒的電位變化，並畫出電位變化對時間的關係圖）

(三)由步驟(五)得 1. 點電荷等位線的分布圖。

2. 雙極電荷等位線的分布圖。

3. 平行板電荷等位線的分布圖。

4. 金屬導體在電場中對電位分布的影響。

六、研究討論

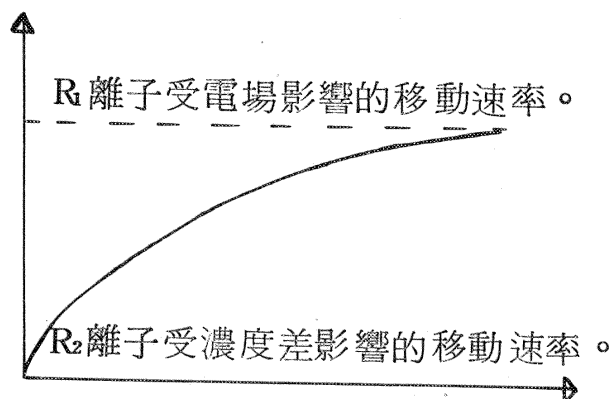
(一)由結果(一)所得的不同電壓不同電解質，和不同濃度等位線的分布圖，在定性分析與實驗過程，得知在電壓較低的情況下，很難分別出各點電位差別，因此高壓要比低壓時理想。但也由這裡得知硫酸銅要比氯化鈉來得理想。

(二)由分布圖得知 CuSO_4 在相同的電壓中，濃度較低的分布圖形較濃度高來得對稱，但是根據實驗的條件是採取二個不同大小的電極，再加上通電後正負離子分布不均勻，照理論來說，分布不對稱應該是較正確的。且濃度較高情況下，等位線要比濃度低時圓滑和規則。

(三)由於此實驗是利用電解質來作為電流傳導的媒介，所以電解質的離子游離對整個實驗的影響扮演一個極為重要的角色。

由不同濃度的電位變化對時間之作圖得知，剛開始整個空間電位的分布會隨著時間而改變，但最後將會慢慢地趨向一個穩定的值。由理論方面解釋：在水溶液中， CuSO_4 會解離成 Cu^{2+} 和 SO_4^{2-} ， Cu^{2+} 從陽極產生，受到負電電場的吸引，向陰極移動，連續不斷將電荷運送到陰極，而 SO_4^{2-} 離子在水中解離後，由於帶負電，所以受到正電電場的吸引，向陽極附近靠近，但由於 SO_4^{2-} 離子無法作用，所以有過多負電荷分布在陽極附近，而時間愈久，負電荷影響電位分布愈大，為什麼最後會達成平衡呢？因為影響 SO_4^{2-} 離子移動的因素有二，一是受到電場的吸引，二是濃度差的影響，離子會從高濃度擴散到低濃度，在電解槽剛開始加電壓時，第一個效應影響很大，漸漸的由於 SO_4^{2-} 離子一直向正極移動，所以正負電極 SO_4^{2-} 離子的濃度差愈來愈大，所以第二個效應的影響開始增加，所以 SO_4^{2-} 離子反而向濃度低的負極移動，最後向正極移動的速率等於向負極移動的速率，故溶液的 SO_4^{2-}

離子造成平衡，而電位也趨於穩定。



(四)針對分析的結果改良原實驗的設計和方法：其優缺點比較如下：

	課 本 上 的 實 驗	改 良 後 的 實 驗
1.電解質	NaCl：容易發生電解反應，產生有毒氣體，且氣體會附著在電極附近妨礙導電。	CuSO ₄ ：電鍍的傾向較強，且反應無氣體及化合物產生，同時析出的銅可配合銅極，加強實驗的效果。
2.電 源	1.5 V 乾電池：電壓較低，電流較不穩，其內電阻會影響輸出電壓。	電源供應器：電壓可自由選擇，電流較穩，輸出電壓也較穩定。
3.電 壓	低電壓：不易分辨電位變化。	高電壓：容易分辨電位變化。
4.電 極	電極大小固定：實驗無法變化。	電極可自行更換：實驗可多樣化。
5.電 場 形成盤	形成盤較小和距離固定：實驗無法變化和觀察到更大範圍。	形成盤較大，且距離可變化：實驗可多樣化和可觀察到更大範圍。

	課 本 上 的 實 驗	改 良 後 的 實 驗
6. 推 廣 應 用	不易推廣。	可應用到一般靜電學的研究： (a)可探討點電荷之電位分布。 (b)可探討雙極電荷之電位分布。 (c)可探討平行板電荷之電位分布。 (d)可探討金屬導體在電場中對電位分布的影響。

(五)等位線實驗應用在一般靜電學的研究，可由結果(三)的分布和關係圖得知：1. 點電荷：正負點電荷的等位線分布的形狀類似，且都是圍繞中心而成圓形的封閉曲線。點電荷的電位差的絕對值會隨著場源距離的增加而變大，所以我們可以推論出當場源為正電荷時，距場源愈遠處的電位會愈小，而當場源為負電荷時，距場源愈遠處的電位會愈大。

2. 由其等位線的分布圖可知兩等大的圓柱或兩等小的圓柱，所得到的分布曲線似乎較對稱。但當一大一小電極時，似乎較不對稱。由理論方面來解釋，大小圓柱所帶的電量雖相同，但面積不等，電荷密度也不同，曲率也不同，所以等位線不對稱的現象是合理的。同時由分布圖可看出中間部份都分布較規律，但靠近兩極（尤其後方）顯得非常零亂，且正負極的情況似乎有所差異，由理論上來分析，造成的原因可能由於離子分布或者電位相差較小，無法準確測得所造成的後果。由某點電位對該點位置由遠到近先遞增，再遞減至最小，最後再遞增。在負極時電位差最大，正極時，電位差為零。由此可推論出靠近正電荷之電位會升高，靠近負電荷之電位會降低。由某點電位對該點位置的關係圖上可以發現，在兩電極之間的電位差較大，較易進行等位線的測量，而

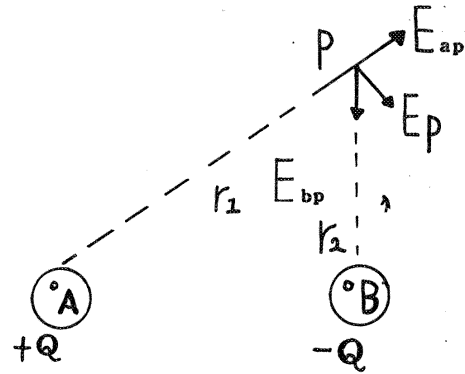
兩電極後面的區域，電位差較小，較不易測量等位線，故在等位線分布圖中，兩電極後面較為零亂。由某點電位對該點位置的關係圖也可看出電極大小不一致時，其曲線雖然趨勢相同，但中間等電位為零的位置有所移動，由理論上解釋是合理的。

雙極圓柱形電荷理論分析：

$$E_{ap} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \times \frac{1}{r_1}$$

$$E_{bp} = \frac{-Q}{2\pi\epsilon_0 L} \times \frac{1}{r_2}$$

$$\vec{E}_p = \vec{E}_{ap} + \vec{E}_{bp}$$



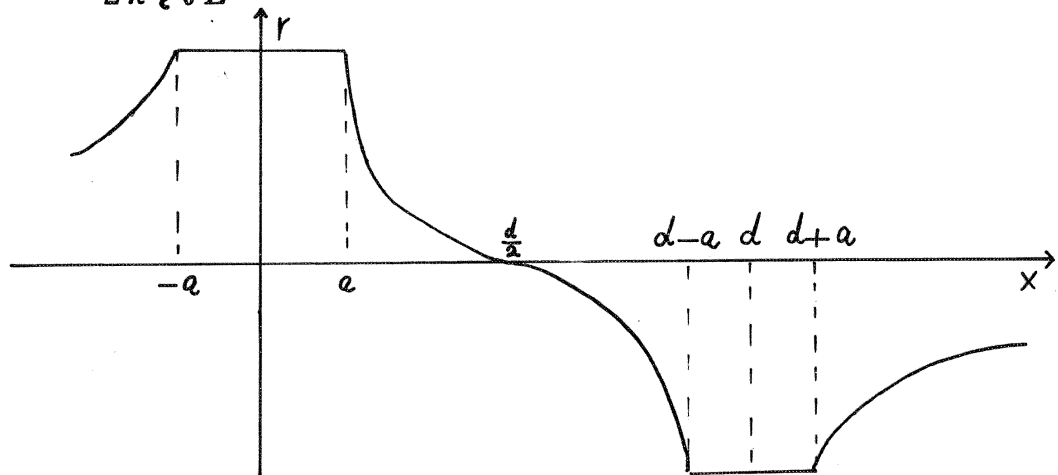
$$V_p = V_{ap} + V_{bp}$$

$$= -\frac{Ql \ln r_1}{2\pi\epsilon_0 L} + \frac{Ql \ln r_2}{2\pi\epsilon_0 L}$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} (-\ln r_1 + \ln r_2)$$

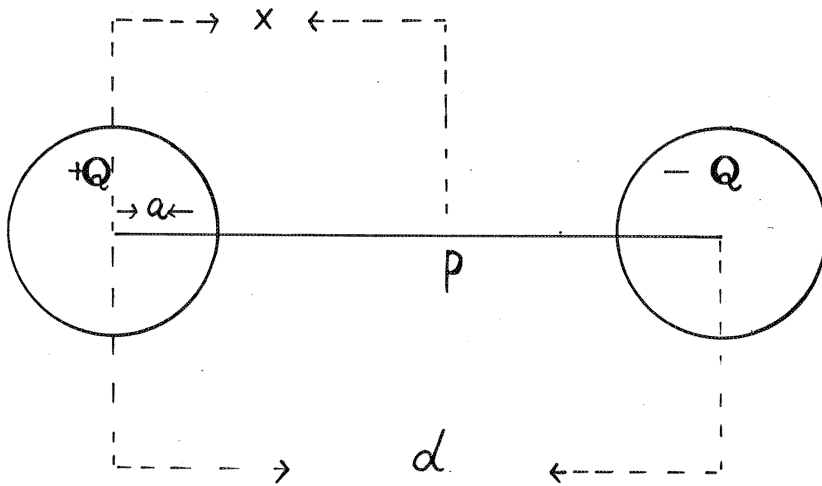
若P在雙極的連線上

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} (-\ln x + \ln(d-x)) \dots \text{式(A)}$$



由理論圖形可知，在圓柱形電極上的電位是一定值，當靠近正極時，電位會急遽上昇，而靠近負極時，電位會急遽下降，和實驗值大略符合。

由理論分析探討在固定電位差下，雙極圓柱形電極的大小對電位分布的影響。



由式(A)

$$V_a = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} [\ln(d-a) - \ln a]$$

$$V_b = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} [\ln a - \ln(d-a)]$$

$$\begin{aligned} V_k = V_a - V_b &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} [\ln(d-a) - \ln a - \ln a + \ln(d-a)] \\ &\text{(定值)} \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} [\ln(d-a) - \ln a] \end{aligned}$$

$$\therefore Q = V_k \times \frac{\pi\epsilon_0 L}{[\ln(d-a) - \ln a]}$$

代回式(A)

$$V = \frac{V_k \times \frac{\pi\epsilon_0 L}{[\ln(d-a) - \ln a]}}{2\pi l \epsilon_0} [\ln(d-x) - \ln x]$$

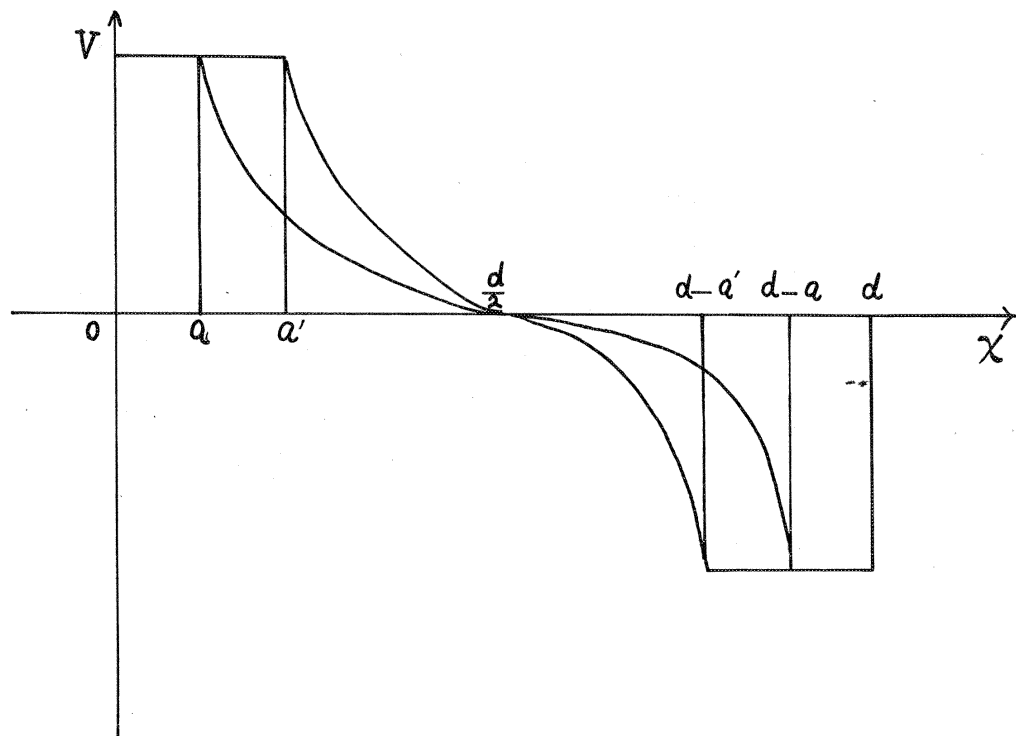
$$= \frac{V_k}{2 \ln \frac{d-a}{a}} [\ln(d-x) - \ln x]$$

$$\text{令 } k = \frac{V_k}{2 \ln \frac{d-a}{a}}$$

$$V = k \times [\ln(d-x) - \ln x]$$

∴ 當 a 愈大時， k 也愈大

故電極半徑大小會影響等位線的曲率。

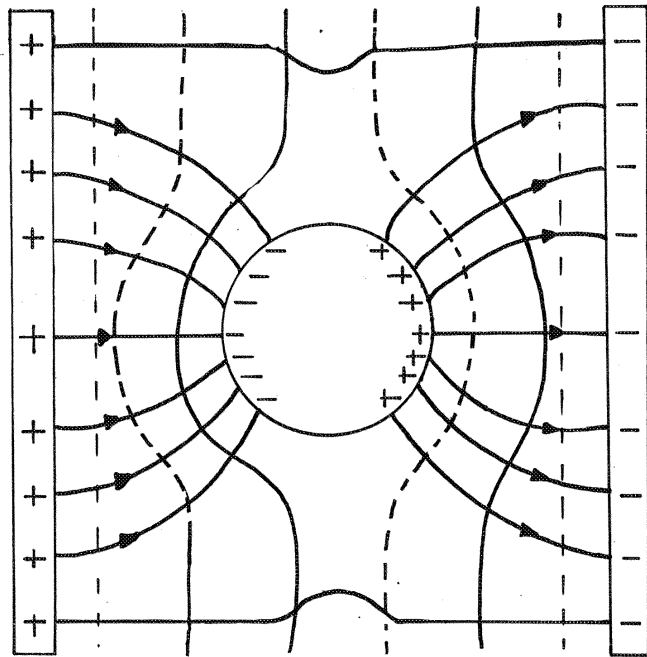


3. 平行板：由平行板等位線的分布圖，可看出曲線都接近平行，也可說明電場是均勻的。由於看到平行板外側電位無變化，可瞭解其電場為零，同時我們也標示出等電位差的電位線分布，以更深入瞭解電位的分布。由某點電位對該點位置的關係圖分析得知其曲線接近真線，可知電位與距離成正比，也即電場大小與距離無關。由平行板的理論分析：

$$E = \frac{q}{4\pi kA} \quad V = \int_{\infty}^d E \, dr = \frac{q}{4\pi kA} d$$

可知電場與距離無關。

4. 金屬導體在電場中對電位分布的影響：(1) 平行板電場中置一金屬圓柱：靠近金屬圓柱周圍的等位線會彎曲。由理論上來證明，此金屬圓柱會受到兩極的感應帶電而產



生電場，由於電力線是沿導體表面發射，故在金屬圓柱附近的電位線會呈彎曲。

- (2) 平行板電場中置一金屬圓環：由分布圖和實驗可知圓環內的電位為一定值，所以電場為零。因為在電場的感應下，導體中正負電荷會向兩邊運動，在內部形成一個電場與外界的电場抵銷，所以金屬環內的電場為零，則測試電荷在內部移動勿需作功，故環內的電位為一定值，若由高斯定律來描述，因為在高斯面內無電荷，故其內部電場為零。

- (3) 金屬圓環包圍雙極電場中的一極：由分布圖可看出被金屬環包圍的一極附近其等位線都成同心圓方式分布。另一極的等位線受到金屬環的感應電場影響也有所不同。

七、實驗價值

(一) 對課本實驗做進一步的研究，將實驗做較嚴密的設計，改進實驗的方法，控制實驗的外在變因，使實驗結果較為精確，有教學上的價值。

(二) 推廣到一般靜電學的研究上，可以做一般理論的驗證。

八、建議

- (一)建議學生在從事課本的實驗時，能考慮影響電位分布的因素。
- (二)平常在校作實驗時，能夠多注意實驗時發生的異常現象，充滿好奇心，必能有更大的發現，這也是科學研究的基本態度。

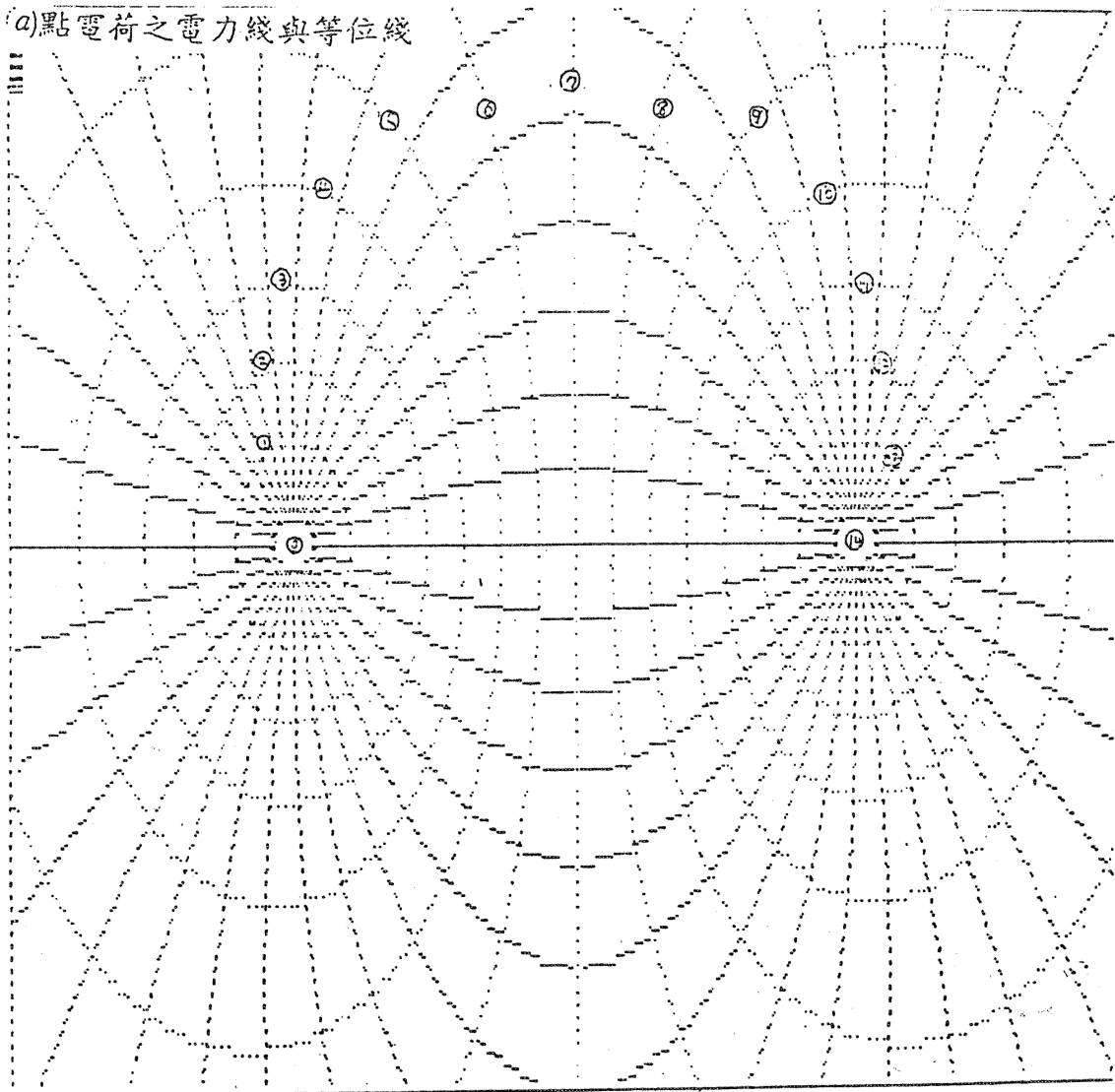
九、參考資料：

高級中學物理第三冊～國立編譯館

高級中學物理實驗手冊第五冊 P.24 ~ P.26 ~國立編譯館。

物理學基本原理第三冊～謝芳生譯～東華書局。

電磁學第三章～黃振麟校閱～徐氏基金會



評 語

設計新的實驗方法探討分析影響等位線分布的各種因素，包括電壓溶液種類，溶液濃度，電極大小等等。

本作品對問題的探討相當徹底，深入在實驗技術的改進方面亦有優良表現。就高中學生程度而言，是很難能可貴的。

總之本作品內容完整，研究方法正確，其中以惠斯頓電橋方法量度電位以減少實驗誤差部份尤具巧思。