

切蘿蔔學數學

初小組數學科第三名

屏東縣立萬丹國民小學

作者：劉憶瑩、李季熹

陳韻宜、洪悅真

指導教師：林錦榮、謝炳炎

一、研究動機

有一天，媽媽買了一塊新的砧板，好奇的妹妹，拿著蘿蔔在上面切，切出許多不同的形狀，我覺得很好玩，試著拿起蘿蔔來切，也能切出許多不同的形體像圓形、橢圓形。到了學校我請教老師：「一條蘿蔔到底能切出多少變化呢？」於是在老師的指導下，我們開始了有趣的切蘿蔔研究！

二、研究目的

- (一)瞭解球體、正方體、長方體、圓柱體，切片後會變成什麼形狀。
- (二)將球體、正方體、長方體、圓柱體，切片後的形狀，以馬糞紙代替，以不同的厚度組合會成爲什麼形體。
- (三)所組成的各種新形體，日常生活中哪裏可以發現。

三、研究設備器材

1.砧板 2.水果（柳橙） 3.紅蘿蔔 4.白蘿蔔 5.馬糞紙 6.剪刀 7.尺
8.膠水 9.自製切片控制器 10.圓規 11.菜刀。

四、研究方式

- (一)實際操作——舉例、觀察。
- (二)共同討論——探究、分析。

(三)整理結果——綜合、歸納。

(四)提出報告——成果、展出。

五、研究過程

(一)球體

切法：將買來的柳橙（形狀接近球體），以大約兩公厘的厚度垂直切下。

結果：切完後的薄片就變成大小不同的圓形。

描繪：將每個大小不同的圓形描繪在同厚的馬糞紙上（略）。

組合：（略）。

討論：

- 1.像柳橙的球體，切成薄片時，形狀都是圓形的。
- 2.這些圓形由小而漸漸變大，再由大而漸漸變小。
- 3.球體的柳橙，切成薄片時，第一片和最後一片很相似，中間一片最大，由中間向外算，兩邊的薄片都漸漸變小，而且互相對稱。
- 4.切得越薄時，所得的圓形越多，而且相鄰的薄片大小都很相似。
- 5.把切好的薄片再組合起來時，又恢復原來的球體。
- 6.依薄片的大小，描繪在馬糞紙上，再按照順序將馬糞紙組合，也能成爲球體。
- 7.以原來厚度的一半組合時，結果形成一個碟狀的形體。
- 8.以兩倍的厚度組合時，結果變成一個橢圓球體。

(二)圓柱體

先把白蘿蔔切成圓柱體，（底面直徑 5 公分，高 6 公分）。

【切法 1】：將圓柱體倒放垂直切，每片的厚度大約兩公厘。

結果：變成一片一片完全相同的圓形，每片直徑 5 公分厚約 2 公厘。

描繪：將每個圓形描繪在馬糞紙上。（略）

組合：（略）。

討論：

- 1.圓柱體與底面平行切下時，所形成的薄片，都是大小完全相同的圓形，而且愈切愈薄，就能切的越多。
- 2.把切好的圓形薄片，再組合起來時，又恢復原來的圓柱體。
- 3.依薄片的大小描繪在馬糞紙上，再依序組合，也能成爲和原來形狀大小相同的圓柱體。
- 4.以原厚度的一半組合時，結果也是圓柱體，但高度只有原來的一半。
- 5.以原來厚度的 2 倍組合時，圓柱體的高就是原來的 2 倍。

【切法 2】：將圓柱體正立，以垂直底面正切。每片的厚度約 2 公厘。

結果：變成一片片寬相同，但長不相同的長方形。

描繪：再將每個大小不同的長方形描繪在同厚的馬糞紙上。（略）

組合：（略）

討論：

- 1.圓柱體與底面垂直切下時，形成寬（圓柱的高）相同，長不相同的長方形。
- 2.這些長方形都是由小而漸漸變大，再由大而漸漸變小。
- 3.所切成的長方形以中間一片最大，然後向兩邊漸漸變小，正好互相對稱。
- 4.切得愈薄時，所得的長方形愈多。
- 5.把切好的薄片依序再組合起來，又恢復原來的圓柱體。
- 6.依薄片的大小描繪在馬糞紙上，再依序將馬糞紙組合，也能成爲圓柱體。
- 7.以原來厚度的一半組合時，結果形成一個橢圓柱體。
- 8.以原來厚度的 2 倍組合時，結果形成一個較大的橢圓柱體。

【切法 3】：將圓柱體倒放斜 45° 切下，每片厚度大約 2 公厘。

結果：起初像半月形，由小而漸漸變大，直到變成橢圓形。

描繪：將每個大小不同的薄片描繪在同厚的馬糞紙上。（略）

組合：(略)

討論：

- 1.圓柱體倒立斜切時，形成像半月形的薄片，由小漸漸變大成橢圓形，再由橢圓形漸漸變小成半月形。
- 2.這些切片都是由小而變大，再由大而變小互相對稱。
- 3.將不完整的橢圓形，依小 \cap 配大 \cup ；再由大 \subset 配小 \supset ，依序併組，可以形成一個完整的橢圓形。
- 4.切得愈薄時所得的薄片愈多。
- 5.把切得的薄片依序再組合起來，又恢復原來的圓柱體。
- 6.依薄片的大小描繪在同厚的馬糞紙上，再依序將馬糞紙組合，也能成爲圓柱體。
- 7.以原來厚度的一半組合時結果變成一個橢圓柱斜切，斜切面是橢圓形。
- 8.以原來厚度的 2 倍組合時，結果變成一個較大的橢圓柱體斜切，斜切面也是橢圓形。

(三)正方體

將紅蘿蔔切成每邊 4 公分的正方體。

【切法 1】：以平行正方體一面垂直切下每片厚度大約 2 公厘。

結果：變成同樣大小的正方形，邊長 4 公分共 20 片。

描繪：將每個正方形描繪在馬糞紙上。(略)

組合：(略)

討論：

- 1.平行正方體一面垂直切下時，形成相同的正方形。
- 2.切得愈薄時，所得的正方形薄片愈多。
- 3.把切好的薄片依序組合，也能恢復原形。
- 4.依薄片的大小描繪在馬糞紙上再依序組合，也能成爲正方體。
- 5.以原來一半的厚度組合時，那麼新長方體的高度只有原來的一半。
- 6.以原來厚度的兩倍組合時，變成原高度 2 倍的長方體。

【切法 2】：沿正方體一面的對角線垂直切下每片厚約 2 公厘。

結果：變成一片片寬相等，長依序變化的長方形。

描繪：將每個大小不同的長方體描繪在馬糞紙上。（略）

組合：（略）

討論：

1. 正方體以一面對角線垂直切下時，形成大小不同的長方體。
2. 這些長方形的寬相同（4 公分）但長由小而漸漸變大，再由大而漸漸變小，互相對稱。
3. 切得愈細時，所得的長方形愈多。
4. 把切好的薄片依序組合，又恢復原來的正方體。
5. 依薄片的大小描繪在馬糞紙上再依序組合，也能成爲正方體。
6. 依原厚度的一半組合時，形成底面菱形的角柱體。
7. 依原厚度的 2 倍組合時，也是形成底面菱形較大的角柱體。

【切法 3】：沿正方體的對角線斜切時，每片厚度大約 2 公厘。

結果：由三角形漸漸變大再變成五邊形，到最中間變成菱形。

描繪：將每個形狀大小不同的薄片描繪在馬糞紙上。（略）

組合：（略）

討論：

1. 正方體以對角線斜切時，形成三角形、五邊形、菱形等不同的形狀。
2. 所形成的三角形以等腰三角形漸漸變大。
3. 五邊形有一條對稱軸，而且底邊漸漸縮小。
4. 將最大五邊形與最小三角形拼排，可排成菱形，而且全等。
5. 這些不同形狀的薄片，由小而漸漸變大再由大而漸漸變小，互相對稱。
6. 如果切得越薄，所得的薄片越多。
7. 把切好的薄片依序組合，也能恢復原形。
8. 依薄片大小描繪在馬糞紙上，再依序組合，也能成爲正方體。

9.按照原來厚度的一半組合時，形成一個四角柱斜切，斜切面是菱形。

10.依原厚度的2倍組合時，也是形成四角柱，但體積變大，斜切面也是菱形。

(四)長方體

將紅蘿蔔切成一個長方體，（長5公分，寬4公分，高3公分）。

【切法1】：平行長方體三個不同的面切下，每片厚約2公厘。

（略）

結果：各組形狀都各自相同的長方形。（略）

描繪：將三組不同的長方形描繪在馬糞紙上。（略）

組合：（略）

討論：

- 1.長方體平行一面切下時，形成和平行面全等的長方形。
- 2.切得愈薄時，所得的薄片愈多。
- 3.把切好的薄片依序組合時，即能恢復原來的長方體。
- 4.依各組長方形大小描繪在同厚的馬糞紙上，再依序組合，也能成爲和原來相同的長方體。
- 5.以原厚度的一半組合時，變成只有原來高度一半的長方體。
- 6.以原厚度的2倍組合時，變成原來高度2倍的長方體。

【切法2】：垂直三條不同的對角線垂直切下，每片厚約2公厘。
（略）

結果：形成三組長寬各不相同的長方形。（略）

描繪：將三組不同形狀的長方形描繪在馬糞紙上。（略）

組合：（略）

討論：

- 1.長方體各垂直三面的對角線切下時，形成三組大小不同的長方形。
- 2.所切成的長方形，寬一樣，長的小漸漸變大，再由大漸漸變小，互相對稱排列。
- 3.切得愈薄所得的長方形愈多，而且依序組合，即能恢復原

來的長方體。

- 4.依所切的長方形大小描繪在馬糞紙上，再依序組合，也能成爲和原來相同的長方體。
- 5.以原厚度的一半組合時，變成底面平行四邊形的四角柱。
- 6.以原厚度的2倍組合時，也是變成底面平行四邊形的四角柱，但體積較大。

【切法3】：沿著長方體的對角線斜切，每片厚度大約2公厘。

也有三種不同的切法。（略）

結果：由三角形漸漸變大，再變成五邊形到中間一個變成平行四邊形，再由五邊形，三角形漸漸變小。

描繪：將三組不同形狀的薄片描繪在馬糞紙上。（略）

組合：（略）

討論：

- 1.長方體以對角線斜切時，也有三種不同的切法。
- 2.長方體以對角線斜切時，每組都變成不同的三角形、五邊形、平行四邊形，等不同形狀。
- 3.這些形狀都由小而漸漸變大，再由大而漸漸變小，互相對稱。
- 4.如果將最大的五邊形與最小的三角形依序組合，可排成平行四邊形，而且全等。
- 5.所拼成的三組平行四邊形，雖然形狀不同，但是都有一條等長的對角線。
- 6.切得越薄所得的薄片愈多，將這些薄片依序組合又能恢復原形。
- 7.依所切的圖形描繪在馬糞紙上，再依序組合也能成爲和原來相同的長方體。
- 8.以原厚度的一半組合時，變成一個四角柱斜切，斜切面是平行四邊形。
- 9.以原厚度的2倍組合時，也是變成一個四角柱斜切，而且斜切面也是平行四邊形，但體積較大。

六、結 論

- (一)球體沿直徑延長，垂直這條直徑的面不變時可變成橢圓球，縮小則變成碟狀體。
- (二)圓柱體沿高延長或縮短，垂直高的面不變，還是圓柱體，沿直徑延長或縮短，垂直這條直徑的面不變，則形成橢圓柱，沿兩底面對頂點延長或縮短則成橢圓柱斜切。斜切面是橢圓形。
- (三)正方體沿高延長或縮短，垂直高的面不變就變成長方體，沿對角線延長或縮短，垂直對角線的面不變，就變成底面菱形的四角柱，沿體對頂點延長或縮短，就變成四角柱斜切，斜切面是菱形。
- (四)長方體沿高延長或縮短還是長方體，沿對角線延長或縮短就變成底面平行四邊形的四角柱，沿體對頂點延長或縮短就變成四角柱斜切。斜切面是平行四邊形。
- (五)由大小不同的圓形可以組合成球體，全等的圓形可以組合成圓柱體。
- (六)由不同的長方形可以組合成圓柱體、正方體、長方體，但要看組合方式而定。

七、參考資料

1. 國小數學課本第七冊，國立編譯館。
2. 國小數學課本第十一冊，國立編譯館。
3. 歷屆全國科學展覽有關數學部分，國立台灣科學教育館。

評 語

沒得到什麼重要的結果，但取材新穎、表達活潑，如果改變研究方式，可能得到較好的結果。