

球狀落體運動速度的測定 與空氣阻力的探討

高中組物理科第二名

臺灣省立彰化女子高級中學

作者：黃慧珠、李宜津

廖維雅、林敏娟

指導教師：李瑞華

一、研究動機

上完電算課後，瞭解微電腦可用來當精確的計時器。於是想到將之應用在物理實驗，故設計此實驗，以求球狀落體運動的速度，並探討空氣阻力對球體自由落下運動的影響。

二、研究目的

- (一)設計實驗裝置，並測出微電腦自動量測的時間週期。
- (二)測量各種大小不等的球體的質量與直徑。
- (三)測量各種大小不等的球體自由落下時，經各不同位置的時刻。
- (四)求各球體在不同時刻的運動速度與加速度。
- (五)求速度和時間關係，並繪 $v - t$ 圖。
- (六)比較銅球和保麗龍球的 $v - t$ 圖。
- (七)求空氣阻力和速度關係，並繪 $F_R - v$ 圖。

三、實驗原理

- (一)落下物體的加速度是等於 $g - \frac{F_B}{m} - \frac{F_R}{m}$ ，其中 F_B 為浮力， F_R 為空氣阻力；空氣阻力則和物體速度及其大小有關；空氣阻力對重量較輕的物體的影響較引人注目。
- (二)關於空氣阻力的大小，可考慮動量守恆，當半徑為 r 的球體落下時，若其速度為 v ，在一時距 Δt 內，掃過一體積等於 $(\pi r^2) \times (v \Delta t)$ ，假設在此體積內的所有空氣分子受到近似於此速度 v 。

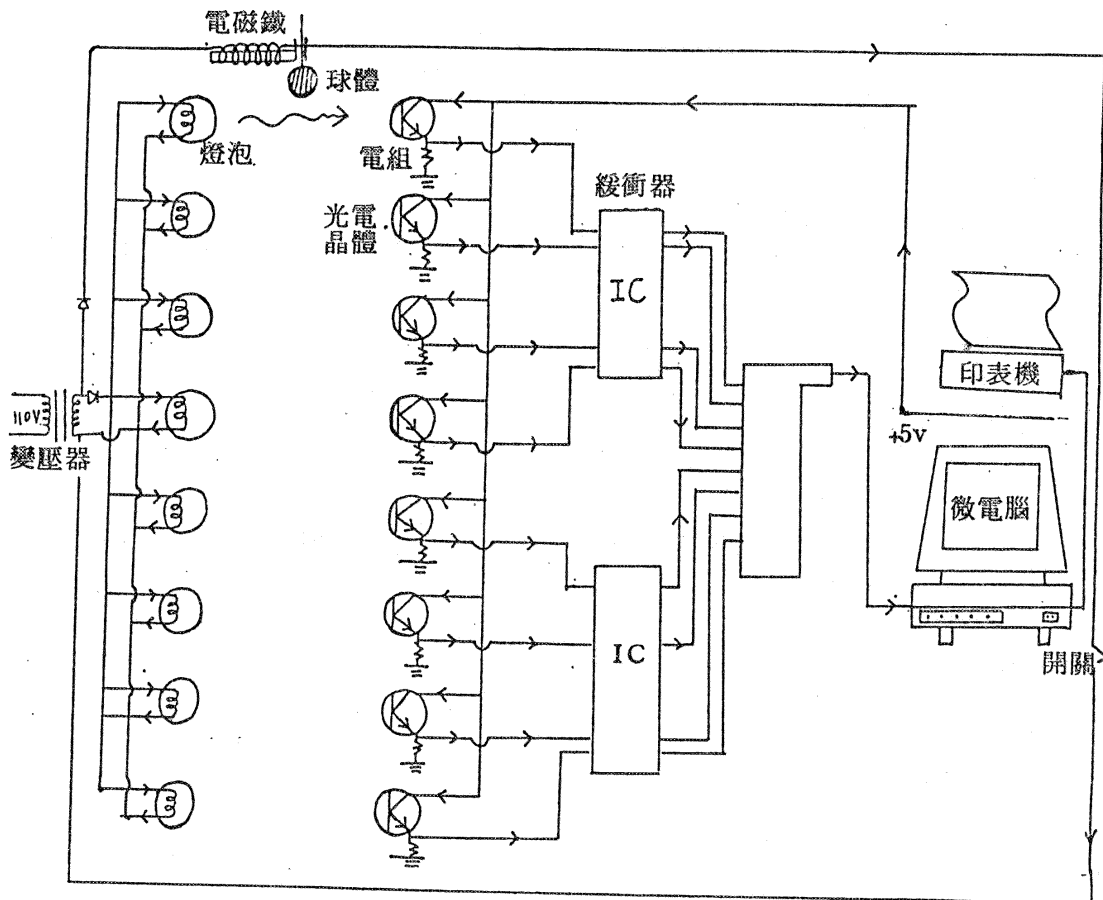
的碰撞，又設 ρ 為空氣密度，則所有的空氣分子得動量約等於 $(\pi r^2)(v \Delta t)(\rho) \cdot (v)$ 。是以，球體便失去等量的動量。故作用在球體的阻力等於動量的變化量除以時距 Δt ，而約等於 $\rho \pi r^2 v^2$ ，故空氣阻力 F_R 的大小等於： $F_R = C_D \frac{\rho}{2} v^2 \pi r^2 = C_D \frac{\rho v^2}{2} A$ 。其中 A 為垂直於流向的投影面積；而 $\frac{\rho v^2}{2}$ 係密度 ρ ，速度 v 的流體所產生的動壓力。

又阻力係數 C_D (Drag Coefficient) 的大小與雷諾係數 R_e (Reynald number) 大小有關，若雷諾數在 $10^3 \sim 3 \times 10^5$ 之間時， C_D 約等於 0.46，而雷諾數約等於 $\frac{2r\rho v}{\eta}$ ， η 為空氣黏滯係數，所以空氣阻力：

$$F_R = C_D \frac{\rho v^2}{2} \pi r^2 = 0.87 r^2 v^2 \text{ (M. K. S. 制)}$$

$$\text{或 } F_R = 0.87 \times 10^{-3} r^2 v^2 \text{ (C. G. S. 制)}$$

四、研究設備器材



(圖一)

(一)器材：光電晶體 8 個，灯泡 8 個，變壓器，二極體，電容器，電磁鐵，電阻 8 個，微動開關，微電腦，磁碟機，印表機，空白界面卡，緩衝器 IC 2 個，天平，停錶，游標尺，電源供應器，各種大小不同的保麗龍球，銅球，電源，高低電位檢查計，木板，塑膠管，米尺。

(二)實驗裝置以上面線路圖安排與連接。(如圖一)

五、研究過程

(一)電腦計時器的週期：

1. 將八對電灯泡與光電晶體和電阻接在麪包板上。以停錶偵測電腦迴路 1000 次所需時間。
2. 重覆實驗測量 10 次，取其平均值。
3. 再求電腦計時器的週期及平均偏差(如表一)。

(二)各大小不同的球體的直徑和質量。

1. 用游標尺量各球體的直徑 3 次並取其平均值及求偏差。
2. 用天平量各球體的質量，並取平均值及求偏差。

(三)求各球體自由落下時，在不同位置的時刻：

1. 量各光電晶體間的距離。
2. 調整長線及重錘位置，確定球體將經過的路線，是否為八個光電晶體的連線。
3. 將各球體依次掛於實驗裝置的頂點，以電磁鐵夾住球體，讓球體球心在起點處，同時啟動電腦計時器和電磁鐵的微動開關，讓球自由落下。
4. 微電腦計時器即顯示球體經不同位置而遮斷照射在光電晶體的光線的時刻於螢光幕和印表機上。
5. 對每一球做多次實驗，取相同的八組實驗數據，即為球經不同位置的時刻。

(四)各球的速度、空氣阻力及時間的關係：(如表二、三)

1. 算出各球在不同時刻的速度，加速度，及所受阻力。
2. 繪出各球的速度和時間關係圖。(如圖二、三)

3. 繪出各球所受空氣阻力和速度關係圖。(如圖四)
4. 找出阻力係數 C_D 。

六、實驗結果

(一) 組合語言計時器的週期：

測 1000 個迴圈所需時間 (如表一)

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
秒數	4.03	4.05	4.05	4.00	4.00	4.01	4.00	4.01	4.00	4.05	4.02
偏差	0.01	0.03	0.03	0.02	0.02	0.01	0.02	0.01	0.02	0.03	0.02
週期	$T = (0.00402 \pm 0.000029) \text{ 秒}$										

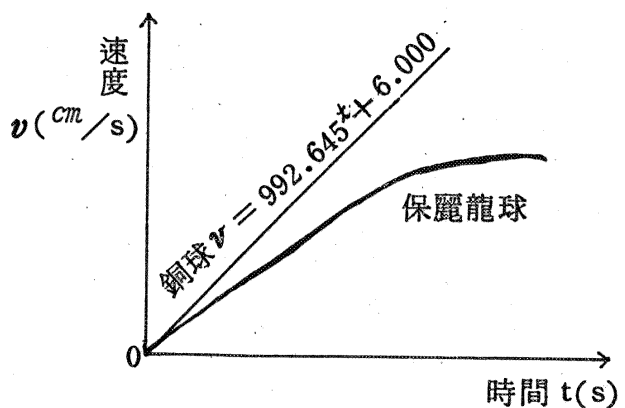
(二) 銅球速度和時間關係表 (如表二)

(三) 保麗龍球之速度、空氣阻力和時間關係表 (如表三)

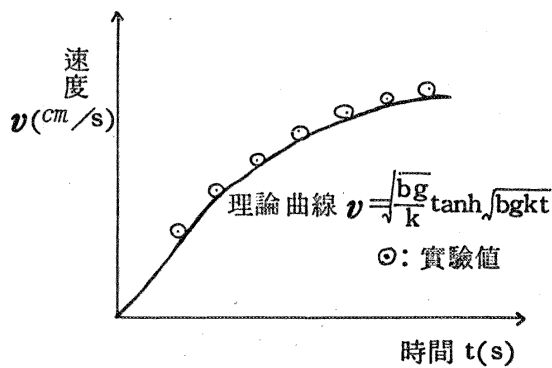
(四) 銅球和保麗龍球速度和時間關係比較圖：(如圖二)

(五) 各時刻速度 v 實驗值和理論值曲線的比較：(如圖三)

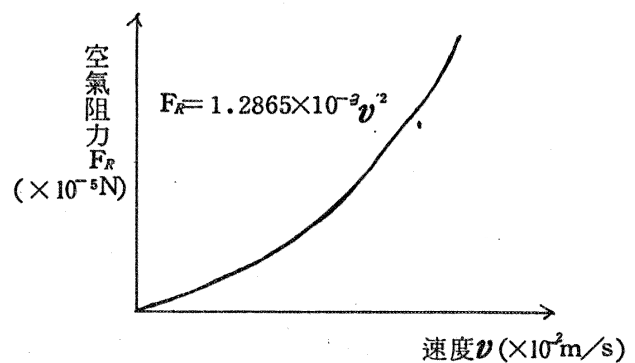
(六) 保麗龍球空氣阻力 F_R 和速度 v 的關係圖：(如圖四)



(圖二)



(圖三)



(圖四)

(表二)

銅球									
半徑 = 15.95 ± 0.02 mm									
體積 = $\frac{4}{3} \pi r^3 = 16988.32 \text{ mm}^3$									
質量 = 144.743 ± 0.004 g									
重量 = mg = 141848.14 dyn.									
光電晶體	距 離 S (cm)	落 下 時 刻 t (Sec)	距 離 ΔS (cm)	時 間 Δt (Sec)	時 間 $t' = \frac{\Delta t_i}{2} + t_{i-1}$ (Sec)	速 度 $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ (cm/Sec)			
0	0	0	9.95	0.08643	0.04322	115.12			
1	9.95	0.08643	15.18	0.08241	0.12764	184.20			
2	25.13	0.16884	20.05	0.07638	0.20703	262.50			
3	45.18	0.24522	20.15	0.05829	0.27437	345.69			
4	65.33	0.30351	30.05	0.07437	0.34070	404.06			
5	95.38	0.37788	35.10	0.07234	0.41405	485.21			
6	130.48	0.45024	40.04	0.07236	0.48642	553.34			
7	170.52	0.52260	70.22	0.10854	0.57687	656.16			
8	240.74	0.63114							

(表 三)

保麗龍球									
半徑 = 38.79 ± 0.11 mm		體積 = $\frac{4}{3} \pi r^3 = 244264.00 \text{ mm}^3$							
質量 = 5.563 ± 0.71 g		重量 = mg = 5451.74 dyn.							
光電 晶體	距 離 S (cm)	落 下 時 刻 t (Sec)	距 離 差 ΔS (cm)	時 間 Δt (Sec)	時 間 $t' = \frac{\Delta t_i + t_{i-1}}{2}$ (Sec)	速 度 $V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ (cm/Sec)	速 度 差 Δv (cm/Sec)		
0	0	0	9.95	0.13467	0.06734				
1	9.95	0.13467	15.18	0.08643	0.17789	175.633			
2	25.13	0.22110	20.05	0.08241	0.26231	243.296	67.633		
3	45.18	0.30351	20.15	0.06834	0.33768	294.849	51.553		
4	65.33	0.37185	30.05	0.08643	0.41507	347.680	52.831		
5	95.38	0.45828	35.10	0.08643	0.50150	406.109	58.429		
6	130.48	0.54471	40.04	0.09045	0.58994	442.676	36.567		
7	170.52	0.63516	70.22	0.14874	0.70953	478.822	36.146		
8	240.74	0.78390							

(續表三)

$\rho_{\text{空氣}} = 1.205 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ 氣溫 20°C ，空氣黏滯係數 $\eta = 1.80 \times 10^{-5} \text{ N.S./m}^2$ 浮力 $= \frac{4}{3} \pi r^3 \times \rho_{\text{空氣}} \times g = v \times 1.2 \times 10^{-3} \times 980 = 287.25 \text{ dyn.}$							
平均速度 $V = \frac{\Delta v_i + v_{i-1}}{2}$ (cm/Sec)	時間 $\Delta t'$ (Sec)	加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (cm/Sec ²)	淨力 $\Sigma F = ma$ (dyn.)	空氣阻力 $F_R = mg - B - \Sigma F$ (dyn.)	雷諾數 $R = \frac{2r\rho v}{\eta}$		
209.450	0.08442	801.149	4456.792	707.698	108778.9		
269.073	0.07537	683.999	3805.086	1359.404	139774.4		
321.265	0.07739	682.659	3797.632	1366.858	166850.58		
376.895	0.08643	676.027	3760.738	1403.752	195742.30		
424.393	0.08844	413.467	2300.117	2864.373	220410.62		
460.749	0.11959	302.249	1681.411	3483.079	239292.29		

(七)若與公認值比較：	實驗值	公認值
阻力係數 C_D	0.455	0.460

→誤差百分比為 1.08 %

七、結論與討論

- (一)由圖二知，銅球與保麗龍球比較之下，空氣阻力對質量較輕的保麗龍球影響較大。
- (二)各球所受空氣阻力大小等於各球重力減浮力減淨力，而淨力 = 質量 × 淨加速度。
- (三)當時間間隔很短時，平均速度可視為瞬時速度，平均加速度可視為瞬時加速度。
- (四)由實驗結果知，同一球體空氣阻力和速度的二次方成正比。
- (五)由實驗結果知，當雷諾數在 10^3 至 3×10^5 之間時，其阻力係數約 0.46（公式中所有物理量均為 M. K. S. 制時）
- (六)若各球速度約相等時，空氣阻力約和半徑 r 平方成正比。
- (七)球狀落體運動速度和其所受空氣阻力的關係式為 $F_R = C_D \pi r^2 \cdot \frac{\rho v^2}{2} = 0.87 r^2 v^2$ （其中 C_D 為阻力係數）
- (八)本實驗最初用自行設計的 BASIC 程式，誤差較大，後改用組合語言程式，可使此實驗結果非常精確。
- (九)若改變灯泡和光電晶體的位置，可求出球在任意位置的時刻。
- (十)若拆下八組灯泡及光電晶體管，而分別將之裝在八個鐵架上，彼此相隔較遠，則可測人的運動速度、功率等。

八、參考資料

- (一)物理學基本原理 王唯農等譯 東華書局
- (二)物理大辭典 人文出版社
- (三)中山自然科學大辭典（物理科） 臺灣商務印書館
- (四)流體力學 郭青雲等編譯 新亞出版社
- (五)流體力學 汪群從編著 國立編譯館（幼獅文化公司）
- (六)流體力學 毛壽彭編著 國立編譯館（五南圖書公司）

(七)普通物理學實驗 中央圖書出版社

評 語

對空氣阻力的探討，設計新穎的方法，周密的實驗，所引數據可靠，具有完整性，特別設計自動量測的時間週期，測定出球體下落運動與空氣阻力的關係，具精確性，探討內容充實，作者表達能力甚佳。