

# 11、21、31、41、51、…的倍數的識別法

## 初小組數學科第一名

高雄縣六龜國民小學

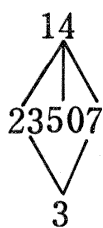
作者：林宗正 等 4 人

指導教師：謝雙傳、陳金郎

### 一、研究動機

上學期老師教我們 2、3、5、11 的倍數的識別法，我們對於這個問題非常有興趣，以老師教我們的 11 的倍數的識別法為例：

例 1：識別 23507 是不是 11 的倍數



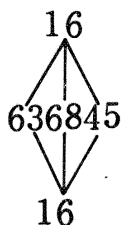
奇數個數的和  $7 + 5 + 2 = 14$

偶數個數的和  $0 + 3 = 3$

$$14 - 3 = 11$$

所以知道 23507 為 11 的倍數

例 2：識別 636845 是不是 11 的倍數



奇數個數的和為 16

偶數個數的和為 16

$$16 - 16 = 0$$

所以知道 636845 為 11 的倍數

以上兩種情形得知皆為 11 的倍數，因此老師問我們，除了上項方法可以識別 11 的倍數外，是否還有其他的識別方法呢？

我們就利用課餘的時間，並在老師的指導下著手研究「11、21、31、41、51……的倍數」的簡易識別法。

### 二、研究目的

- (一) 為培養兒童對數學科的興趣而研究。
- (二) 延伸數學科 2、3、5、11 的倍數的識別法。
- (三) 探討三位數個位數與 11、21、31、41、51……的倍數的數字結

構。

### 三、研究過程

(一)我們把11的倍數排列出來後，想從其中發現各個個位數與十位數之間的關係，但是仍然無法找出共同的關係。

(二)因此，老師指導我們三位數（11的倍數）121、132、143、154、165……加上某數使其和的個位數為0，仍為11的倍數，並找出其共同的關係：

$$121 + 99 = 220 \quad 132 + 198 = 330 \quad 143 + 297 = 440$$

$$154 + 396 = 550 \quad 165 + 495 = 660 \dots\dots$$

以上所加各數皆為11的倍數。

如原數為11的倍數，得由 $121 + 99$ 發現 $99 = 100 \times 1 - 1$ 由121個位數的 $1 \times 100 - 1 + 121 = 220$ ，使其個位數是0，十、百二位數是11的倍數。

### 四、實驗結果

首先找出11的倍數數個：如165、187、308……實驗如下：

$$165 \text{ 個位數 } 5 \times (100 - 1) = 495$$

$$165 + 495 = 660$$

$$187 \text{ 個位數 } 7 \times (100 - 1) = 693$$

$$187 + 693 = 880$$

$$308 \text{ 個位數 } 8 \times (100 - 1) = 792$$

$$308 + 792 = 1100$$

以上所得660、880、1100個位數或十位數均為0，除以10或100後，得66、88、11，可以很容易看出是11的倍數。

### 五、討論

(一)11的倍數個位數乘以 $(100 - 1) = 99$ ，仍是11的倍數，是否可以用來識別11？

(二)其他如21、31、41、51……是否可用這種方法識別？

(三)有沒有更簡單的識別法？

## 六、結 論

(一) 99 的倍數也可用本法識別，但 99 是 11 的倍數，用 11 的倍數來識別就可以了。

(二) 21 的倍數的識別法可用個位數乘以 (190 - 1)

31 的倍數的識別法可用個位數乘以 (280 - 1)

41 的倍數的識別法可用個位數乘以 (370 - 1)

51 的倍數的識別法可用個位數乘以 (460 - 1)

61 的倍數的識別法可用個位數乘以 (550 - 1)

71 的倍數的識別法可用個位數乘以 (640 - 1)

81 的倍數的識別法可用個位數乘以 (730 - 1)

91 的倍數的識別法可用個位數乘以 (820 - 1)

(三)最簡易的識別法如下：假設把 11、21、31、41、51 …………… 成爲 (10 □ + 1) 式

### 1. 識別 11 的倍數

例：識別 6578 是不是 11 的倍數

$$\begin{array}{r} 6578 \cdots \cdots [ \text{個位數 } 8 \times (10 + 1) = 88 \text{ 放到原數來的個} \\ - \quad 88 \quad \quad \quad \text{位來減，個位數得 0 去掉} ] \\ \hline 6490 \cdots \cdots [ \text{個位數 } 9 \times (10 + 1) = 99 \text{ 再放到剩餘的個} \\ - \quad 99 \quad \quad \quad \text{位數來減，個位數得 0 去掉} ] \\ \hline 550 \cdots \cdots [ \text{是 11 的倍數，所以知 6578 是 11 的倍數} ] \end{array}$$

### 2. 識別 21 的倍數

例：識別 735 是不是 21 的倍數

$$\begin{array}{r} 735 \cdots \cdots 5 \times (20 + 1) = 105 \\ - 105 \\ \hline 630 \cdots \cdots 3 \times (20 + 1) = 63 \\ \quad \quad \quad \text{所以知 735 是 21 的倍數} \end{array}$$

### 3. 識別 31 的倍數

例：識別 3906 是不是 31 的倍數

$$\begin{array}{r}
3906 \dots\dots\dots 6 \times (30 + 1) = 186 \\
- 186 \\
\hline
3720 \dots\dots\dots 2 \times (30 + 1) = 62 \\
- 62 \\
\hline
310 \dots\dots\dots \text{所以知 } 3906 \text{ 是 } 31 \text{ 的倍數}
\end{array}$$

4. 識別 41 的倍數

例：識別 1107 是不是 41 的倍數

$$\begin{array}{r}
1107 \dots\dots\dots 7 \times (40 + 1) = 287 \\
- 287 \\
\hline
820 \dots\dots\dots 2 \times (40 + 1) = 82 \\
\phantom{820} \dots\dots\dots \text{所以知 } 1107 \text{ 是 } 41 \text{ 的倍數}
\end{array}$$

5. 識別 51 的倍數

例：識別 6834 是不是 51 的倍數

$$\begin{array}{r}
6834 \dots\dots\dots 4 \times (50 + 1) = 204 \\
- 204 \\
\hline
6630 \dots\dots\dots 3 \times (50 + 1) = 153 \\
- 153 \\
\hline
510 \dots\dots\dots \text{所以知 } 6834 \text{ 是 } 51 \text{ 的倍數}
\end{array}$$

6. 識別 61 的倍數

例：識別 13603 是不是 61 的倍數

$$\begin{array}{r}
13603 \dots\dots\dots 3 \times (60 + 1) = 183 \\
- 183 \\
\hline
13420 \dots\dots\dots 2 \times (60 + 1) = 122 \\
- 122 \\
\hline
1220 \dots\dots\dots 2 \times (60 + 1) = 122 \\
\phantom{1220} \dots\dots\dots \text{所以知 } 13603 \text{ 是 } 61 \text{ 的倍數}
\end{array}$$

7. 識別 71 的倍數

例：識別 9017 是不是 71 的倍數

$$9017 \cdots \cdots 7 \times (70 + 1) = 497$$

$$\begin{array}{r} - 497 \\ \hline \end{array}$$

$$8520 \cdots \cdots 2 \times (70 + 1) = 142$$

$$\begin{array}{r} - 142 \\ \hline \end{array}$$

710  $\cdots \cdots$  所以知 9017 是 71 的倍數

### 8. 識別 81 的倍數

例：識別 36936 是不是 81 的倍數

$$36936 \cdots \cdots 6 \times (80 + 1) = 486$$

$$\begin{array}{r} - 486 \\ \hline \end{array}$$

$$36450 \cdots \cdots 5 \times (80 + 1) = 405$$

$$\begin{array}{r} - 405 \\ \hline \end{array}$$

$$3240 \cdots \cdots 4 \times (80 + 1) = 324$$

所以知 36936 是 81 的倍數

### 9. 識別 91 的倍數

例：識別 32032 是不是 91 的倍數

$$32032 \cdots \cdots 2 \times (90 + 1) = 182$$

$$\begin{array}{r} - 182 \\ \hline \end{array}$$

$$31850 \cdots \cdots 5 \times (90 + 1) = 455$$

$$\begin{array}{r} - 455 \\ \hline \end{array}$$

$$2730 \cdots \cdots 3 \times (90 + 1) = 273$$

所以知 32032 是 91 的倍數

綜合以上結果

- (1) 識別 11、21、31、41、51  $\cdots \cdots$  的倍數時，個位數皆為 1，欲加上的數皆乘上 9，為 99、189、279、369、459  $\cdots \cdots$  使其和的個位數為 0，以便識別，但是四位數以上的數，如以此法來辨識，恐其數目太大，計算煩瑣，不易辨識，較無運用價值。
- (2) 11、21、31、41、51  $\cdots \cdots$  的倍數的簡易識別法，可以歸納為依次減去「個位數  $\times (10 \square + 1)$ 」的公式為之，同時去掉所餘留的個位數“0”，直至最後成為簡單的  $(10 \square + 1)$  的倍數為止。否則不整除，就不是該數的倍數了。

## 七、參考資料（指導教師用）

王芳夫、王登傳 數學遊戲大觀 第一集 前程出版社 70 年 5 月再版。

### 評 語

對於個位數為 1 的二位數的倍數，能得到一致的判定方法。但是，這類材料已是老掉牙了，做不出太好的結果，這也無法強求。