

折射定律及視深觀測儀

高中組物理科第三名

省立板中

作者：李永平

指導教師：柯奇巍

一、研究動機

學校教科書中對光折射現象的探討很少，實驗亦不夠詳盡，儀器也不足，很難使人對折射現象有深入的了解，特別是在「視深」問題方面，僅略為提到，而且定義又不明確，並且無法經由實驗操作測量（僅有理論圖解），令人難以建立確切的概念。基於以上種種理由，深感實驗不足，難以滿足求知慾，因此着手設計一測量折射現象的實驗：利用已知的光學原理（不含司乃耳定律），製作了一個簡易的觀測儀——視深觀測儀。經由此儀器不僅可迅速讀出視深，並可精確驗明折射定律（Snell 定律），及測定各種液體的折射率。

二、研究目的

(一)一般理論視深（單線式圖解）與實際視深（雙眼觀測）差別的探討：

1. 在同一觀測角度下，視深與實深關係的探討。
2. 實深固定，觀測角度與視深關係的探討。

(二)折射率的探討（驗明 Snell 定律）。

(三)物體虛像發生扭曲的探討。

(四)電腦分析處理數據、繪圖，將理論值與實驗值加以比較（測定儀器之精確性）。

三、研究設備器材

(一) 視深觀測儀

(二) IBM PC

(三) APPLE II

四、研究方法

(一) 原理：

1. 定義「視深」：

實驗操作，經儀器觀測而得距水面之垂直深度稱之，在相同條件下，此值不因人而異。

2. 視深觀測儀：

(1) 構造：(圖一)

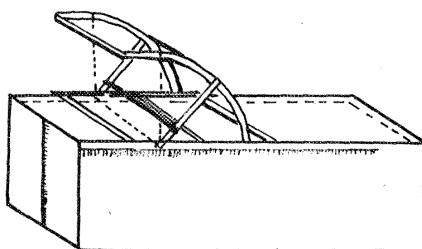
① 水箱部份：(圖二 a)

② 滑台部份：(圖二 b)

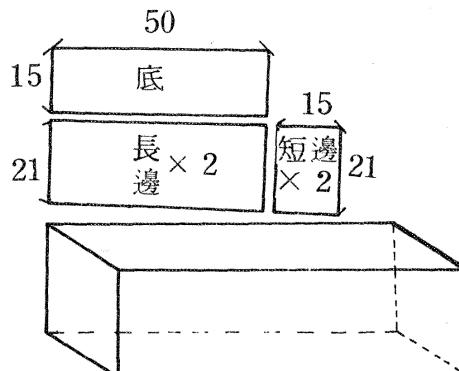
③ 說明：(圖二 c)

(A) 水箱中水的深度定為
20 cm，且滑台支架
之 O 點(即轉動臂之
軸)恰位於水面。(此點很重
要，因為光在同一介質中

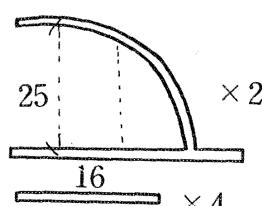
圖一



圖二 a

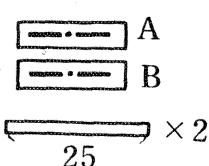


支架：



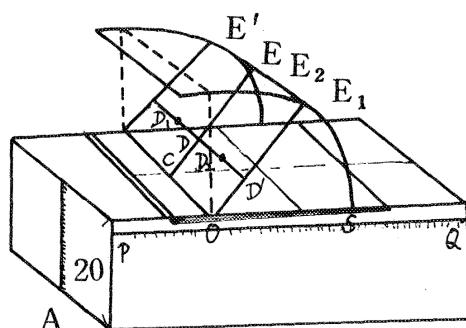
示意圖

轉動臂：



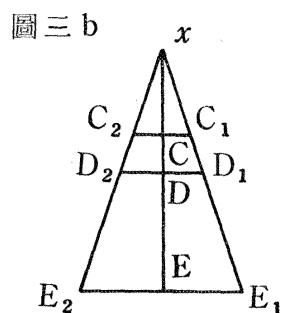
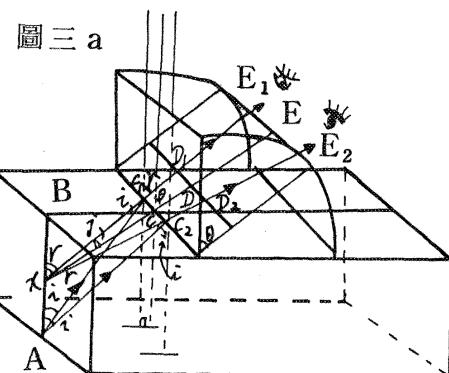
示意圖

圖二 c



，直線前進，所以如果光發生偏折，必定是在兩種介質的介面上，此處爲水面）。

- (B) 支架圓弧是以 O 點爲圓心，半徑 25 cm 的 $\frac{1}{4}$ 圓弧。
- (C) E_1 、 E_2 是接目孔，可調節。
- (D) D_1 、 D_2 是觀測孔，由螺旋測微器調節，精確至 0.005 mm。
- (E) E 為中央接目孔，D 為中央觀測孔（單眼觀測時使用）。
- (F) \overline{AB} 附公制刻度、測量實深。
- (G) \overline{PQ} 附公制刻度， \overline{OS} 附游尺刻度，配合使用可精確至 0.05 mm，測量滑台移動距離。
- (H) $\overline{OD'}$ 長 5 cm， $\overline{D'E'}$ 長 20 cm。
- (I) 支架圓弧附角度刻度，測量觀測角度。



(2) 觀測：

①雙眼觀測：(圖三 a)

(A) 意義：

「視」深當指「看起來」虛像位置的深度，因此必須雙眼同時看，利用光角，才有「距離」的感覺，才可知虛像的深度。

(B) 原理：三角測量法 (圖三 b)

虛像乃位於兩眼視線的交點上，A 物發出光線，其中有兩條，一經由 C_1 穿過 D_1 而達 E_1 到右眼，另一條經 C_2 過 D_2 達 E_2 到左眼，而吾人卻感覺 A 物之像在 $\overleftrightarrow{E_1D_1}$ 與 $\overleftrightarrow{E_2D_2}$ 之交點 x 上。 \overline{xB} 卽爲視深。

利用三角測量法：

$$\because \Delta x E_1 E_2 \sim \Delta x D_1 D_2 (\because \overline{E_1 E_2} \not\parallel \overline{D_1 D_2} \therefore \overline{x E} : \overline{x D} = \overline{E_1 E_2} : \overline{D_1 D_2})$$

$$\text{即 } \overline{x E} : (\overline{x E} - 20) = \overline{E_1 E_2} : \overline{D_1 D_2} (\because \overline{D E} = 20)$$

$$\text{整理可得 } \overline{x E} = 20 \overline{E_1 E_2} / (\overline{E_1 E_2} - \overline{D_1 D_2})$$

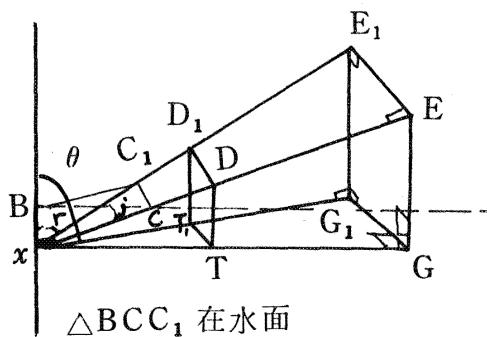
$$\text{則 } \overline{x C} = \overline{x E} - 25 = (25 \overline{D_1 D_2} - 5 \overline{E_1 E_2}) / (\overline{E_1 E_2} - \overline{D_1 D_2})$$

$$\text{則 } \overline{x B} = \overline{x C} \times \cos \theta = \frac{(25 \overline{D_1 D_2} - 5 \overline{E_1 E_2}) \cos \theta}{(\overline{E_1 E_2} - \overline{D_1 D_2})}$$

以上式子中發現：僅須看到虛像，即可知像相對觀測者的位置，亦可知其視深。

(C) 觀測角度 θ 與折射角度 γ 及光角 $2j$ 之關係 (圖三 c)

圖三 C



因左右眼為對稱關係，故此取其中一半探討。

圖中 $\square E_1 E G G_1$ 為矩形， $\angle x G G_1 = \angle x E E_1 = \angle x G E = \angle x G_1 E_1 = 90^\circ$

可推得：

$$\cos \gamma = \cos j \times \cos \theta$$

當 $j \rightarrow 0$

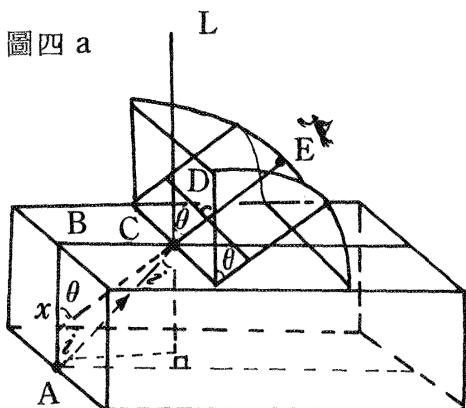
$$\text{則 } \cos \gamma = \cos \theta$$

$$\text{則 } \gamma = \theta$$

(D) $\overrightarrow{AC_1}$ (入射線)、 $\overrightarrow{C_1 E_1}$ (折射線)位於同一平面， $\overrightarrow{AC_2}$ 及 $\overrightarrow{C_2 E_2}$ 亦同另一平面，此二平面均垂直水面，故其交線 \overleftrightarrow{AB} 必垂直水面，且 x 點必位於 \overleftrightarrow{AB} 上。 $j \rightarrow 0$

時， $\overleftrightarrow{xE_1}$ ， $\overleftrightarrow{xE_2}$ 幾成一直線而 x 仍為於A正上方，故吾人可由中央孔觀測，求 \overrightarrow{DE} 與 \overrightarrow{AB} 之交點 x' 則可知視深 $\overline{x'B}$ ，（此時 $\overline{x'B} \neq \overline{xB}$ ）。

圖四 a



②單眼觀測：（圖四 a ）

(A) 意義：

單眼觀測之理論圖解（圖四 b），甚易了解入射角 i 及折射角 r 之關係，和實深 H 及視深 H' 之關係。

(B) 原理：（圖四 b ）

虛像位於 \overrightarrow{DE} 與 \overrightarrow{AB} 之交點上。

$$\overline{xB} = \overline{BC} \times \tan\theta$$

$$i = \tan^{-1} (\overline{BC} / \overline{AB})$$

$$\gamma = \theta$$

3. 應用之光學原理：

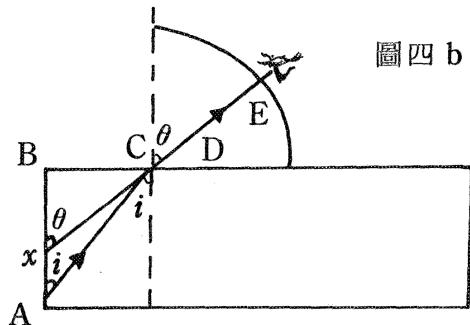
(1) 光在同一介質中，直線前進。

(2) 人利用「光角」測量距離，「視角」測量高度、寬度。

(二)步驟：

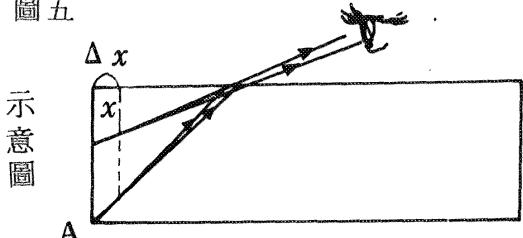
1. 調定兩眼瞳孔距離（接目孔距）。

2. 加水自O點處（水深20 cm）。



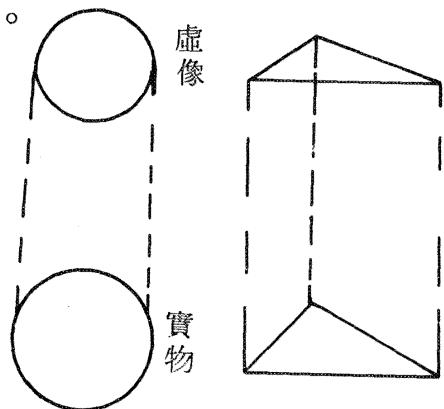
圖四 b

圖五

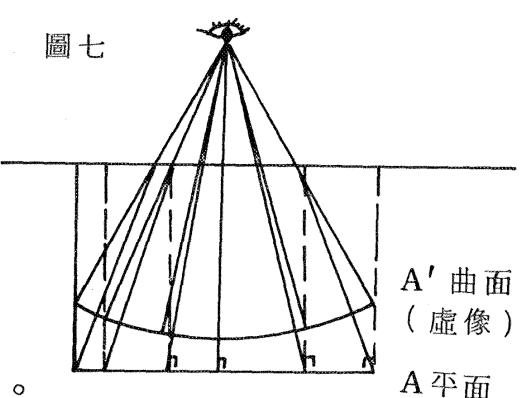


示意圖

圖六



圖七



A'曲面
(虛像)
A平面

3. 旋轉轉動臂，使觀測角度為 5° ，調整實深為 20 cm，滑動滑台，由 $E_1 E_2$ 雙眼觀察，當看到物像後，調節 $D_1 D_2$ 使像位於十字中心，讀出 $\overline{D_1 D_2}$ 長度，利用三角測量公式： $\overline{xB} = (\frac{25}{\overline{D_1 D_2}} - \frac{5}{\overline{E_1 E_2}}) \times \cos \theta / (\frac{\overline{E_1 E_2}}{\overline{D_1 D_2}})$ ，測出視深 H' ，並測量滑台移動距離 $\angle \overline{BC}$ 長。
4. 調整實深逐次改變為 19、18……10 cm，重覆三之步驟。
5. 旋轉轉動臂，使觀測角度 θ 逐次改變為 10° 、 15° 、 20° …… 60° ，重覆三、四之步驟。
6. 將三、四、五步驟之結果繪製成圖表以備探討。
7. 改為單眼觀測，重覆三、四、五之步驟，利用視線與 A 物正上方之交點求出視深。
8. 將單眼觀測之結果亦繪成圖表，並與雙眼作比較。
9. 以下步驟皆單眼觀測。
10. 實深固定於 20 cm，改變入射角 i （利用移動滑台， $\overline{BL} = 20 \times \tan \lambda$ ，例如欲使 $i = 45^\circ$ 則將滑台移動 20 cm），逐一改變入射角（ 5° 、 10° 、 15° …… 85° 、 89° ），相對可得一折射角（即旋轉轉動臂，當看到物像在十字中心時之觀測度， $\because i = 0 \therefore \gamma = \theta$ ，比較 i 與 γ 及 \overline{BL} 與 H' 之關係）。
11. 最後將以上之結果，輸入電腦，分析數值，並繪成圖表，比較其間差別，再由電腦計算出理論值（無實驗之誤差），探討實驗之誤差，及儀器之精確性。
12. 改成另一種液體，用步驟十所得之結果測其折射率。

五、實驗結果（略）

六、討 論

(→) 當觀測角度固定時，視深與實深成一正比關係，角度愈大，其比值愈小。其關係為： $H \tan \gamma = \overline{CD} = H' \tan i$ 即 $H' = H \times \tan i / \tan \gamma$ ，當 $\gamma \rightarrow 0$ 時 $i \rightarrow 0 \Rightarrow \tan i \cong \sin i$ ， $\tan \gamma \cong \sin \gamma$ 。
 $\Rightarrow H' = H \times \sin i / \sin \gamma = H \times n_{\text{空}}$

$$\text{氣 / n}_\text{水} = H \times \frac{1}{n_\text{水}}$$

- (二)當實深固定時，觀測角度愈大，視深愈淺，但並非成一線性關係。
- (三)單眼觀測其觀測角度即為折射角度 ($\theta = \gamma$)，但雙眼觀測時其觀測角度 θ 不為折射角度 γ ，而與折射角度及光角 $2j$ 成一函數關係： $\cos \gamma = \cos j \times \cos \theta$ 當 $j \rightarrow 0$ 時， $\cos \gamma = \cos \theta$ 即 $\gamma = \theta$ 故單眼觀測時，可視為以雙眼在極遠處觀測。由實驗結果顯示 j 角度甚小，且為餘弦關係，即變化極小，單雙眼觀測之 $H' - \theta$ 曲線極接近，且 θ 愈大，差別愈小（因 j 愈小之故）。
- (四)A 物發出光線左右兩條進入眼中，其像仍位於軸上，然瞳孔並非一點，故若上下兩條光線進入單一眼中必發生偏移（圖五），而造成像散，但經實驗並未發生此現象，乃因其偏移極小，肉眼無法辨別（瞳孔直徑 << 觀測者與 A 物之距離）。

(五)由實驗結果得知：

1. 物像經折射後，僅有深度改變而前後左右並未發生偏折。
2. 實深愈深則實深與視深之差愈大。由此導致一物體放置水中，吾人視其上下變短，而左右並未改變，造成形像扭曲，（見圖六）又吾人自正上方看一水中之水平面，其平面之邊緣發出之光線較中央發出光線之垂直夾角為大（即吾人之觀測角度），造成邊緣之視深較淺，而中央較深，平面扭曲成中央下凹之曲面。且因曲面（虛像）比平面更靠近吾人，而寬度不變，故視角較大，吾人感覺此平面變大。（見圖七）

七、結論

- (一)實深為定值時，折射點一定時，則必入射角、折射角，視深皆一定。
- (二)入射角與折射角成一函數關係：

$$\frac{\sin \gamma}{\sin i} = k \quad k \text{為定值，即相對折射率}$$

驗明司乃耳折射定率。

(三)物體在水中，因物並非一質點，故其各點發出光線之折射點皆不同，所以折射情況亦不同，而造成虛像扭曲、放大。

(四)此儀器使用簡單、迅速，亦可使觀測者建立對光折射現象的確切概念。

(五)此實驗值得列入教科書中，讓學生不再對折射現象感到困惑。

評 語

本件作品對於光之折射與視深觀測之儀器設計頗富創意，不但可以使操作更為簡單方便，並且使測量之精確度大為提高。創作相當完整難得。