

實驗探討液體的黏滯性

高中組物理科第二名

嘉義高中

作者：徐永勳

指導教師：李文堂

一、研究動機

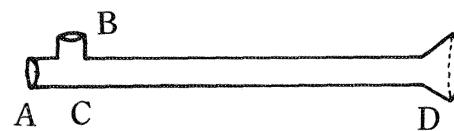
- (一)上高中後，得國立成功大學甄試進入南區理化資優生輔導班，一年多以來，每兩個星期日在成大物理、化學系進行研討、實驗等。在研習高二物理第二冊時，對於第十章流體力學甚感興趣。
- (二)第二冊物體實驗手冊並未編列有關流體力學的實驗；本校科學教育輔導教師李老師曾製作一套有關流體力學的實驗器材，參加全國第廿二屆科學展覽獲獎①，在他指導下，發展出本套器材，不但可用來說明高中物理第二冊 § 10 – 5 連續方程式，驗證 § 10 – 6 白努利方程式，還可以很方便又精確的測量液體黏滯係數。

二、研究目的

- (一)驗證白努利方程式。
- (二)求液體的黏滯係數，並探討溫度對黏滯性的影響。
- (三)探討毛細管串聯及並聯後對黏滯性的影響。

三、研究設備器材

- (一)加壓裝置：不鏽鋼焊成的筒子，上方焊接壓力表，液體出口、液體入口、空氣入口等，利用打氣筒加壓。
- (二)液體流量調節器：利用點滴注射調節流量的器材來控制。
- (三)毛細管如圖一所示，A 為液體入



圖一

口，B接開管壓力計以測量C點壓力，D點拉成喇叭形出口，避免液體流出口截面積突然膨脹。

(四)開管壓力計：以玻璃管和米達尺製成。

(五)粗細不同的毛細管接成圖四、圖五不同並聯型式。

(六)燒杯、量筒、碼錶、傾斜儀、溫度計。

四、研究過程

(一) 實驗一

1. 目的：驗證白努利方程式。〔指導老師已於廿二屆全國科展以本實驗得高中教師組物理科第一名，為了連貫性，並其未討論雷諾數的影響，所以本作品重做一次該實驗，並加以討論。〕

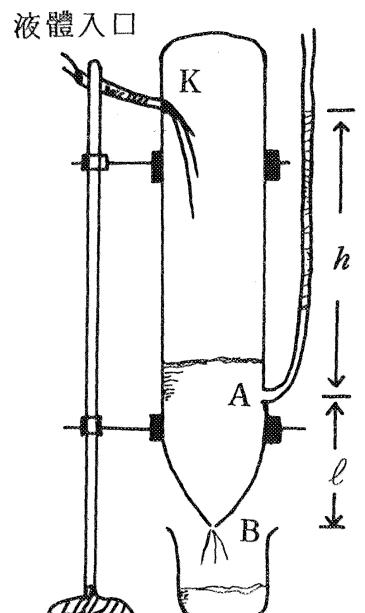
2. 器材：(1) 加壓裝置(2) 流量調節器(3) 白努利管(4) 燒杯、尺、量筒、碼錶。

3. 原理：由 $P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$ (伯努利方程) A 點之流速 $v_1 \neq 0$, B 點之流速 v_2 , $A_2 V_2 = \frac{V}{t} \Rightarrow v_2 = \frac{V}{A_2 t}$, 測量液體出口之截面積 A_2 , 並量出 t 秒內流入燒杯中的液體體積 V , 可得 V_2 , A 點高 y_1 , B 點高 y_2 , $y_1 - y_2 = \ell \quad \therefore P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) + \frac{1}{2} \rho(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \rho gh = -\rho g \ell + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow \rho g(h + \ell) = \frac{1}{2} \rho v_2^2 \dots \dots \dots \text{(式一)}$

4. 操作方式：(1) 加壓裝置裝液體七分滿，封閉後以打氣筒打氣加壓，接上液體入口管K。

(2) 調整液體流入量的大小，使 h 穩定時，在 B 下以燒杯承接液體 V 體積。

(3)量出 A_2 以求 V_2 , 代入式(一)做爲右項, 量出 ℓ , 代



入左項比較左右項的大小。

5. 結果：如表一

(二) 實驗二

1. 目的：測量液體黏滯係數（包括水、酒精、甘油）。

2. 器材：(1) 加壓裝置(2) 流量調節器(3) 如圖一之毛細管(4) 開管壓力計(5) 燒杯、量筒、碼錶、溫度計。

3. 原理：(1) 穩定，不可壓縮，做層流 (Laminar flow) 的液體水平流過長 ℓ ，半徑 r 的水平管子，在 t 秒內流出液體的體積 V ，兩端壓力差為 ΔP ，則黏滯係數 $\mu =$

$$\frac{\pi r^4 t (\Delta P)}{8 V \ell} \dots\dots\dots\text{泊斯利定律。}$$

(2) 白努利方程式是在沒有黏滯的情況下方成立，當黏滯力須考慮時公式須改成 $P_1 + 1/2 \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + 1/2 \rho v_2^2 + \rho g y_2 + \Delta P_{visc}$ 顯示管子的高度、管子半徑（即流體速率）和黏滯等均會造成壓力損失，依據泊斯利定律 $\Delta P_{visc} =$

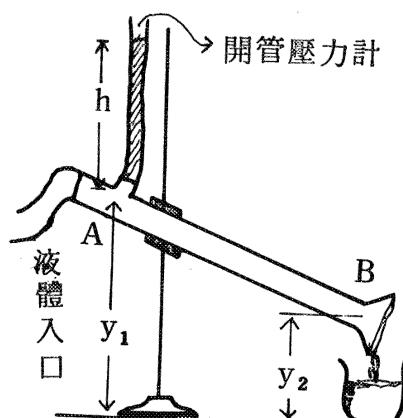
$$\frac{8 V \ell \mu}{\pi r^4 t} \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho g (y_1 - y_2) + \rho (v_1^2 - v_2^2) / 2 - \frac{8 V \ell \mu}{\pi r^4 t} \dots\dots\dots(\text{式二})。$$

(3) 雷諾數 (Reynold

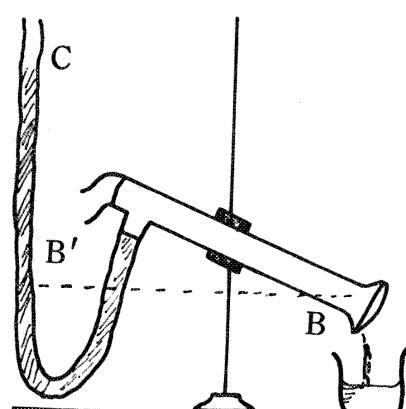
Number) $Nr =$

$2 \rho v r / \mu$ ，當 $Nr >$

2000 時液體以紊流
(turbulent flow)



圖二



圖三

方式流動， $Nr < 2000$ 時液體以層流方式流動。白努利方程式及泊斯利定律在層流下方成立，即 $Nr < 2000$ 時成立。

(4) 當液體水平流入時 $P_1 = \text{大氣壓力} + \rho g h$ ， $P_2 = \text{大氣壓力}$ ， $y_1 = y_2$ ， $v_1 = v_2$ ，公式 $P_2 - P_1 = \rho g (y_1 - y_2) + \rho (v_1^2 - v_2^2) / 2 - 8V\ell\mu/\pi\gamma^4 t$ 成為 $\rho g h = 8V\ell\mu/\pi\gamma^4 t$ 。

(5) 毛細管傾斜如圖二時 $y_1 \neq y_2$ ，則 $P_2 - P_1 = \rho g (y_1 - y_2) - 8V\ell\mu/\pi\gamma^4 t$ ，第十八屆科展，獲高中學生組物理科第一名的作品也是傾斜著來做實驗，但未考慮 $\rho g (y_2 - y_1)$ 項。

(6) 本作品則用圖三之方式，先使液體流入，然後關緊液體入口，壓力計會降至 B' 體， B 和 B' 在同一水平面，記下 B' 點位置，然後加壓至 C 點， $\overline{B'C} = h$ ，如此，不論毛細管是否水平，均可利用 $\rho g h = 8V\ell\mu/\pi\gamma^4 t$
 $\Rightarrow \mu = \rho g h \cdot \pi\gamma^4 t / 8V\ell$ 。

4. 操作方法：

(1) 加壓裝置洗淨、曬乾後裝入待測液，封閉、打氣。

(2) 打入液體，當液體從 B 均勻流出時，關閉液體入口，壓力計的液柱會降至 B' ，且 B B' 等同（連通管原理），記下 B' 刻度。

(3) 再使液體流入毛細管， h 穩定時，量出 t 秒內流出體積 V 。

(4) 改變 h 大小且記錄之，並注意 Nr 不要超過 2000，測甘油時，因黏滯力大，故讓其直接流入量筒中，實驗結果如表二。

(三) 實驗三：

1. 目的：探討溫度對水的黏滯係數之影響。

2. 器材：同實驗二。

3. 原理：同實驗二，由普通物理知絕對溫度 T 和黏滯係數間之關係為 $\log \mu = A/T + B$ ， A 和 B 是實驗常數。

4. 操作方法：將熱水倒入加壓裝置，方法和實驗二同，做完高溫

的水後，加入冷水以後改變水溫，結果如表三。

四 實驗四

1. 目的：探討毛細管並聯後的水阻。
2. 器材：①如圖四、圖五之毛細管②加壓裝置③開管壓力計④量筒、燒杯、碼錶、溫度計。

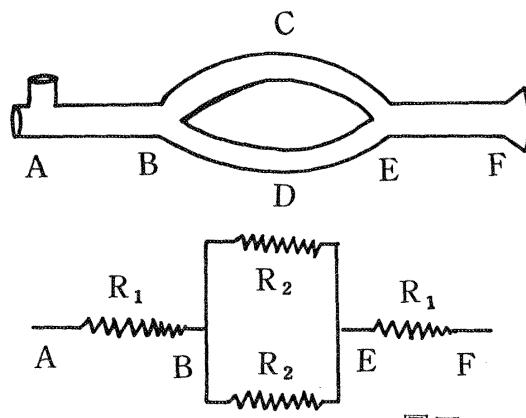
3. 原理：

$$(1) \Delta P_{visc} = 8 \mu \ell v / \pi \gamma^4 t = 8 \mu \ell I / \pi \gamma^4 = R I \Rightarrow \text{水阻}$$

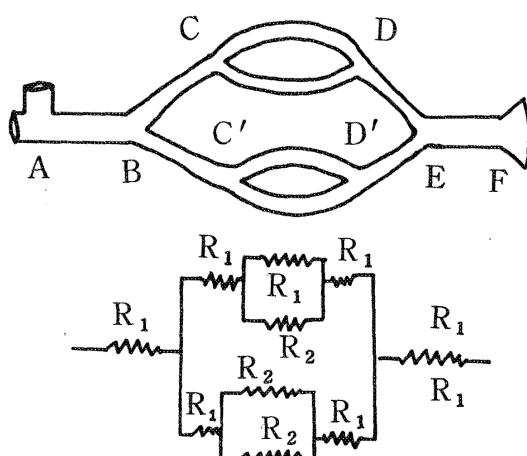
$$R = \frac{8 \mu \ell}{\pi \gamma^4}.$$

$$(2) \text{長 } \overline{AB} = \overline{EF} = 20$$

厘米 = ℓ_1 ，內半徑 $\gamma_1 = 1$ 毫米的毛細管和 $\widehat{BCE} = \widehat{BDE} = 20$ 厘米， $\gamma_2 = 0.5$ 毫米的毛細管連接如圖四所示，在管長相同的情況下 $R_2 = 16 R_1$ ，圖四的總水阻 $R = 2R_1$



圖四



圖五

$$+ R_2 / 2 = 10 R_1 = \frac{\Delta P_{visc}}{I} = \frac{t \cdot \Delta P_{visc}}{V} = 80 \mu \ell_1 / \pi \gamma_1^4.$$

(3) 毛細管 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{BC'} = \overline{DE} = \overline{D'E} = \overline{EF} = 15.5$ 厘米 = ℓ_1 ， $\gamma_1 = 1$ 毫米， $\overline{CD} = \overline{C'D'} = 15.5$ 厘米， $\gamma_2 = 0.5$ 毫米，圖五之總水阻 $R' = 2R_1 + R_2 + R_3 / 4$ ，因 $R_1 = R_2$ 且 $R_3 = 16 R_1$ ， $\therefore R' = 7R_1 = t \cdot \Delta P_{visc} / V = 56 \mu \ell_1 / \pi_1^4$ 。

4. 操作方法：和實驗二同，結果如表四

五、實驗結果

表(一)~(1)驗證白努利方程式

 $\gamma = 0.046 \text{ cm}, T = 60 \text{ sec}, \ell = 25.2 \text{ cm}$

表(一)~(2)驗證白努利方程式

 $\gamma = 0.05 \text{ cm}, T = 60 \text{ sec}, \ell = 26.0 \text{ cm}$

次數	h cm	V cm^3	$(h+\ell)$ $\times 980$	$1/2 v^2$	Nr	次數	h cm	V cm^3	$(h+\ell)$ $\times 980$	$1/2 v^2$	Nr
1	15	111.8	3.94×10^4	3.93×10^4	2577.6	1	15	134.8	4.02×10^4	4.09×10^4	2859.4
2	20	118.3	4.43×10^4	4.40×10^4	2727.6	2	20	142.5	4.51×10^4	4.57×10^4	3023.9
3	25	124.0	4.92×10^4	4.83×10^4	2860.2	3	25	151.2	5.00×10^4	5.15×10^4	3218.5
4	30	129.6	5.41×10^4	5.28×10^4	2989.4	4	30	158.5	5.49×10^4	5.66×10^4	3363.5
5	35	135.2	5.90×10^4	5.75×10^4	3118.5	5	35	164.8	5.98×10^4	6.11×10^4	3496.0
6	40	140.3	6.39×10^4	6.18×10^4	3235.0	6	40	171.8	6.47×10^4	6.44×10^4	3645.7
7	45	145.7	6.88×10^4	6.67×10^4	3359.9	7	45	177.4	6.96×10^4	7.08×10^4	3764.5
8	50	152.8	7.37×10^4	7.34×10^4	3525.3	8	50	183.8	7.45×10^4	7.56×10^4	3888.9
9	55	158.6	7.86×10^4	7.82×10^4	3657.5	9	55	189.6	7.94×10^4	8.10×10^4	4024.2
10	60	165.5	8.35×10^4	8.61×10^4	3817.4	10	60	195.6	8.43×10^4	8.61×10^4	4150.7

表(二)~(2)求酒精(95%)

之黏滯性係數

表(二)~(1)求水的黏滯係數

 $\gamma = 0.1 \text{ cm}, t = 60 \text{ sec}, T = 15.6^\circ \text{C}$ $r = 0.1 \text{ cm}, l = 61.0 \text{ cm},$ $t = 60 \text{ sec}, T = 13.5^\circ \text{C}$

次數	ℓ (cm)	h (cm)	V (cm^3)	$\mu \times 10^{-2} P_{visc}$
1	61.0	20	70.0	1.08
2	61.0	25	87.6	1.08
3	61.0	30	104.2	1.09
4	51.0	20	83.7	1.08
5	51.0	25	105.6	1.07
6	51.0	30	124.3	1.09
7	41.0	20	106.3	1.06
8	41.0	25	128.8	1.09
9	41.0	30	157.8	1.07

次數	ℓ (cm)	V (cm^3)	$\mu \times 10^{-2} P_{visc}$
1	15	25.6	1.75
2	20	34.0	1.76
3	25	43.2	1.73
4	30	51.5	1.74
5	35	60.5	1.73
6	40	68.3	1.75
7	45	75.6	1.78
8	50	84.9	1.76
9	55	94.5	1.74
10	60	101.9	1.76

表(二)~(3)求甘油之黏滯係數

 $\gamma = 1 \text{ 毫米}, \ell = 19.5 \text{ 厘米}, t = 300 \text{ 秒}, T = 26.5^\circ \text{C}, e = 21.6 \text{ 克 / 厘米}^3$

次數	h (cm)	V (cm ³)	μ (Poise)
1	100	13.4	9.56
2	90	11.9	9.68
3	80	10.4	9.85
4	70	9.4	9.53
5	60	7.8	9.85

表三溫度對黏滯係數的影響

$$\gamma = 0.1 \text{ cm}, \ell = 29.0 \text{ cm}, h = 60 \text{ cm}$$

次數	T (°C)	$1/T \times 10^{-3}$ (°K)	V (cm ³)	$\mu \times 10^3$ Poise	$\log \mu$
1	79.0	2.84	122.7	3.89	-2.41
2	74.6	2.88	116.2	4.11	-2.39
3	69.0	2.92	107.5	4.44	-2.35
4	63.7	2.97	99.5	4.80	-2.32
5	59.7	3.01	93.4	5.11	-2.29
6	53.3	3.07	85.1	5.58	-2.25
7	49.1	3.11	80.3	5.95	-2.23
8	44.2	3.15	73.9	6.46	-2.19
9	39.4	3.20	68.2	7.00	-2.15
10	34.8	3.25	63.2	7.56	-2.12
11	30.7	3.29	58.6	8.15	-2.09
12	25.1	3.36	52.9	9.02	-2.04
13	19.9	3.41	48.3	9.89	-2.00
14	15.0	3.47	43.8	10.91	-1.96
15	10.1	3.53	40.4	11.83	-1.93

表四~(1) 水通過裝置圖四 $t = 60 \text{ sec}$ $T = 22^\circ\text{C}$

次數	h (cm)	V (cm ³)	R_{mea}	R_{cal}
1	30	46.5	3.79×10^4	3.82×10^4
2	32	49.5	3.84×10^4	—
3	34	52.0	3.85×10^4	—
4	38	58.8	3.80×10^4	—
5	40	62.2	3.83×10^4	—

R_1 長 15 厘米， $\gamma_1 = 1$ 毫米

R_2 長 15 厘米， $\gamma_2 = 0.5$ 毫米

R_{mea} 利用 $R = \frac{\Delta P}{I} = \frac{\rho g h t}{V}$ 測量後求出的

R_{cal} 利用 $R = 8\mu\ell / \pi\gamma^4$ 計算

表四~(2) 水通過圖五裝置

$t = 60 \text{ sec}$ $T = 22^\circ\text{C}$

次數	$h(\text{cm})$	$V(\text{cm}^3)$	R_{mea}	R_{cal}
1	40	100.5	2.34×10^4	2.31×10^4
2	45	117.5	2.22×10^4	—
3	50	127.0	2.28×10^4	—
4	55	136.0	2.34×10^4	—
5	60	146.5	2.40×10^4	—

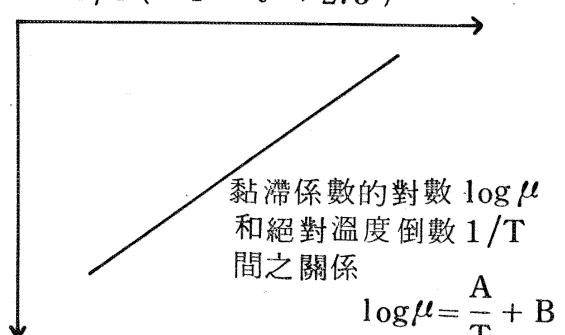
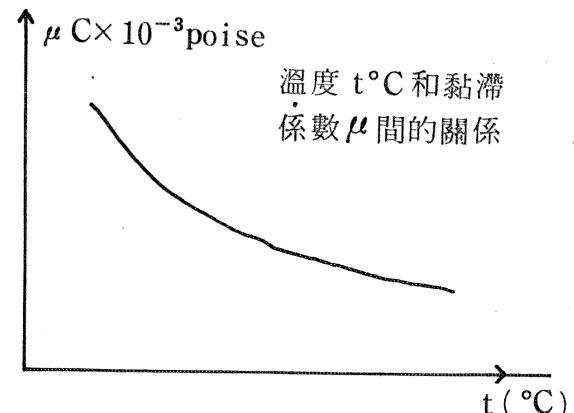
R_1 長 15.5 厘米， $\gamma_1 = 1$ 毫米

R_2 長 11.2 厘米， $\gamma_2 = 0.5$ 毫米

六、討 論

1. 白努利方程式是在(1)沒有黏滯力(2)穩定(3)不可壓縮(4)液體流線均勻的層流之情況下導出來的，本套器材出水口狹窄的地方甚短，黏滯力可忽略，且利用點滴用的流量調節器，使液體流動甚穩定。

2. 雷諾數 Nr 可用來判斷流體是層流或紊流，本驗證白努利方程式出水口處 Nr 皆超過 2000，但由於出水口甚短，其餘部分 V 甚小



$$\log \mu = \frac{A}{T} + B$$

， Nr 也小，故沒有很大的影響。

3. 泊斯利定律成立的條件必須(1)不可壓縮(2)穩定(3)層流(4)終端效應 (end effect)可忽略不計—即液體不要有突然的截面積改變。本作品求有關黏滯係數及黏滯力時，都已注意不使 Nr 超過 2000
4. 大學普通物理實驗，用來測黏滯係數的器材由於壓力不足，流體流量太少，呈不穩定，且受出口表面張力作用，結果不理想。全國第十八屆科展獲高中學生組第一名的作品， Nr 大多已超過 2000，按理不會有那樣準確的結果，本器材可調整壓力，不使壓力太大讓 Nr 超過 2000，又不使壓力太小造成表面張力影響結果。
5. 1783 年白努利假設液體在沒有黏滯性，不可壓縮、穩定的情況下導出自努利方程式，為一能量守恒的一個特例，液體的黏滯係數則利用泊斯利定律來測量。指導老師翻閱有關文獻，白努利方程式及泊斯利定律均分開討論，本作品將二者結合討論，尚屬創作。
6. 式 $P_1 - P_2 = \rho g (y_1 - y_2) + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + 8\mu\ell v / \pi\gamma^4 t$ ，因毛細管粗細均勻，由連續方程式知 $v_1 = v_2$ ，水平放置時 $y_2 = y_1 \therefore P_1 - P_2 = 8\mu\ell V / \pi\gamma^4 t$ ，但傾斜放置時 $P_1 - P_2 = \rho g (y_2 - y_1) + 8\mu\ell V / \pi\gamma^4 t$ ，第十八屆科展得獎作品所列器材，引用 $\mu = \pi\gamma^4 t (P_1 - P_2) / 8V\ell$ 來計算顯然錯了。
7. 高一基礎理化在探討電壓、電流、電阻等問題時，常利用水壓，水阻等來講解，本作品反推回去將不同內徑之毛細管並聯，串聯以測量水阻，從表三可知等效阻和分阻間的關係有如電阻的並、串聯。
8. 表三所列數據的誤差來源為毛細管接頭處常有一小段半徑較大。
9. 甘油黏滯係數甚大，雖然外加壓力達 100 cm，且使用管長僅 19.5 cm，但在 5 分鐘內流量僅 13.4 cm^3 ，在大學做此實驗，由於外加壓力小，通常要使甘油滴了近一小時，因此，本器材可節省大量時間。

七、結論

白努利方程式和泊斯利定律在大部份的書中均分開討論，本作品利用自行設計的器材，不但可說明連續方程式，證明白努利方程式，求液體黏滯係數，還可瞭解白努利方程式的限制，並在結合白努利方程式和泊斯利定律後，發現了前人實驗錯誤的地方。

八、參考資料

1. 學生參考資料

- (1) 國立台灣大學科學教育中心主編：高級中學物理第二冊，民國 74 年。
- (2) 師大物理系編：普通物理實驗：中央圖書館出版社印行，民國 51 年。
- (3) 張桐生：大學物理（上冊）：台灣中華書局，民國 65 年。

2. 指導老師參考資料

- (1) Feynman , Leighton Sands , Lecture on Physics , Addison - Wesley , MA . 1966 , Vol Ⅱ 。
- (2) G . T . Fox . Am . J . phys . 39 , 947 (1971) 。
- (3) J . C Dennis . phys . Teacher , 13, 93 (1975) 。
- (4) P . R . Mason and M . J . Moloney , Am . J . phys . 45 , 305 (1977) 。

3. 附註(1) 李文堂：實驗證明白努利方程式，廿二屆中小學科學展覽
價勝作品專輯高中教師組。民國七十一年，頁 220 ~ 224
- (2) 朱清華等五人：探討溫度、濃度對液體內部阻力的影響：
第十八屆中小學科學展覽優勝作品專輯高中組，67 年，
頁 1 ~ 16

評語

本作品並聯與串聯不同管徑及不等長短之玻璃管，測其流量變化，再用歐姆定律來說明管路對流體之阻力之改變現象，觀念頗富創意

。另外對於黏滯係數之測量，溫度對黏滯係數之影響等現象之探討也相當深入。作者對流體物理之瞭解相當透澈。