

拼拼排排七巧板

初小組數學科第二名

彰化縣民生國民小學

作 者：陳怡伶等 48 名

指導教師：林碧輝、李妙姬

一、研究動機

上數學課時，我們正津津有味的研討「角和全等」這個單元，黃同學忽然站起來：「我知道全等三角形」，就從書包掏出一副七巧板，指給大家看，果然有二組全等三角形，鄭同學靈機一動說：「奇怪！自然課本中的七巧板，只有一組全等三角形，這兩種七巧板不同」。於是我們利用每週五的團體活動時間，請老師輔導我們探討七巧板的奧妙。

二、研究目的

(一) 觀察研究七巧板的組合。

(二) 用兩種七巧板分別排出規則的幾何圖形。

1. 任意二張排出的幾何圖形。
2. 任意三張排出的幾何圖形。
3. 任意四張排出的幾何圖形。
4. 任意五張排出的幾何圖形。
5. 任意六張排出的幾何圖形。
6. 七張所排出的幾何圖形。

(三) 兩種七巧板排出圖形後的比較。

1. 組合種類的比較。
2. 不能排出規則幾何圖形次數比較。
3. 規則幾何圖形形狀的比較。
4. 規則幾何圖形操作速度上的比較。

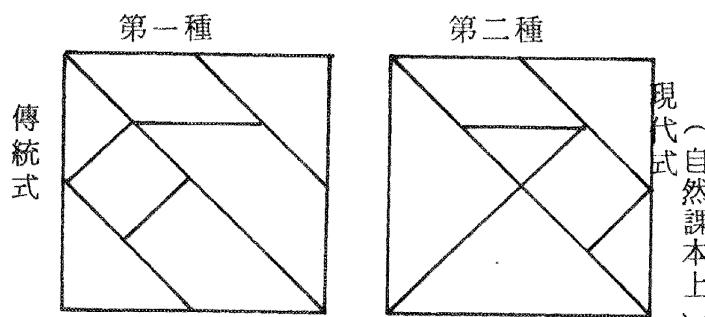
三、研究過程

- (一)研習人數：陳怡伶等 48 人。
- (二)研習方式：實驗操作。
- (三)研習器材：各種七巧板、三角板或尺、厚紙板、剪刀。
- (四)研習時間：七十三年九月到七十四年二月。

四、研究內容

- (一)觀察七巧板的組合：

發現：



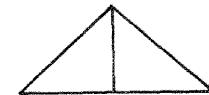
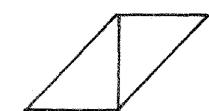
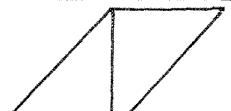
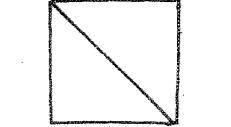
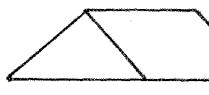
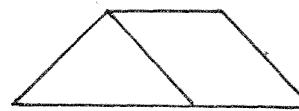
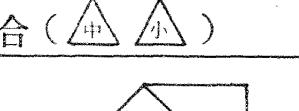
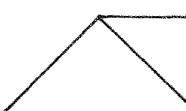
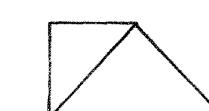
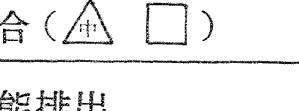
- 1. 七巧板所分割的板面，都是常見的規則幾何圖形，從圖中可列出下表：

| 圖 形 | | △ | □ | □ | 梯 | 梯 |
|--------|-----|---|---|---|---|---|
| 個 數 | 第一種 | 5 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | 第二種 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 |

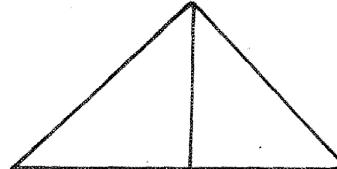
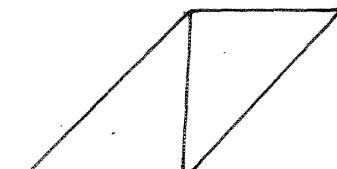
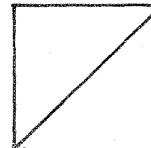
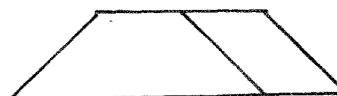
- 2. 各種七巧板的分割均以正方形的邊或對角線的中心點作為分割點。
- 3. 分割後的板面，都有一條或二條的對角連線。
- 4. 每塊板面的任何一角，都是 45 度或 45 度的倍數。
- 5. 各種七巧板的組合中，都有一組或二組的全等三角形及幾個四邊形。

- (二)用兩種七巧板分別排出規則的幾何圖形：

- 1. 任意二張排出的幾何圖形：

| 第一種七巧板 | | | | | 第二種七巧板 | | | | |
|--|---|------------|--------------|------|--|---|------------|--------------|------|
| (1)組合($\triangle \triangle$) | 名稱 | 周長 (公分) | 面積 (平方公分) | | (1)組合($\triangle_{\text{中}} \triangle_{\text{中}}$) | 名稱 | 周長 (公分) | 面積 (平方公分) | |
| 排出圖形 |  | 三角形 | 10.26 | 4.5 | 排出圖形 |  | 三角形 | 14.52 | 9 |
| |  | 平行四邊形 | 10.26 | 4.5 | |  | 平行四邊形 | 14.52 | 9 |
| |  | 正方形 | 8.52 | 4.5 | |  | 正方形 | 12 | 9 |
| (2)組合($\square \triangle$) | | | | | (2)組合($\square \triangle$) | | | | |
| 排出圖形 |  | 梯形 | 13.26 | 6.75 | 排出圖形 |  | 梯形 | 14.52 | 9 |
| |  | 梯形 | 11.52 | 6.75 | |  | 梯形 | 11.52 | 6.75 |
| (3)組合($\triangle_{\text{中}} \triangle_{\text{小}}$) | | | | | 排出圖形 |  | 梯形 | | |
| 排出圖形 |  | 梯形 | 11.52 | 6.75 | |  | 梯形 | | |
| | | | | | (4)組合($\triangle_{\text{中}} \square$) | | | | |
| | | | | | 不能排出 | | | | |

| (4)組合(△△) | 名稱 | 周長 (公分) | 面積 (平方公分) | (5)組合(△□) | 名稱 | 周長 (公分) | 面積 (平方公分) |
|---|----|------------|--------------|--|------|------------|--------------|
| 不能排出 | | | | 排出圖形  | 梯形 | 11.52 | 6.75 |
| (5)組合(□△) | | | | 排出圖形  | 梯形 | 11.52 | 6.75 |
| 排出圖形  | 梯形 | 11.52 | 6.75 | (6)組合(△□) | | | |
| (6)組合(△□) | | | | 排出圖形  | 平四邊形 | 18.78 | 13.5 |
| 排出圖形  | 梯形 | 14.52 | 9 | (7)組合(△□) | | | |
| (7)組合(△△) | | | | 排出圖形  | 梯形 | 15.78 | 11.25 |
| 排出圖形  | 梯形 | 16.26 | 13.5 | (8)組合(□□) | | | |
| (8)組合(△□) | | | | 不能排出 | | | |
| 不能排出 | | | | (9)組合(△□) | | | |
| (9)組合(△□) | | | | 不能排出 | | | |
| | | | | (10)組合(□□) | | | |

| | | | | | | | | | |
|----------------|---|-------|-------|--------------|---|---|-------|-------|-------|
| 不能排出 | | | | 排出圖形 |  | 梯形 | 15.78 | 11.25 | |
| (10)組合 (△ 大 □) | | | | | | | | | |
| 不能排出 | | | | (11)組合 (△ □) | | | | | |
| (11)組合 (△ □) | | | | 排出圖形 |  | 梯形 | 20.04 | 15.75 | |
| 不能排出 | | | | | | | | | |
| (12)組合 (△ 大 △) | | | | (12)組合 (□ □) | | | | | |
| 排出圖形 |  | 三角形 | 20.52 | 18 | 排出圖形 |  | 梯形 | 15.78 | 11.25 |
| |  | 平行四邊形 | 20.52 | 18 | 排出圖形 |  | 梯形 | 15.78 | 11.25 |
| |  | 正方形 | 17.04 | 18 | 排出圖形 |  | 梯形 | 18.78 | 13.5 |

| (15) 組合 ( ) | | 名稱 | 周長 (公分) | 面積 (平方公分) |
|---|---|-------|------------|--------------|
| 排出 圖 形 |  | 梯形 | 13.26 | 6.75 |
| |  | 梯形 | 11.52 | 6.75 |
| (16) 組合 ( ) | | | | |
| 排 出 圖 形 |  | 長方形 | 12.78 | 9 |
| |  | 平行四邊形 | 14.52 | 9 |
| |  | 梯形 | 14.52 | 9 |
| |  | 三角形 | 14.52 | 9 |

發現：

- (1)七巧板中兩張全等三角形，能拼成正方形、三角形及平行四邊形。卻不能拼成梯形。
- (2)在第一種七巧板中，除全等三角形不能排出梯形外，其餘的任意兩張都能拼成梯形。（不能排出圖形的不算）
- (3)在第二種七巧板中，正方形只能和小三角形排出圖形，其他都不能排出，而小三角形和一邊斜的梯形()拼出的圖形式樣最多，有長方形、平行四邊形、梯形和三角形。
- (4)排出來的等面積幾何圖形，以正方形的周長爲最短。

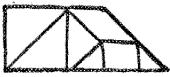
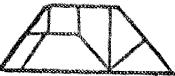
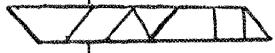
2. 任意三張排出的幾何圖形：（圖略）

3. 任意四張排出的幾何圖形：（圖略）

4. 任意五張排出的幾何圖形：（圖略）

5. 任意六張排出的幾何圖形：(圖略)

6. 七張所排出的幾何圖形：

| 第一種 巧板 | 名稱 | 周長 (公分) | 面積 (平方公分) | 第二種 巧板 | 名稱 | 周長 (公分) | 面積 (平方公分) |
|---|-------|------------|--------------|--|-------|------------|--------------|
|  | 梯形 | 27.3 | 36 |  | 梯形 | 27.3 | 36 |
|  | 梯形 | 29.04 | 36 |  | 梯形 | 29.04 | 36 |
|  | 平四邊行形 | 29.04 | 36 |  | 平四邊行形 | 29.04 | 36 |
|  | 長方形 | 25.56 | 36 |  | 長方形 | 25.56 | 36 |
|  | 正方形 | 24 | 36 |  | 正方形 | 24 | 36 |
|  | 三角形 | 29.04 | 36 |  | 三角形 | 29.04 | 36 |
| | | | |  | 梯形 | 39.08 | 36 |
| | | | |  | 平四邊行形 | 39.08 | 36 |
| | | | |  | 長方形 | 38.38 | 36 |

發現：

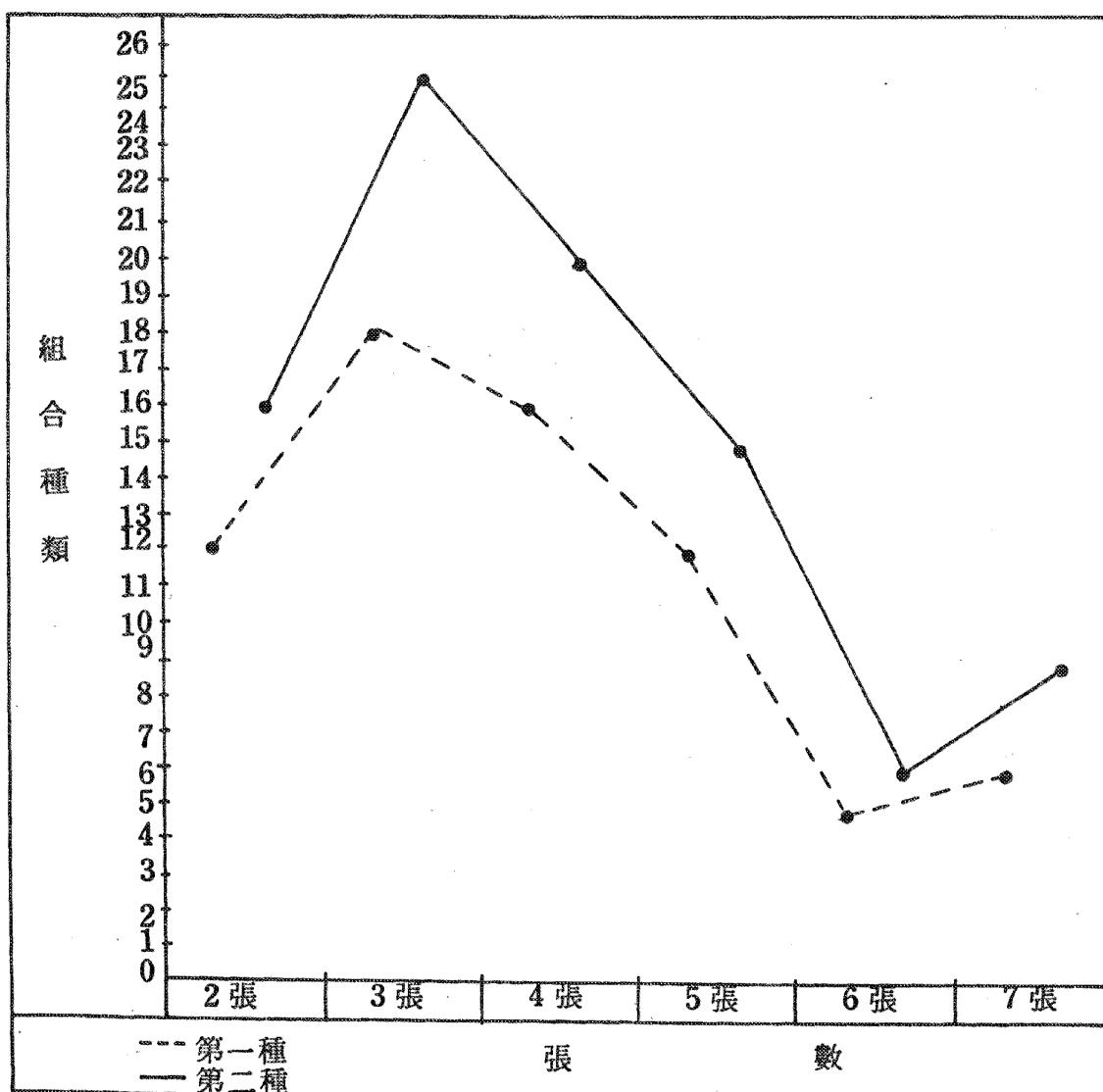
(1)用第一種不能排出長形的幾何圖形，而第二種可以排出長形

的幾何圖形，但不能排出長形的三角形及正方形。

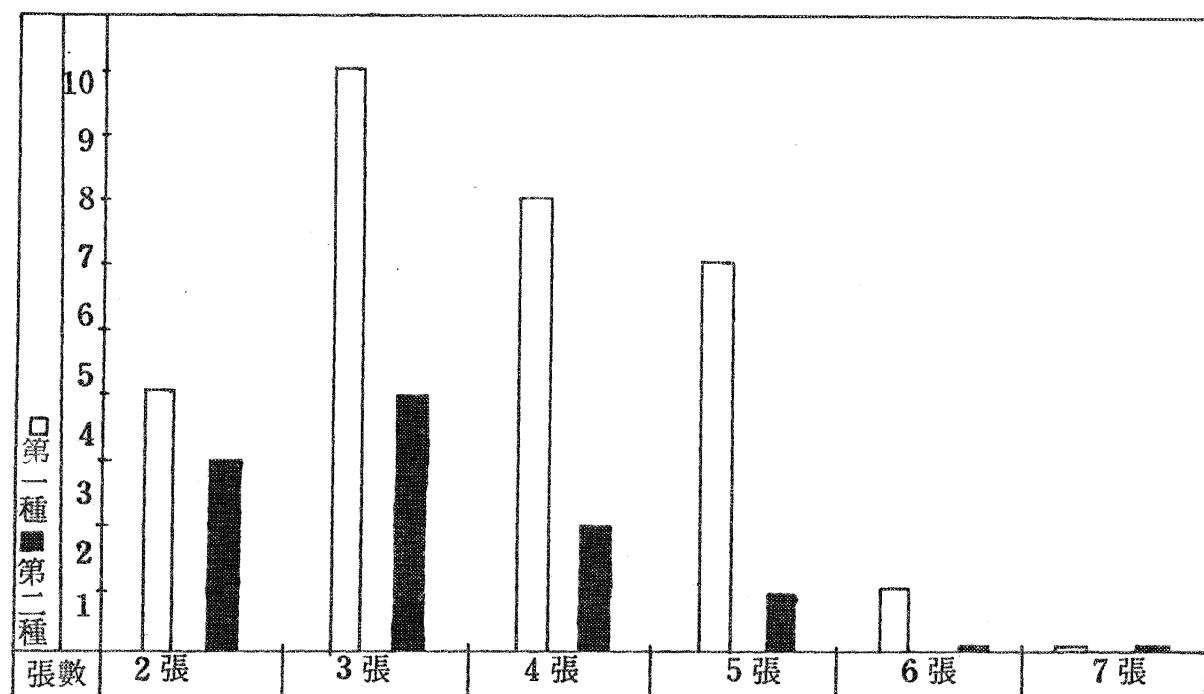
- (2)排成寬形的幾何圖形時，有兩邊斜及一邊斜的梯形兩種，而長形的只能排出兩邊斜的梯形。
- (3)寬形的幾何圖形比長形的同樣幾何圖形的周長短。（愈接近正方形的周長愈短）
- (4)用第一種和第二種都可排出寬形的幾何圖形，雖然兩種的分割不同，但排出來的圖形面積或周長都相同。
- (5)兩種所排出的三角形、平行四邊形和兩邊斜的梯形，其周長相等。

(三)兩種七巧板排出圖形後的比較：

1. 組合種類的比較：



2 不能排出規則幾何圖形次數的比較：



3 規則幾何圖形形狀出現的比較：

| 出 現 次 數 | 形 狀 數 | (梯 形) | | 6 | 12 | 8 | 19 | 9 | 21 | 8 | 17 | 6 | 8 | 2 | 3 |
|------------------|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | 第一 種 | 第二 種 | | | | | | | | | | | | |
| | (平行四邊形) | 2 | 3 | 3 | 6 | 5 | 5 | 5 | 4 | 6 | 1 | 4 | 1 | 2 | |
| | (三角形) | 2 | 2 | 3 | 1 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | |
| | (長方形) | 0 | 1 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 6 | 1 | 4 | 1 | 2 | |
| | (正方形) | 2 | 1 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 第一 種 | | 第二 種 | 第一 種 |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 2 張 | 3 張 | 4 張 | 5 張 | 6 張 | 7 張 | | | | | | | | |

4. 規則幾何圖形操作速度上的比較：

| 項目 名稱 | 平行四邊形 | 三角形 | 長方形 | 梯形 (二邊斜) | 梯形 (一邊斜) | 正方形 |
|---------------|---|--|--|--------------------------|-------------|-----|
| 每組平均時間 (分) | 2.5 2.4 2.3 2.2 2.1 2 1.9 1.8 1.7 1.6 1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 | 1.8 1.7 1.6 1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 | 1.6 1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 | 1.4 1.3 1.2 1.1 | 1.2 1.1 | 1.1 |
| 七種巧板類 | 1 1 | 2 | 1 1 | 2 | 1 1 | 2 |

發現：

- (1) 從(1)圖表知道 3 張的組合種類最多，6 張的組合種類最少，而第一種七巧板有兩組全等三角形，第二種只有一組全等三角形，因此第二種組合比第一種多。
- (2) 從(2)圖表明白第一種七巧板，板面的分割大小差異大，因此不能排出的圖形次數較多。
- (3) 由(3)圖表的統計數字看來，排幾何圖形（規則）用第二種（現代式）七巧板較適宜。
- (4) 從(4)圖表操作時間看來，用第二種（現代式）（即自然課本）操作較快。

五、結論與心得

(→) 七巧板中的全等三角形能拼出正方形、三角形及平行四邊形，卻不能拼成梯形。

- (二)七巧板排出的幾何圖形驗證了等面積的幾何圖形中，以正方形的周長爲最短。
- (三)兩種七巧板任意五張的各種組合都不能排出三角形。
- (四)兩種七巧板任意六張的各種組合都不能排出正方形。
- (五)兩種七巧板所排出的規則幾何圖形，雖然分割不同而周長卻相同。
- (六)用七巧板的任意幾張或全部七張所排出的兩邊斜的梯形及平行四邊形的周長都一樣，而兩種七巧板都不能排出菱形。
- (七)用七巧板排出的各種圖形證明周長一樣，面積不一定相等，而面積相等周長也未必一樣。
- (八)兩種七巧板，每塊板面中的任何一角都是 45 度或 45 度的倍數。
- (九)第一種七巧板有二條對角連線所以產生兩組全等三角形，而第二種只有一條對角連線因此有一組全等三角形。
- (十)第一種七巧板組合種類少且不能排出圖形的次數多，要排規則幾何圖形較不適宜。
- (十一)利用第二種七巧板所排出的規則幾何圖形不但種類多且省時，難怪自然課本中採用此種七巧板做爲我們學習的材料。

評 語

- (一)利用現成的玩具七巧板表達了一些已知的數學結果，雖無創意，但表達清楚。
- (二)完整性夠，把就七巧板可能排成的圖形都考慮在內。