「都卜勒效應」之探討

高中組物理科第二名

台灣省立台南一中　　作　　者：劉大勇、陳宗賢
指導教師：吳永和

一、研究動機

「都卜勒效應」（Doppler effect）其意義爲：當波源與觀察者有相對運動時，觀察者所測得之頻率會發生改變，而與原頻率不同。一般所討論的都卜勒效應，只限於一度空間之情況，那二度空間上的情況又是如何？

二、研究目的

本文即在探討「二度空間上的都卜勒效應」，並試圖以一簡單的算術式涵蓋其結果。

三、研究設備器材

㈠理論推導：書寫、繪圖工具。

㈡實驗證明：

1. 實驗器材：自行車、時速器、機車喇叭、電瓶、錄音機、車輪、角鋼、支架、皮尺、溫度計。
2. 數據分析：示波器、音箱、馬錶、照相機、測微器、放大鏡、電腦。

四、研究方法

分理論與實驗二部份。先推理論，再由實驗證明。

㈠理論推導過程

1. 基本的出發點與模式：由距離關係、時間關係、進而求出所欲

㈡實驗：

1. 大分爲三：

(1)觀察者靜止，波源作等速直線運動。

(2)波源靜止，觀察者作等速直線運動。

(3)圓周運動。

2. 方法：

(1)等速直線運動，是以自行車做爲載運工具。

(2)觀察者以錄音機記錄聲音。

(3)以所錄得之聲音，接示波器顯示。

(4)測量中點（振幅最大）時間；前後各取數秒，以相機快速連拍，並記下開拍時間；測定每兩張照片間之時距。

(5)由照片上求實驗值；由時間關係求理論值。

(6)周圍運動之實驗方法請參照所附照片。（分爲：$v_s = 0$，$v_R = 0$，互繞。）

五、實驗結果

㈠數據：

	實驗一		實驗二	
No.	1	2	3	4
d (m)	5	5	4	4
T (°C)	16	16	22	22
V_s (m/s)	12.50	12.78	0	0
V_R (m/s)	0	0	12.78	13.05
V_W (m/s)	340.6	340.6	344.2	344.2
t_s (sec)	9.38	9.76	7.94	7.94
t_o (sec)	12.36	12.70	10.50	10.80

1. t_s：開拍時間。　　2. t_o：中點時間。

3. 拍攝時距＝0.350 sec。

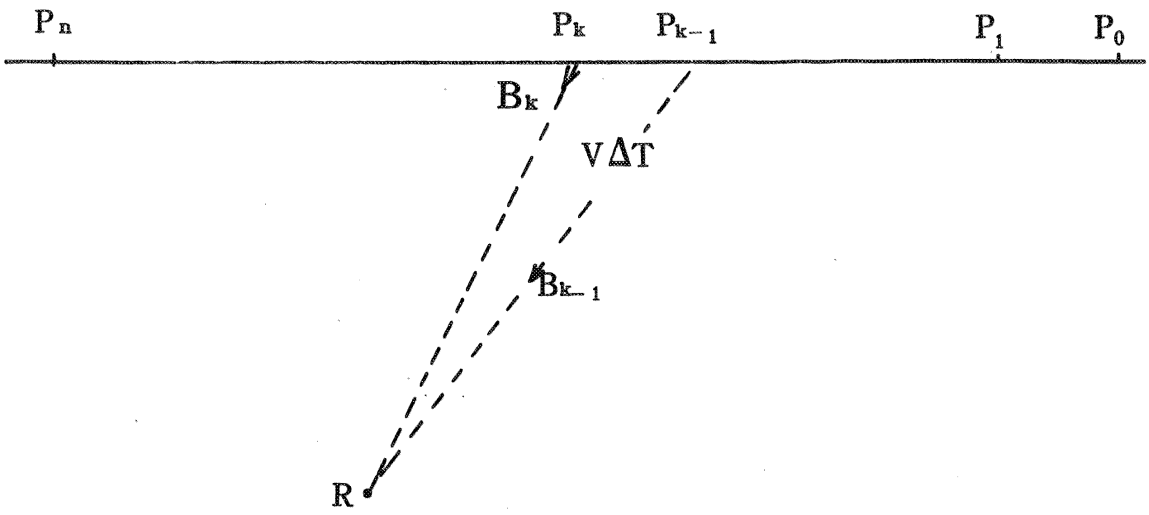
4. ∵降放改音速度，∴時間數據×0.286才爲眞。

之頻率關係。如 圖一 ，由 P_0 到 P_n ，每隔 ΔT 發射一訊號，R 爲接收者，訊號速率 v ，則：

$$距離關係(\Delta D) = RP_{k-1} - (RP_{k-1} - V\Delta T)$$
$$時間關係(\Delta T') = \Delta D / V$$

若 ΔT 爲週期，則：

$$頻率關係(f') = 1/\Delta T'$$



圖一

2. 如 圖二 ，波源速 v_s ，波速 v_w ，週期T，R 靜止。則就週期的變化，（一週期一週期的討論）討論如下：

(1) 數學上的理由，令：

① $[V_s T, 0] = \vec{i}$

② $P_0P_1 = P_1P_2 = \cdots\cdots = P_{n-1}P_n = 1 \times |\vec{i}|$

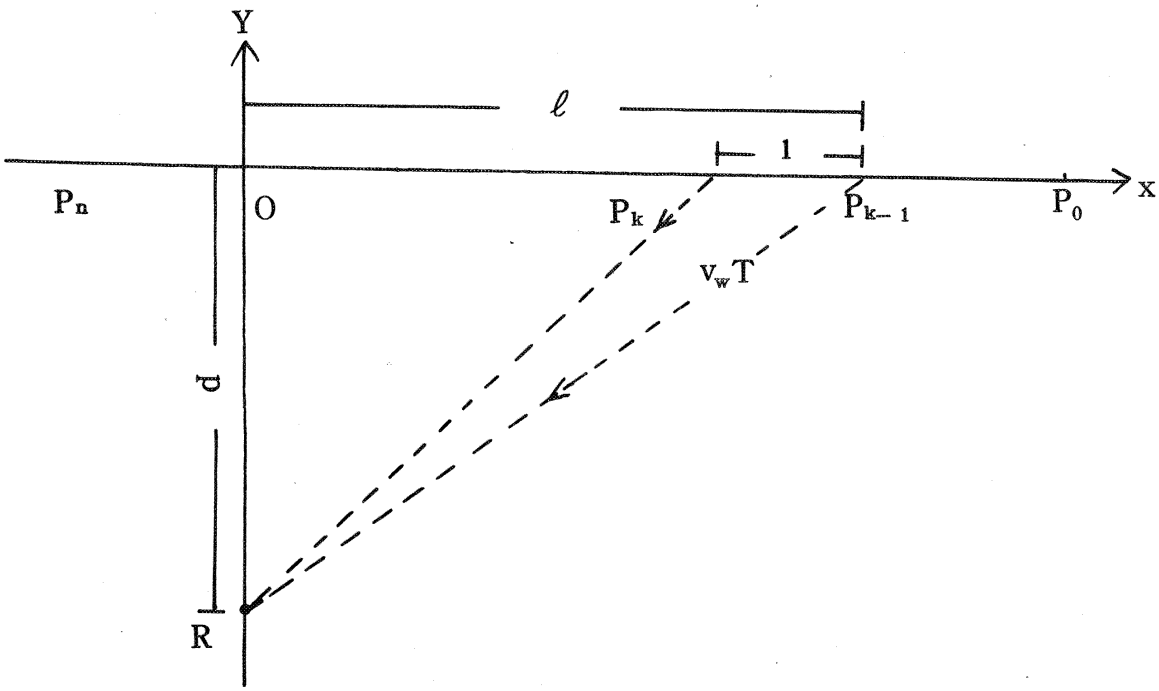
③ $\overrightarrow{OP_{k-1}} = \ell |\vec{i}|$

④ $\overrightarrow{OR} = d |i|$

(2)由 1. 之討論，

$$f' = \frac{V_W}{V_W - XV_S} f ,$$

其中 $$X = \sqrt{d^2 + \ell^2} - \sqrt{d^2 + (\ell - 1)^2}$$



（圖二）

3. 進一步，就單一週期內討論：

(1)將 T 等分爲 S 等分，則 $\Delta T = T/s$ 。

(2) $f' = \dfrac{1}{S\Delta T'} = \dfrac{1}{S} \cdot \dfrac{V_W}{(V_W - XV_S)\Delta T} = \dfrac{V_W}{V_W - XV_S} f$

與 2. 之討論結果相同，但已使其連續起來。

4. 試圖將 x 化簡：$\angle RP_{k-1}P_k = \theta$ ，$\angle P_{k-1}RP_k = \delta$ 。

(1)取等腰 $\Delta P_k RQ$ ， $P_k R = RQ$ ，則，

$$X = \frac{RP_{k-1} - RP_k}{V_S \Delta T} = \frac{P_{k-1}Q}{V_S \Delta T}$$

(2) $\Delta T \to 0$ ，則 $\delta \to 0$ ，$\angle P_k QR \to 90^\circ$ ，$\angle P_{k-1}QP_k \to 90^\circ$

故 $\lim\limits_{\Delta T \leftrightarrow 0} X = \cos\theta$

5. R 以 V_R 運動，則均類以上以討論，故我們得到：

$f' = \dfrac{V_{WR}}{V_{WR} - V_{SR}\cos\theta} f$ ，其中：θ 爲 V_{WR} 與 V_{SR} 夾角。

㈡正常頻率設定爲1200，則實驗、理論值列表如下：

實驗順序 No.		1	2	3	4	5	6	7
張次 \ Hz								
1	實驗值	1236	1226	1254	1246	1204	1208	1203
	理論值	1236	1224	1240	1242	1200	1200	1200
2	實驗值	1228	1215	1230	1198	1205	1185	1196
	理論值	1229	1215	1236	1204	1200	1200	1200
3	實驗值	1215	1206	1207	1178	1197	1209	1202
	理論值	1215	1204	1206	1177	1200	1200	1200
4	實驗值	1203	1192	1189	1169	1202	1206	1191
	理論值	1205	1193	1192	1170	1200	1200	1200
5	實驗值	1193	1175	1154	1166	1195	1206	
	理論值	1194	1175	1166	1165	1200	1200	
6	實驗值	1174						
	理論值	1171						

㈢以上爲較精確之數據，其他有如錄音的缺失（不適拍照分析），或較大誤差（均無規律可尋），就未在上列。檢討如下：

1. 最大原因在於聲源非單一固定頻率。（在相機以 1／30 秒 凍結畫面下，即可看出。）
2. 其次爲各種雜音干擾，造成波形混亂。
3. 最後就是測量上的誤差，如距離、時間、速度、……等。

㈣綜合而言，以上的實驗及檢討，已爲我們的推論提供了直接的證據。我們深信，若儀器能更加完備，定可有更精確之結果！

六、討　論

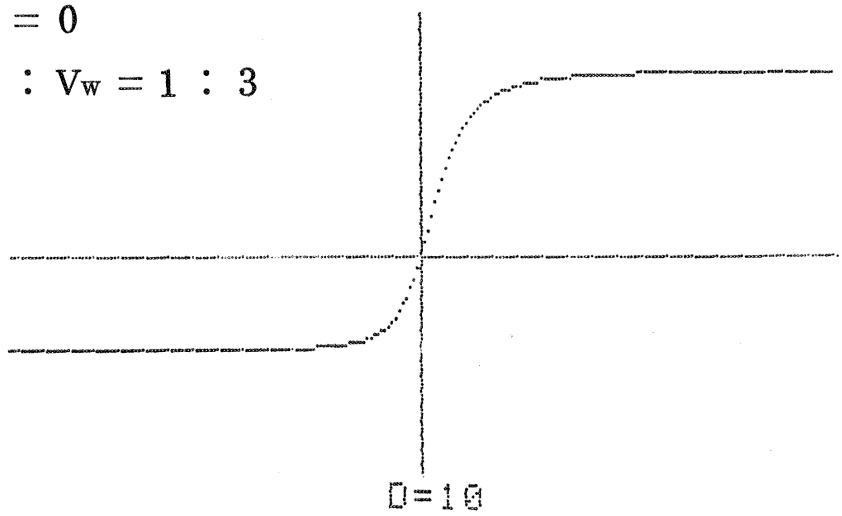
㈠必須 $V_{WR} > V_{SR} \cos\theta$，上述推演才有意義。

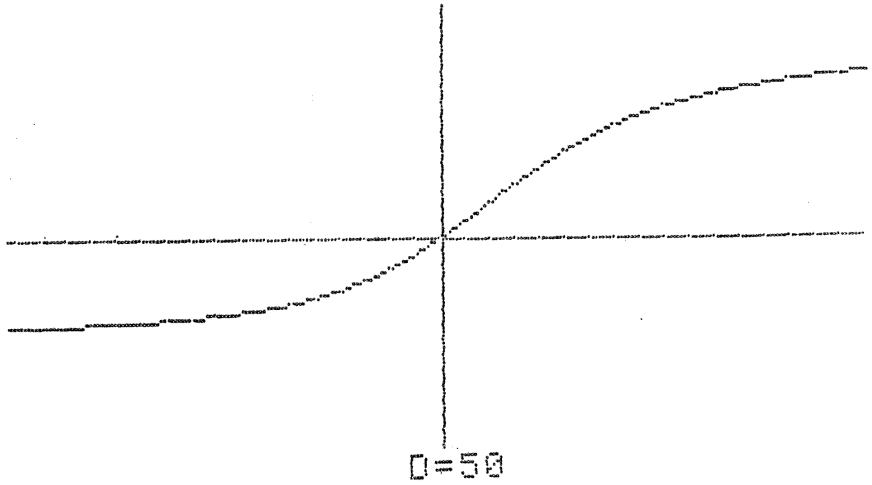
㈡若 $V_{SR} = 0$ 或 $\theta = 90°$，則均無都卜勒效應。

㈢可輕易解釋日常生活中相關的現象。請看下圖：（$\Delta f - \ell$ 圖）

1. $V_R = 0$

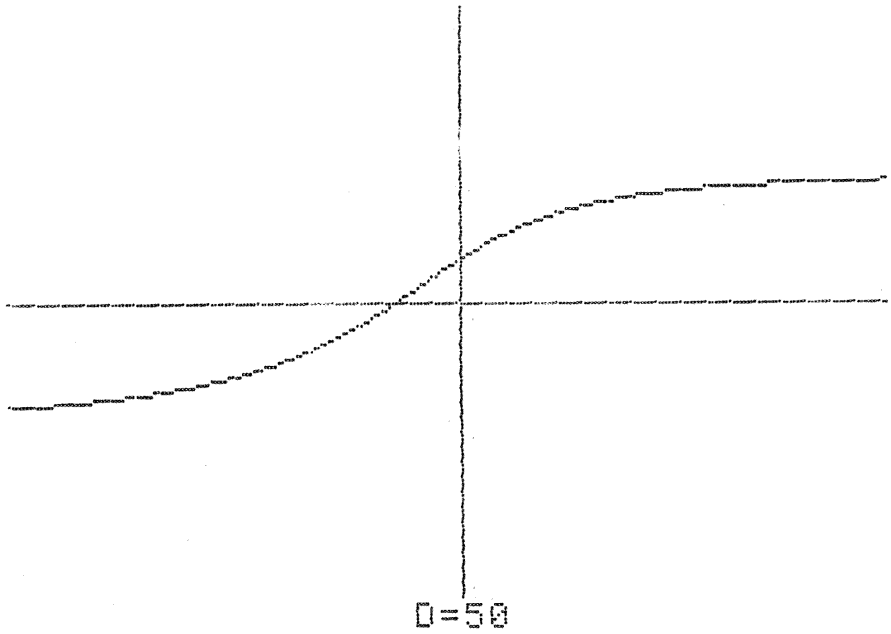
   $V_S : V_W = 1 : 3$





2. $V_S = 0$

$V_R : V_W = 1 : 3$



七、結　論

在某一速度範圍內之都卜勒效應爲：

$$f' = \frac{V_{WR}}{V_{WR} - V_{SR} \cos \theta} f$$

θ 爲 $\vec{V}_{WR}$ 與 $\vec{V}_{SR}$ 之夾角。

八、參考資料

(一)無參考資料。

(二)附上實驗中的間接數據，如下頁二表。

評語 1. 取材良好，作者表達能力甚佳。

2. 有創意、構想，在實驗的精確上可再加强。

No.		1	2	3	4
張	sec・m / 次				
1	時　間	10.43	11.86	8.29	8.29
	距O點	6.90	3.07	8.08	9.37
2	時　間	11.13	12.21	8.99	10.74
	距O點	4.39	1.79	5.52	0.22
3	時　間	11.83	12.56	10.39	11.44
	距O點	1.89	0.51	0.40	− 2.39
4	時　間	12.18	12.91	10.74	11.79
	距O時	0.64	− 0.76	− 0.87	− 3.69
5	時　間	12.53	13.61	11.79	12.14
	距O點	− 0.61	− 3.32	− 4.71	− 5.00
6	時　間	13.58			
	距O點	− 4.36			

p.s. 此時間須× 0.286才爲眞正時間。

No. 張次 ＼ 幕長／λ	1	2	3	4	5	6	7
1	4.2651	4.2299	4.3294	4.3014	3.9880	4.0000	3.9844
2	4.2395	4.1937	4.2465	4.1332	3.9920	3.9246	3.9620
3	4.1920	4.1640	4.1668	4.0643	3.9643	4.0064	3.9804
4	4.1514	4.1140	4.1027	4.0347	3.9809	3.9960	3.9462
5	4.1181	4.0548	3.9840	4.0242	3.9580	3.9960	
6	4.0503						

p.s. 直線標準頻率之 $\frac{\text{幕長}}{\lambda} = 4.1417$

圓周標準頻率之 $\frac{\text{幕長}}{\lambda} = 3.9751$