

# 碰撞、能量與形變的探討

## 高中組物理科第一名

高雄市立高雄高級中學

作 者：王紀涵等四人

指導教師：吳明川

### 一、研究動機

根據虎克定律，在彈性限度內，彈簧伸長量與其受力成正比，但彈簧並非完全理想，而受力超過彈限度，則彈簧會有無法恢復的永久形變產生，於是引起了我們的興趣。如果情況是兩物碰撞，其結果又將如何呢？於是便想設計一實驗來探討其奧秘。

### 二、研究目的

因為碰撞所產生的形變和彈簧受力的模型相似，所以我們想以恢復係數來探討碰撞、能量和形變三者之間的關係。

### 三、研究設備器材

(一) 主要裝置：

- 1.(1) APPLE 主機螢幕。(2) 磁碟機。(3) 印表機。(4) VISIPLOT 磁片、VISICAC 磁片。
- 2.(1) 鋼塊。（當作用面，質量  $M = 1.930 \times 10^3 \text{ g}$ ）。(2) 鋼球。

	直徑 $R$ (cm)	質量 $m$ (g)	密度 $D$ (gw/cm <sup>3</sup> )	$m/M$ ( $\times 10^{-3}$ )
1# 球	1.270	8.332	7.768	4.317
2# 球	1.430	11.880	7.759	6.155
3# 球	1.585	16.349	7.841	8.471

3.(1)自製之計時器。(以 c-mos IC 族類為主)。(2)自製之脈波產生器。(配合 c-mos IC 族類, Max 1 MHz)。(3)自製之數位控制線路。

4 (1)電源供應器。(2)電磁鐵。(3)S.S.R. 無接點繼電器。(4)麥克風。(5)支架。

## (二)輔助裝置：

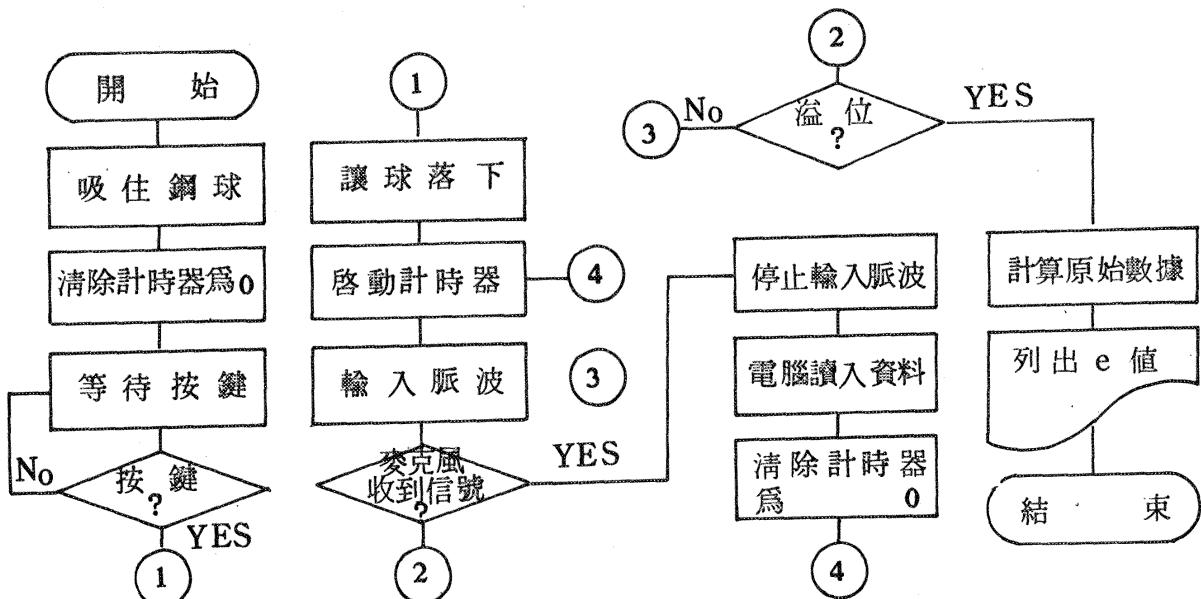
1. 示波器。 2. 三用電表。 3. 台秤。 4. 天平。  
5. 水平儀。 6. 捲尺。 7. 游標卡尺。

## 四、儀器工作原理

利用碰撞時所發生的物理現象，將之轉換自製之“數位邏輯電路”所需要之“有效訊號”，並控制之。再利用“電腦連線作業”，依照自設的控制程序，自動將原始資料加以處理，再予以印出我 需要的數據，以節省人力，達到“實驗室自動化”的目的。

### (一) 電腦控制流程：

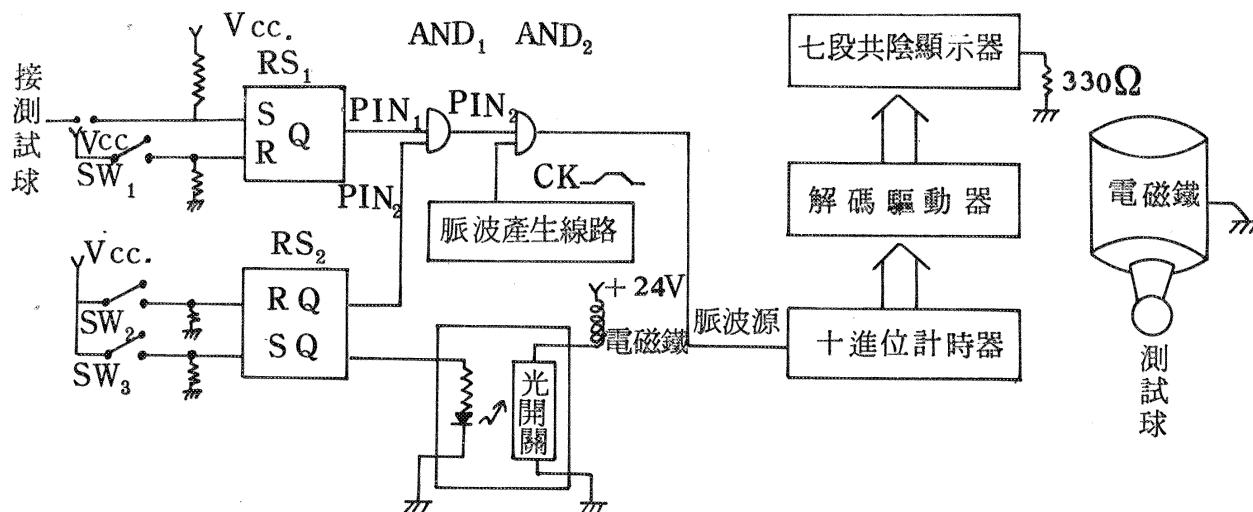
本套自製實驗裝置，乃採用最新“實驗室自動化”的觀念，以“電腦連線作業”作微電腦流程控制，操作簡單，並且省時、省力，其控制流程如下：



## (二)硬體線路原理：

### 1. 電磁鐵時間誤差測試裝置：

由於電磁鐵及其控制的電子元件 S.S.R. 的影響，所以從控制開始到真正放下鋼球，尚有一段足以影響本實驗的時間差，故製作本線路以測試之。（圖形如下）

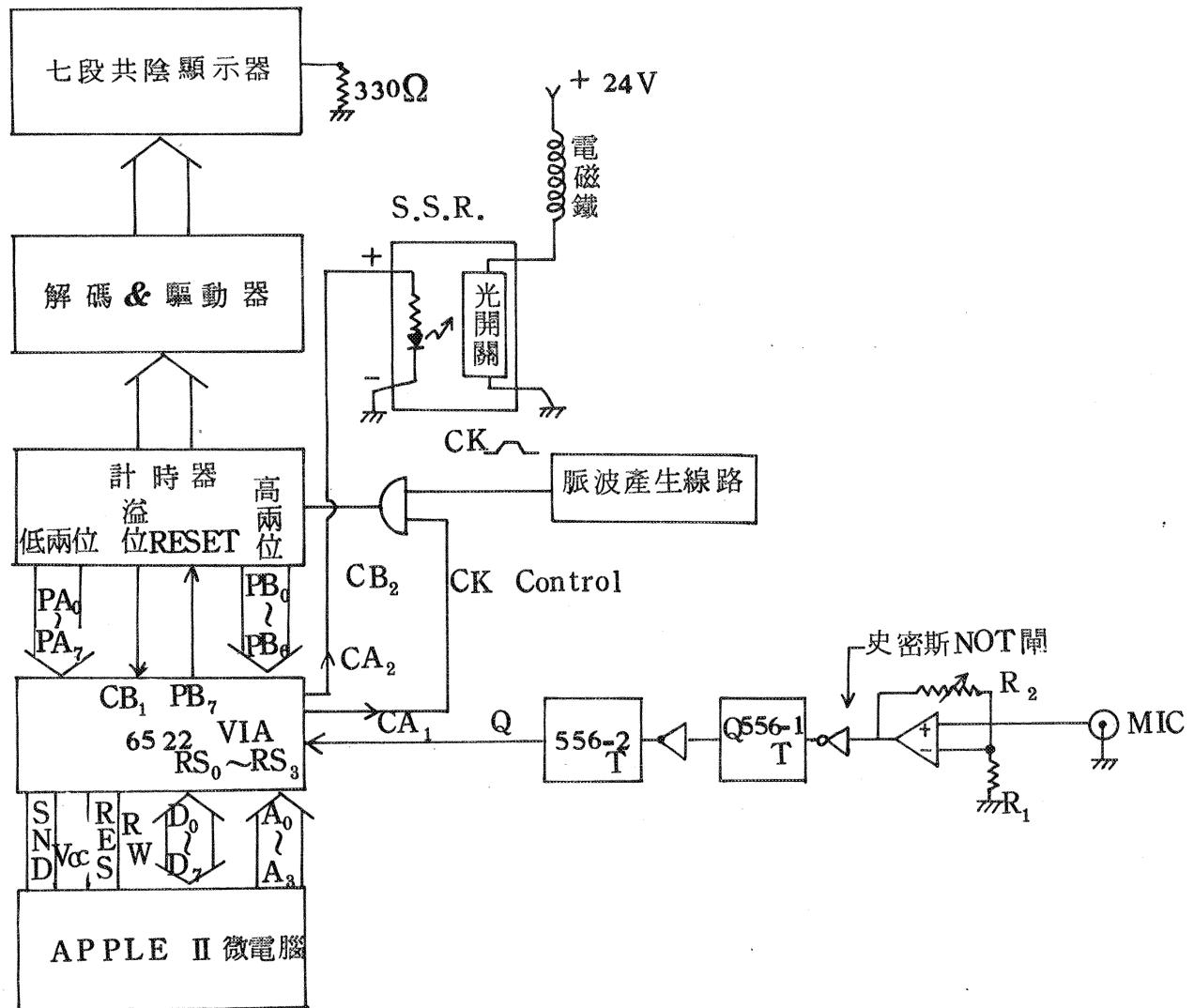


圖一

原理：操作時，先按下  $SW_2$  使得  $RS_2$  之 R 端為 “H” ，同時  $RS_2$  之 Q 端為 “L” 使脈波不能輸入至計時器，且 Q 端為 “H” ，使得 S.S.R. 的 “+” 極為 “H” ，讓電磁鐵吸住鋼球，使  $RS_1$  之 S 端為 “L” ，然度再按下  $SW_1$  使  $RS_1$  之 Q 端為 “H” ，然後再按下  $SW_3$  使  $RS_2$  的 Q 為 “H” ，Q 為 “L” ，於是便能供應脈波到計時器，同時使 S.S.R. 之 “+” 端為 “L” ，故電磁鐵便失去了磁力，直到測試球脫離電磁鐵，使  $RS_1$  之 R 端為 “H” ，Q 便為 “L” ，便停止輸入脈波至計時器，而由此測得延遲時間。

### 2. 微電腦界面電路工作原理：（線路如圖二）

本實驗裝置第二部分是微電腦界面電路，做為微電腦與自製之數位電子裝置與APPLE II 微電腦CPU 6502 同族的6522 界面 IC 。



圖二

### 硬體控制原理：

首先麥克風收到碰撞時所產生的聲音，先經過 OPAMP LM 324 作波形放大，再經過史密特 NOT 閘作波形整形，然後觸發 IC 556 而除去雜訊，同時產生一脈波（約  $5.2 \times 10^{-5}$  sec），供應給本系統數據傳送的心臟—6522 VIA “握手式連繫交換”的控制線 CA<sub>1</sub>，產生中斷，此時電腦讀取 6522 VIA 的中斷旗幟暫存器（IFR），判斷是否為中斷狀態，如果是便依我們的需要，來設定週邊控制暫存器（PCR）（包括停止脈波、測試溢位、控制電磁鐵），再讀入資料，便記錄到電腦中，電腦再加以整理、計算，最後再列印出結果。電腦控制程式如下：

(1) BASIC 程式：數據處理程式（略）

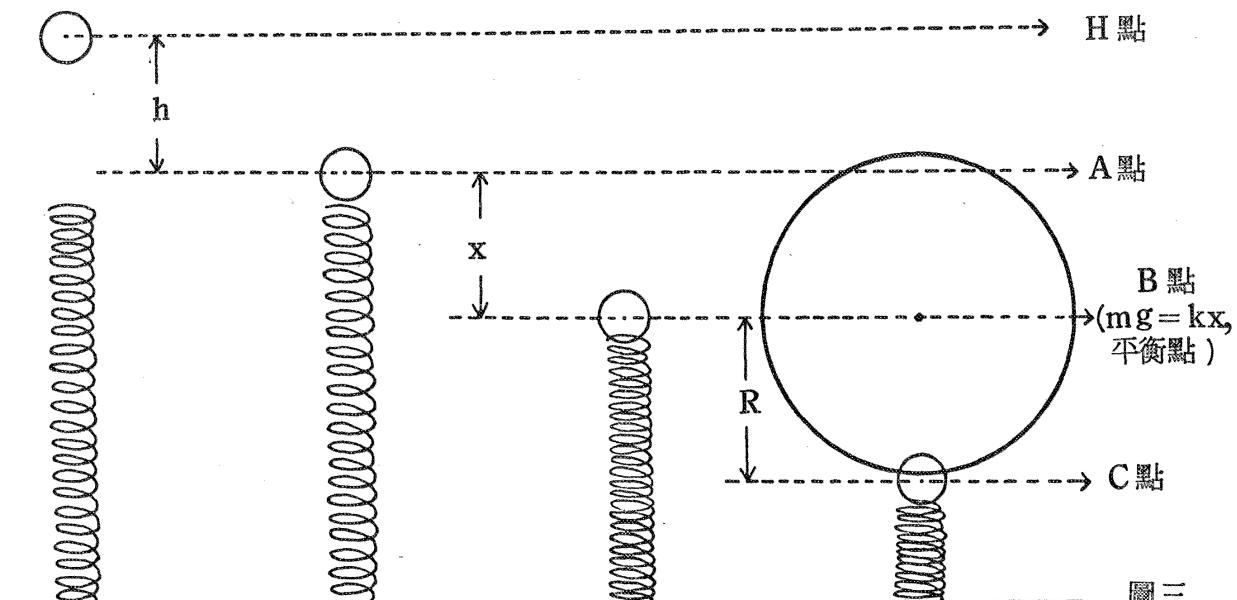
(2) LISA 程式：界面控制程式（略）

## 五、研究過程

(一)  $e$  值為 1 時之理想狀況：

首先我們討論  $e = 1$  時的過程，了解其中過程後，才有助於我們了解實際碰撞時，其非理想狀況是如何討論。

要使  $e = 1$  需先排除一切可能轉移完全彈性碰撞過程中系統能量的因素（如聲音、特體振動、熱……），且必須把彈簧質量認為少到可忽略不計，現在我們來看看下圖：



圖三

當球在 H 點時，系統具有位能  $mg(h + x + R)$ ，當球下落碰到彈簧達 C 點靜止瞬間，所有位能轉為彈簧的位能  $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}K(R + x)^2$ 。之後球便隨著彈簧連體上升（做簡諧運動）

，當球升到 A 點時，球具有位能  $mg(R + x)$  而彈簧之位能  $\frac{1}{2}K(R + x)^2$  亦完全釋放出。此時系統尚有  $mg h$  之能量不知如何分配。若假設彈簧質量甚小到可忽略，彈簧分配到能量亦

甚小可忽略，則可將彈簧認為恢復原狀而靜止，不再有任何能量

供給它做任何運動。而球在 A 點要分離彈簧之一瞬間，只有將

$mgh$  之能化爲  $\frac{1}{2}mv_f^2$  釋出，於是以  $v_f$  離開彈簧：

現在我們回頭看看球剛由 H 點落至 A 點時，它亦是將位能中的

$mgh$  化爲  $\frac{1}{2}mv_i^2$ ，而以  $v_i$  之速度撞及彈簧：

由(1)、(2)式得  $v_1 = v_f$

$$\text{此時之 } e = \left| \frac{V_f}{-V_i} \right| = \left| \frac{-V_f}{V_i} \right| = 1$$

事實上，彈簧一定有質量，而且彈簧並非完全理想，尚有其他因素（如摩擦力、物體振動……），所以它在A點或A點附近（即球與彈簧分開點）時，必會分配若干能量，使球分離時具有 $mg(R+x)$ 之能量加上比 $mgh$ 還要少的能量，比 $mg h$ 還少

的能量若化爲動能分離彈簧，必只能以  $\frac{1}{2}mv^2$  (其中  $v < v_f$ )

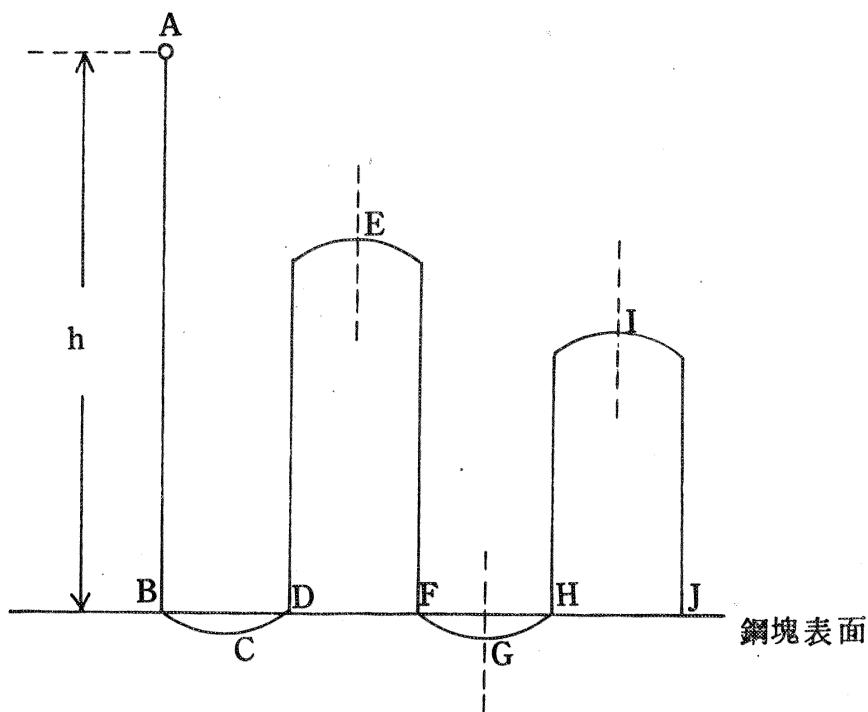
之能量釋出，故  $e$  值必會小於 1。

球m與鋼塊M碰撞前後，設在碰撞作用前瞬間，球的速度爲 $v_{1i}$ ，鋼塊的速度爲 $v_{2i}$  ( $v_{2i} = 0$ )，在碰撞作用完成後瞬間，球的速度爲 $v_{1f}$ ，鋼塊的速度爲 $v_{2f}$ ，則恢復係數e爲：

鋼塊於碰撞作用完成後，因  $m$  與  $M$  的比值約爲  $6 \times 10^{-3}$  而且鋼塊置桌面，將其視爲與地面連接，質量甚大，所以鋼塊速度  $v_{2f}$

甚小，而予以忽略不計。

$$\therefore e = \left| \frac{-V_{1f}}{V_{1i}} \right| \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (2)$$



$t_{AB}$  表A→B的時間

$$\text{設 } t_1 = t_{AB}$$

$t_{BC}$  表 B → C 的時間

$$\Delta t_1 = t_{BC} + t_{CD}$$

$t_{CD}$  表 C → D 的時間

$$t_2 = t_{\text{BC}} + t_{\text{CD}} + t_{\text{DE}} + t_{\text{EF}}$$

$t_{DE}$  表 D → E 的時間

$$\Delta t_2 = t_{\text{FG}} + t_{\text{GH}}$$

$t_{EF}$  表 E → F 的時間

$t_{FG}$  表  $F \rightarrow G$  的時間

• • •

$t_{GH}$  表  $G \rightarrow H$  的時間

• • •

• •

•  
•  
•

根據上面圖形，其時段的分隔是以 B 點、F 點、J 點為基準，亦即

$$t_1 = t_{AB} , \quad t_2 = t_{BC} + t_{CD} + t_{DE} + t_{EF} ,$$

$$t_3 = t_{\text{reg}} + t_{\text{GH}} + t_{\text{HI}} + t_{\text{IJ}}$$

碰撞作用的時距  $\Delta t$ ，參考第二十三屆全國科學展覽作品：“進入碰撞的世界—從碰撞時間做起”，其結論  $\Delta t = 7 \times 10^{-5} \text{ sec}$ ，而  $\Delta t / t_1 \neq 0$ ，所以我們予以忽略  $\Delta t_{BC} + \Delta t_{CD}$  的時間。假設空氣阻力忽略不計，所以  $t_{DE} = t_{EF}$

而連續碰撞後表第二次碰撞完成後的瞬時速度，則同理可得

由(2), (3)及(5)式

$$e_1 = \frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{g \left( \frac{1}{2} t_2 \right)}{g t_1} = \frac{t_2}{2 t_1}$$

由(2), (6)及(7)式

$$e_2 = \frac{V_{2f}}{V_{2i}} = \frac{g\left(\frac{1}{2}t_3\right)}{g\left(\frac{1}{2}t_2\right)} = \frac{t_3}{t_2}$$

同理可得

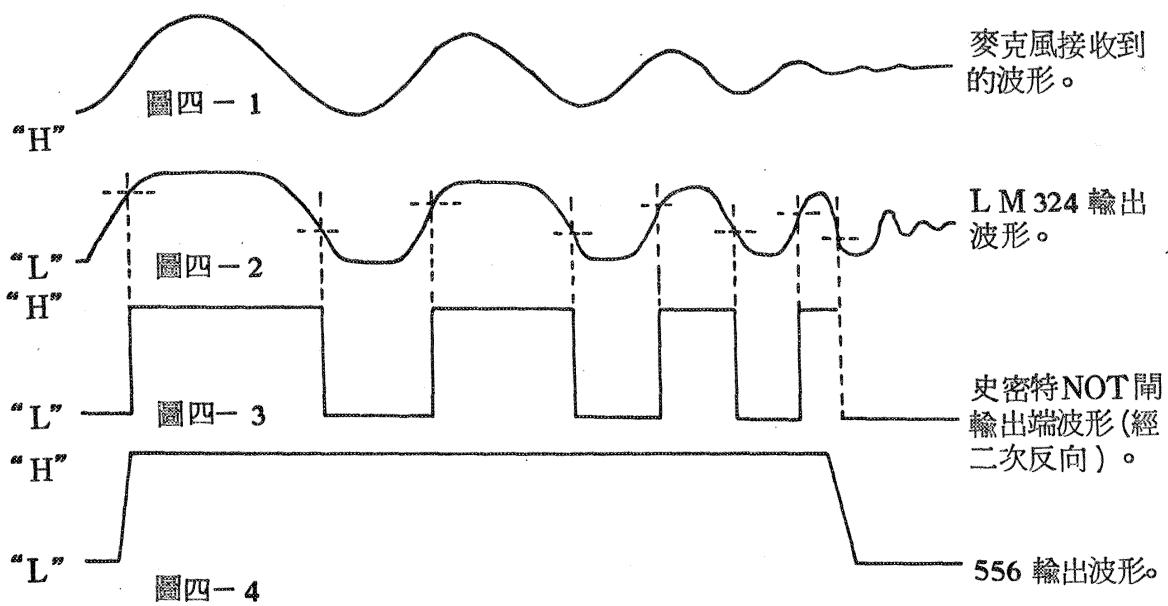
$$e_3 = \frac{t_4}{t_3} , \quad e_4 = \frac{t_5}{t_4} \dots$$

## 六、實驗數據及圖表（略）

## 七、討論與結論

(一)有關電子儀器的討論：

1. 由於鋼球一直在彈跳，所以計時器也一直在清除計數的狀態，若使用電子儀器，用硬體來讀取則需要一大堆的硬體線路。用人眼也不可能讀取，故想到用電腦來讀取，並且可藉著自己寫的程式，依照需要，整理出我們所需要的資料，以電腦替代人力，當是我們此實驗的一大優點。
2. 本實驗所採用的電磁鐵為 DC 24 V，原先我們是採用 AC 110V 的電磁鐵，但由於交流電的頻率為 60 Hz，當電流方向改變時，磁場的方向亦會改變，如此便產生了高頻的雜訊而造成了數據的不穩定，遂改為直流的電磁鐵，此一問題便迎刃而解了。
3. 由於 S.S.R. 開關閉合及電磁鐵能夠達到放開鋼球時磁力消失的時間，會有一些差異，所以可以利用我們的誤差測試裝置（前面已提過）且必須用極細的銅絲以免受到重力作用，而產生不準確的結果，經過 300 餘次的測量之後，測得其誤差為 $5.268 \times 10^{-2}$  sec。
4. 由於麥克風收到的信號非常微弱，如圖四—1，故使用 OP Amp LM324 作波形放大，如圖四—2。但因聲音傳播路徑的不同，所以每次碰撞時，麥克風並不是只收到一個聲音，而且由於路徑的長短不同，消耗的能量也不一樣，所以波形放大時，還有些波不能放大到飽和狀態，所以加上史密特 NOT 閘來作為波形整形之用，將一些未能達到臨限電壓的波濾掉，過濾的波形如圖四—3，但整形後的波形也不是只有一個有效訊號，故使用 IC 556 去除雜訊。雜訊去除的波形如圖四—4，故能將絕大部分的雜訊去除，使雜訊的影響減至最小。



#### (二) 有關碰撞的討論：

1. 鋼球吸附於磨尖的電磁鐵上，測試前必須使鋼球完全靜止，目的使其質心通到鉛垂線，使每次作用於同一點，如此才能在鋼球掉落時，不致產生除了垂直向下的重力外的分力，否則鋼球便易旋轉，在碰撞時，即很容易產生斜向而跳開，如此便無法準確算出  $e$  值。
2. 由於鋼球落下對鋼塊所產生的形變會消耗鋼球的能量，同一粒鋼球，如果由高低不同的高度由落下撞擊鋼塊，則由較大鋼塊撞擊時，鋼球與鋼塊接觸前的瞬間速度大、動量大，而鋼塊所受的衝量大，但因每次碰撞時間均相近，因此所受的衝力大，所以鋼塊可能造成的永久形變會較大。同理，若相同高度下，用大小不同鋼球，自由落下撞擊鋼塊，則大鋼球衝力大，鋼塊之形變會較大些。這可由  $e$  值得知。
3. 當鋼球最初高度很小時， $e$  值的曲線大致是向下降的，但是斜率並不十分大，這是因為除了鋼球從電磁鐵下落的第一次碰撞是垂直外，其餘的碰撞，可能會撞到鋼塊上，已造成的凹痕，所以有水平方向的速度產生，使得垂直的速度分量減少，因此時間變短，所以  $e$  值就變小了。
4. 當鋼球最初高度很高時， $e$  值的曲線大致是向上升的，因為此曲線主要是受形變的影響，當高度大時，碰撞點所受的衝力大

，所以鋼塊的形變大，能量消耗多，故  $e$  值會較小。第二次再撞擊鋼塊時，下降之高度變小，衝力小，所造成的形變小，能量消耗少，因此相對地  $e$  值會較大，餘此類推，所以圖形曲線往上升。

5. 每一種鋼球，我們都可找到一個高度，在此高度範圍內，讓鋼球自由下落，可造成最小的形變，亦即此時， $e$  值不讓永久形變這個因素大大地控制。這是我們初步的了解：在某個衝力下，可能較不會造成永久形變，但因為影響  $e$  值的因素很多，我們不過分武斷說， $e$  值的增減完全是受永久形變的影響，但是我們控制了其他變因，使所有的狀況一致，因此比較之下， $e$  值的增減就可以說是完全由於永久形變所造成的，這也就達到我們利用  $e$  值來探討形變與能量關係的目的了。
6. 根據我們實驗結果，可知道當高度愈高，鋼塊所產生的形變愈大， $e$  值也就愈小。但我們由數據中可找出在 4 cm 左右以下的高度範圍內，可找到較理想的  $e$  值。找到這高度範圍後，再以此高度範圍從頭操作一次，測得 1 # 球的  $e$  值如下表：

高度 ( cm )	4.02	3.10	2.19
$e$ 值	.9452	.9611	.9086

由以上的數據，我們不難發現，在此高度範圍內所測得之  $e$  值，皆大於 0.9，甚至接近 1，所以大概可以了解到形變對  $e$  值的影響了。

## 八、參考資料

- (一) 東華物理學 ( 上冊 ) 。
- (二) 東華物理實驗。
- (三) 物理實驗大全 ( 力學篇 ) 。
- (四) C—mos DATA BOOK 。

- (五)VISIPLOT 使用手册。
- (六)APPLE 自動控制實務設計。
- (七)物理學 Halliday ( Book I. II. III. )。
- (八)二十三、四屆中小學科學展覽優勝作品。
- (九)MX - 80 TYPE III OPERATION MANUAL EPSON。
- (十)APPLE 硬體介面實驗初步。
- (十一)大學物理學。
- (十二)APPLE 組合語言 ( BASIC ) 介面實驗與控制實例。

**評語** 1. 實驗設計完整，頗為難得。

- 2. 考慮周詳，內容豐富。
- 3. 在能量消耗方面的觀點可再加強研究。