

# 兩數 <sup>相加</sup> <sub>相減</sub> 等於這兩數相乘的研究

高小組數學科第一名

臺中縣豐村國小

作者：張集昇等 15 名

指導教師：呂厚見、宋明欽

## 一、研究動機

本校所舉辦自然科學有獎徵答第三次題目是：兩數相加等於這兩數相乘，即 $甲 + 乙 = 甲 \times 乙$ ，任寫三個，第五次題目是：兩數相減等於這兩數相乘，即 $甲 - 乙 = 甲 \times 乙$ ，任寫三個，我們把答對的答案加以整理、發現答案各有很多種，我們想能不能就答案中找出解題的簡便法，於是在研習活動中我們在老師的指導下，尋找解決方法：

## 二、研究目的

- (一)能找出 $甲 + 乙 = 甲 \times 乙$ 之簡便方法。
- (二)能找出 $甲 - 乙 = 甲 \times 乙$ 之簡便方法。

## 三、研究過程

研究兩數相加等於這兩數相乘， $甲 + 乙 = 甲 \times 乙$ 。

1. 就例題及投稿中，正確答案加以整理：

- (1)  $0 + 0 = 0 \times 0$ 。
- (2)  $2 + 2 = 2 \times 2$ 。
- (3)  $3 + 1.5 = 3 \times 1.5$ 。
- (4)  $5 + 1.25 = 5 \times 1.25$ 。
- (5)  $6 + 1.2 = 6 \times 1.2$ 。
- (6)  $9 + 1.125 = 9 \times 1.125$ 。

2. 在上面所列答案中我們發現少了 1、4、7、8……等，於是我們先研究(1)：

$$1 + 0 = 1$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 + 0 \neq 1 \times 0$$

|             |                    |                           |
|-------------|--------------------|---------------------------|
| $1+1=2$     | $1 \times 1=1$     | $1+1 \neq 1 \times 1$     |
| $1+2=3$     | $1 \times 2=2$     | $1+2 \neq 1 \times 2$     |
| $1+3=4$     | $1 \times 3=3$     | $1+3 \neq 1 \times 3$     |
| $1+0.1=1.1$ | $1 \times 0.1=0.1$ | $1+0.1 \neq 1 \times 0.1$ |
| $1+1.1=2.1$ | $1 \times 1.1=1.1$ | $1+1.1 \neq 1 \times 1.1$ |
| $1+5.6=6.6$ | $1 \times 5.6=5.6$ | $1+5.6 \neq 1 \times 5.6$ |

在無數的計算嘗試中， $1 + \text{ㄅ}$ 永遠比 $1 \times \text{ㄅ}$ 大1 即  $1 + \text{ㄅ} \neq 1 \times \text{ㄅ}$   $1 + \text{ㄅ} > 1 \times \text{ㄅ}$   $1 + \text{ㄅ} = 1 \times \text{ㄅ} + 1$

因此在  $\text{甲} + \text{乙} = \text{甲} \times \text{乙}$  中我們確信1 不可能在答案中出現。

3. 在1. 所列答案中，接著我們發現在2、3、4、5、6的連續中，只少4 因此我們接著研究4 在上面答案中。

$$3 + 1.5 = 3 \times 1.5$$

$$5 + 1.25 = 5 \times 1.25$$

我們想  $4 + \square = 4 \times \square$ ，這  $\square$  中之數或許是在1.5 與1.25 之間。

4. 因此我們做了一連串的計算。

第一次計算：

$$4 + 1.3 = 5.3 \quad 4 \times 1.3 = 5.2 \quad 4 + 1.3 \neq 4 \times 1.3$$

$$5.3 - 5.2 = 0.1 \quad 4 + 1.4 = 5.4 \quad 4 \times 1.4 = 5.6$$

$$4 + 1.4 \neq 4 \times 1.4 \quad 5.6 - 5.4 = 0.2$$

1.3 或 1.4 都不行，而 1.3 較接近，只相差 0.1、1.4 相差 0.2 較多。

5. 再用 1.3 與 1.4 之間的二位小數做第二次計算。

(1) 先用 1.35 計算：

$$4 + 1.35 = 5.35 \quad 4 \times 1.35 = 5.4$$

$$5.4 - 5.35 = 0.05 \dots\dots\dots \text{ㄅ}$$

(2) 用 1.36 計算：

$$4 + 1.36 = 5.36 \quad 4 \times 1.36 = 5.44$$

$$5.44 - 5.36 = 0.08 \dots\dots\dots \text{ㄅ}$$

(3) 因相差增加，改用較小的 1.34 計算

$$4 + 1.34 = 5.34 \quad 4 \times 1.34 = 5.36$$

$$5.36 - 5.34 = 0.02 \dots\dots\dots \square$$

(4)用 1.33 計算：

$$4 + 1.33 = 5.33 \quad 4 \times 1.33 = 5.32$$

$$5.33 - 5.32 = 0.01 \dots\dots\dots \square$$

(5)用 1.32 計算：

$$4 + 1.32 = 5.32 \quad 4 \times 1.32 = 5.28$$

$$5.32 - 5.28 = 0.04 \dots\dots\dots \cup$$

(6)用 1.31 計算：

$$4 + 1.31 = 5.31 \quad 4 \times 1.31 = 5.24$$

$$5.31 - 5.24 = 0.07 \dots\dots\dots \cup$$

相差數字又增加不再計算：

由上面  $\cup \cup \square \square \cup \cup$  六次計算，得到結果是  $4 + 1.33$  與  $4 \times 1.33$  所得之數相差最少 (0.01) 由 1.35 至 1.33 相差漸小，由 1.33 至 1.31 相差漸大。

6.相差最小的 1.33 與 1.34 之間，我們又以小數三位做第三次計算。

(1)用 1.335 計算：

$$4 + 1.335 = 5.335 \quad 4 \times 1.335 = 5.340$$

$$5.340 - 5.335 = 0.005 \dots\dots\dots \cup$$

(2)用 1.336 計算：

$$4 + 1.336 = 5.336 \quad 4 \times 1.336 = 5.344$$

$$5.334 - 5.336 = 0.008 \dots\dots\dots \cup$$

(3)相差數字增加，改用較小的 1.334 計算：

$$4 + 1.334 = 5.334 \quad 4 \times 1.334 = 5.336$$

$$5.336 - 5.334 = 0.002 \dots\dots\dots \square$$

(4)用 1.333 計算：

$$4 + 1.333 = 5.333 \quad 4 \times 1.333 = 5.332$$

$$5.333 - 5.332 = 0.001 \dots\dots\dots \square$$

(5)用 1.332 計算：

$$4 + 1.332 = 5.332 \quad 4 \times 1.332 = 5.328$$

$$5.332 - 5.328 = 0.004 \dots\dots\dots \text{ㄉ}$$

(6)用 1.331 計算：

$$4 + 1.331 = 5.331 \quad 4 \times 1.331 = 5.324$$

$$5.331 - 5.324 = 0.007 \dots\dots\dots \text{ㄊ}$$

相差數又增加，停止計算：

由上面ㄉㄊㄏㄏㄉㄊ六次計算得知  $4 \times 1.333$  與  $4 \times 1.333$  所得之數相差最少 ( 0.001 ) 由 1.336 至 1.333 相差漸小，由 1.333 至 1.331 相差漸大。

7. 在相差最小的 1.333 與 1.334 之間我們又以小數四位，做第四次計算：

(1)用 1.3335 計算：

$$4 + 1.3335 = 5.3335 \quad 4 \times 1.3335 = 5.334$$

$$5.334 - 5.3335 = 0.0005 \dots\dots\dots \text{ㄋ}$$

(2)用 1.3336 計算：

$$4 + 1.3336 = 5.3336 \quad 4 \times 1.3336 = 5.3344$$

$$5.3344 - 5.3336 = 0.0008 \dots\dots\dots \text{ㄌ}$$

(3)相差數字增加，改用較小的 1.3334 計算：

$$4 + 1.3334 = 5.3334 \quad 4 \times 1.3334 = 5.3336$$

$$5.3336 - 5.3334 = 0.0002 \dots\dots\dots \text{ㄍ}$$

(4)用 1.3333 計算：

$$4 + 1.3333 = 5.3333 \quad 4 \times 1.3333 = 5.3332$$

$$5.3333 - 5.3332 = 0.0001 \dots\dots\dots \text{ㄆ}$$

(5)用 1.3332 計算：

$$4 + 1.3332 = 5.3332 \quad 4 \times 1.3332 = 5.3328$$

$$5.3332 - 5.3328 = 0.0004 \dots\dots\dots \text{ㄇ}$$

(6)用 1.3331 計算：

$$4 + 1.3331 = 5.3331 \quad 4 \times 1.3331 = 5.3324$$

$$5.3331 - 5.3324 = 0.0007 \dots\dots\dots \text{ㄏ}$$

相差數字又增加、停止計算：

由上面勺勺口口勺去六次得到結果是  $4 + 1.3333$  與  $4 \times 3333$  所得之數相差最小 (  $0.0001$  ) 。

8. 綜合前四次計算，我們找到了頭緒：

當小數 1 位時  $1.3$  相差最少 (  $0.1$  )

當小數 2 位時  $1.33$  相差最少 (  $0.01$  ) )

當小數 3 位時  $1.333$  相差最少 (  $0.001$  )

當小數 4 位時  $1.3333$  相差最少 (  $0.0001$  )

因此我們假設  $4 + 1.3333 \dots = 4 \times 1.3333 \dots$  小數的 3

循環，把循環小數變作分數  $1.3333 \dots = 1\frac{1}{3}$  再計算

$$4 + 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3} \quad 4 \times 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3} \quad \text{即 } 4 + 1\frac{1}{3} = 4 \times 1\frac{1}{3}$$

9. 再把以前答案加以整理，並全部用分數表示

$$0 + 0 = 0 \times 0 \quad 0 + 0 = 0 \times 0$$

$$2 + 2 = 2 \times 2 \quad 2 + 2 = 2 \times 2$$

$$3 + 1.5 = 3 \times 1.5 \quad 3 + 1\frac{1}{2} = 3 + 1\frac{1}{2}$$

$$4 + 1\frac{1}{3} = 4 \times 1\frac{1}{3} \quad 4 + 1\frac{1}{3} = 4 \times 1\frac{1}{3}$$

$$5 + 1.25 = 5 \times 1.25 \quad 5 + 1\frac{1}{4} = 5 \times 1\frac{1}{4}$$

$$6 + 1.2 = 6 \times 1.2 \quad 6 + 1\frac{1}{5} = 6 \times 1\frac{1}{5}$$

$$9 + 1.125 = 9 \times 1.125 \quad 9 + 1\frac{1}{8} = 9 \times 1\frac{1}{8}$$

10. 由上面分數表示欄裏，我們發現了有趣的規則性，即

$1\frac{1}{2}$ 、 $1\frac{1}{3}$ 、 $1\frac{1}{4}$ 、 $1\frac{1}{5}$  而分母都比被加數或被乘數少 1，其

中 7、8 沒有，我們預測接下去是  $1\frac{1}{6}$ 、 $1\frac{1}{7}$ 、 $1\frac{1}{8}$

以 7 來計算：

$$7 + 1\frac{1}{6} = 8\frac{1}{6} \quad 7 \times 1\frac{1}{6} = 8\frac{1}{6} \quad \text{即 } 7 + 1\frac{1}{6} = 7 \times 1\frac{1}{6}$$

以 8 來計算：

$$8 + 1\frac{1}{7} = 9\frac{1}{7} \quad 8 \times 1\frac{1}{7} = 9\frac{1}{7} \quad \text{即 } 8 + 1\frac{1}{7} = 8 \times 1\frac{1}{7}$$

#### 四、研究結果

由以上資料我們形成了下面的假設

$$n + 1\frac{1}{n-1} = n \times 1\frac{1}{n-1}$$

1. 試驗假設：

$$(1) 10 + 1\frac{1}{10-1} = 11\frac{1}{9} \quad 10 \times 1\frac{1}{10-1} = 11\frac{1}{9}$$

$$\text{即 } 10 + 1\frac{1}{10-1} = 10 \times 1\frac{1}{10-1}$$

$$(2) 50 + 1\frac{1}{50-1} = 51\frac{1}{49} \quad 50 \times 1\frac{1}{50-1} = \frac{2500}{49} = 51\frac{1}{49}$$

$$\text{即 } 50 + 1\frac{1}{50-1} = 50 \times 1\frac{1}{50-1}$$

$$(3) 100 + 1\frac{1}{99} = 101\frac{1}{99} \quad 100 \times 1\frac{1}{99} = 101\frac{1}{99}$$

$$\text{即 } 100 + 1\frac{1}{99} = 100 \times 1\frac{1}{99}$$

2. 用小數試驗假設：

$$(1) 1.5 + 1\frac{1}{1.5-1} = 4.5 \quad 1.5 \times 1\frac{1}{1.5-1} = 4.5$$

$$\text{即 } 1.5 + 1\frac{1}{1.5-1} = 1.5 \times 1\frac{1}{15.1}$$

$$(2) 2.256 + 1 \frac{1}{2.251} = 4.05 \quad 2.25 \times 1 \frac{1}{2.25 - 1} = 4.05$$

$$\text{即 } 2.25 + 1 \frac{1}{2.25 - 1} = 2.25 \times 1 \frac{1}{2.25 - 1}$$

3. 用分數試驗假設：

$$(1) 3 \frac{1}{3} + 1 \frac{1}{3 \frac{1}{3} - 1} = 4 \frac{16}{21} \quad 3 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{3 \frac{1}{3} - 1} = 4 \frac{16}{21}$$

$$\text{即 } 3 \frac{1}{3} + 1 \frac{1}{3 \frac{1}{3} - 1} = 3 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{3 \frac{1}{3} - 1}$$

$$(2) 8 \frac{5}{6} + 1 \frac{1}{8 \frac{5}{6} - 1} = 9 \frac{271}{282} \quad 8 \frac{5}{6} \times 1 \frac{1}{8 \frac{5}{6} - 1} = 9 \frac{271}{282}$$

$$\text{即 } 8 \frac{5}{6} + 1 \frac{1}{8 \frac{5}{6} - 1} = 8 \frac{5}{6} \times 1 \frac{1}{8 \frac{5}{6} - 1}$$

4. 又在前面我們已算過 1 不能在答案中出現，用 1 代入假設：

$$1 + 1 \frac{1}{1 - 1} \neq 1 \times 1 \frac{1}{1 - 1} \text{ 因 } \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{0} \text{ 無意義，因此我們}$$

修正上面的假設創立一公式：

$$\text{即 } \varphi + 1 \frac{1}{\varphi - 1} = \varphi \times 1 \frac{1}{\varphi - 1}, \varphi \text{ 代表除 } 1 \text{ 以外之任何數。}$$

## 五、研究過程

(一) 研究兩數相減等於這兩數相乘 甲 - 乙 = 甲 × 乙

1. 就例題及投稿中正確答案加上整理：

$$(1) 0 - 0 = 0 \times 0$$

$$(2) 1 - 0.5 = 1 \times 0.5$$

$$(3) 3 - 0.75 = 3 \times 0.75$$

$$(4) 4 - 0.8 = 4 \times 0.8$$

$$(5) 9 - 0.9 = 9 \times 0.9$$

2. 在上面所列的答案中我們發現少 2、5、6、7、8……等，於是我們先研究  $2 - \square$  中：

$$1 - 0.5 = 1 \times 0.5 \quad 3 - 0.75 = 3 \times 0.75$$

3. 我們想  $2 - \square = 2 \times \square$ ，這  $\square$  中之數或許是在 0.5 與 0.75 之間，因此我們做了一連串的計算：

第一次計算（小數一位）

$$2 - 0.5 = 1.5 \quad 2 \times 0.5 = 1 \quad 1.5 - 1 = 0.5 \dots \cup$$

$$2 - 0.6 = 1.4 \quad 2 \times 0.6 = 1.2 \quad 1.4 - 1.2 = 0.2 \dots \text{女}$$

$$2 - 0.7 = 1.3 \quad 2 \times 0.7 = 1.4 \quad 1.4 - 1.3 = 0.1 \dots \square$$

$$2 - 0.8 = 1.2 \quad 2 \times 0.8 = 1.6 \quad 1.6 - 1.2 = 0.4 \dots \sqsubset$$

由上面計算可知 0.7 相差最少，其次是 0.6。

4. 我們在 0.6 與 0.7 之間做第二次計算（小數二位）

$$2 - 0.65 = 1.35 \quad 2 \times 0.65 = 1.3 \quad 1.35 - 1.3 = 0.05 \dots \cup$$

$$2 - 0.64 = 1.36 \quad 2 \times 0.64 = 1.28 \quad 1.36 - 1.28 = 0.08 \dots \text{女}$$

$$2 - 0.66 = 1.34 \quad 2 \times 0.66 = 1.32 \quad 1.34 - 1.32 = 0.02 \dots \square$$

$$2 - 0.68 = 1.33 \quad 2 \times 0.67 = 1.34 \quad 1.34 - 1.33 = 0.01 \dots \sqsubset$$

$$2 - 0.68 = 1.32 \quad 2 \times 0.68 = 1.36 \quad 1.36 - 1.32 = 0.04 \dots \cup$$

由上面計算我們知道 0.67 相差最少（0.01）其次是 0.66 相差 0.02。

5. 我們在 0.66 與 0.67 之間做第三次計算（小數三位）

$$2 - 0.665 = 1.335 \quad 2 \times 0.665 = 1.330 \quad 1.335 - 1.330 = 0.005 \cup$$

$$2 - 0.664 = 1.336 \quad 2 \times 0.664 = 1.328 \quad 1.336 - 1.328 = 0.008 \text{女}$$

$$2 - 0.666 = 1.334 \quad 2 \times 0.666 = 1.332 \quad 1.334 - 1.332 = 0.002 \square$$

$$2 - 0.667 = 1.333 \quad 2 \times 0.667 = 1.334 \quad 1.334 - 1.333 = 0.001 \sqsubset$$

$$2 - 0.668 = 1.332 \quad 2 \times 0.668 = 1.336 \quad 1.336 - 1.332 = 0.004 \cup$$

由上面計算我們知道 0.667 相差最少（0.001）其次是 0.666 相差 0.002。

6. 綜合前三次計算，我們發現， $2 - \square = 2 \times \square$ ，這  $\square$  中的數在 0.6 與 0.7 之間，小數二位時在 0.66 與 0.67 之間，小



數三位時在 0.666 與 0.667 之間，我們預測小數四位時在 0.6666 與 0.6667 之間，依次類推：

$2 - 0.666 \dots = 2 \times 0.666 \dots$  小數 6 的循環

把循環小數變作分數  $0.666 \dots = \frac{2}{3}$  再計算：

$$2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3} \quad 2 \times \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} \quad \text{即 } 2 - \frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{3}$$

7. 再把以前答案加以整理，並用分數表示：

$$(1) 0 - 0 = 0 \times 0 \quad 0 - 0 = 0 \times 0$$

$$(2) 1 - 0.5 = 1 \times 0.5 \quad 1 - \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2}$$

$$(3) 2 - \frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{3} \quad 2 - \frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{3}$$

$$(4) 3 - 0.75 = 3 \times 0.75 \quad 3 - \frac{3}{4} = 3 \times \frac{3}{4}$$

$$(5) 4 - 0.8 = 4 \times 0.8 \quad 4 - \frac{4}{5} = 4 \times \frac{4}{5}$$

$$(6) 9 - 0.9 = 9 \times 0.9 \quad 9 - \frac{9}{10} = 9 \times \frac{9}{10}$$

8. 由上面右欄裏，我們發現了規則性，即  $0$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、

$\frac{4}{5}$ 、 $\dots$ 、 $\frac{9}{10}$ ，其中 5、6、7、8 沒有我們預測接下去是  $\frac{5}{6}$

、 $\frac{6}{7}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{8}{9}$

$$\text{以 5 計算：} 5 - \frac{5}{6} = 4\frac{1}{6} \quad 5 \times \frac{5}{6} = 4\frac{1}{6} \text{ 即 } 5 - \frac{5}{6} = 5 \times \frac{5}{6}$$

$$\text{以 6 計算：} 6 - \frac{6}{7} = 5\frac{1}{7} \quad 6 \times \frac{6}{7} = 5\frac{1}{7} \text{ 即 } 6 - \frac{6}{7} = 6 \times \frac{6}{7}$$

$$\text{以 7 計算：} 7 - \frac{7}{8} = 6\frac{1}{8} \quad 7 \times \frac{7}{8} = 6\frac{1}{8} \text{ 即 } 7 - \frac{7}{8} = 7 \times \frac{7}{8}$$

$$\text{以 } 8 \text{ 計算： } 8 - \frac{8}{9} = 7\frac{1}{9} \quad 8 \times \frac{8}{9} = 7\frac{1}{9} \text{ 即 } 8 - \frac{8}{9} = 8 \times \frac{8}{9}$$

9. 由以上計算併入上面答案可看出：

$$0 - 0 = 0 \times 0$$

$$1 - \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2}$$

$$2 - \frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{3}$$

$$3 - \frac{3}{4} = 3 \times \frac{3}{4}$$

$$4 - \frac{4}{5} = 4 \times \frac{4}{5}$$

$$5 - \frac{5}{6} = 5 \times \frac{5}{6}$$

$$6 - \frac{6}{7} = 6 \times \frac{6}{7}$$

$$7 - \frac{7}{8} = 7 \times \frac{7}{8}$$

$$8 - \frac{8}{9} = 8 \times \frac{8}{9}$$

$$9 - \frac{9}{10} = 9 \times \frac{9}{10}$$

(二) 由以上資料可以看出，減數或乘數為一分數形態，分子等於被減數或被乘數，分母比被減數或被乘數大 1，因此我們形成了下面假設：

$$n - \frac{n}{n+1} = n \times \frac{n}{n+1}$$

1. 用整數試驗假設：

$$(1) 0 - \frac{0}{0+1} = 0 \quad 0 \times \frac{0}{0+1} = 0 \text{ 即 } 0 - \frac{0}{0+1} = 0 \times \frac{0}{0-1}$$

$$(2) 1 - \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}, \quad 1 \times \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad \text{即} \quad 1 - \frac{1}{1+1} = 1 \times \frac{1}{1+1}$$

$$(3) 10 - \frac{10}{10+1} = 9\frac{1}{11}, \quad 10 \times \frac{10}{10+1} = 9\frac{1}{11} \quad \text{即} \quad 10 - \frac{10}{10+1} = 10 \times \frac{10}{10+1}$$

$$(4) 100 - \frac{100}{100+1} = 99\frac{1}{101}, \quad 100 \times \frac{100}{100+1} = 99\frac{1}{101}$$

$$\text{即} \quad 100 - \frac{100}{100+1} = 100 \times \frac{100}{100+1}$$

2. 用小數試驗假設：

$$(1) 0.6 - \frac{0.6}{0.6+1} = 0.225, \quad 0.6 \times \frac{0.6}{0.6+1} = 0.225$$

$$\text{即} \quad 0.6 - \frac{0.6}{0.6+1} = 0.6 \times \frac{0.6}{0.6+1}$$

$$(2) 1.5 - \frac{1.5}{1.5+1} = 0.9, \quad 1.5 \times \frac{1.5}{1.5+1} = 0.9$$

$$\text{即} \quad 1.5 - \frac{1.5}{1.5+1} = 1.5 \times \frac{1.5}{1.5+1}$$

$$(3) 5.4 - \frac{5.4}{5.4+1} = 4.55625, \quad 5.4 \times \frac{5.4}{5.4+1} = 4.55625$$

$$\text{即} \quad 5.4 - \frac{5.4}{5.4+1} = 5.4 \times \frac{5.4}{5.4+1}$$

3. 用分數驗算假設：

$$(1) \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+1} = \frac{4}{15}, \quad \frac{2}{3} \times \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+1} = \frac{4}{15}$$

$$\text{即} \quad \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+1} = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+1}$$

$$(2) 8\frac{5}{6} - \frac{8\frac{5}{6}}{8\frac{5}{6} + 1} = 7\frac{321}{354}, \quad 8\frac{5}{6} \times \frac{8\frac{5}{6}}{8\frac{5}{6} + 1} = 7\frac{331}{354}$$

$$\text{即 } 8\frac{5}{6} - \frac{8\frac{5}{6}}{8\frac{5}{6} + 1} = 8\frac{5}{6} \times \frac{8\frac{5}{6}}{8\frac{5}{6} + 1}$$

4. 由以上驗算假設的結果，不論整數、小數、分數都能證明假設無誤，因此我們由此假設，創立一公式：

$$x - \frac{x}{x+1} = x \times \frac{x}{x+1} \quad x \text{ 代表任何數}$$

## 六、結 論

(一) 我們很高興能由許多的數據中歸納出簡便的方法。

(二) 我們看起來平淡無奇的有獎徵答題目，竟能引起我們由一連串的計算而創立新公式，使我對數學有更濃厚的興趣。

(三) 由於我們的研究創立了兩個公式：

1. 兩數相加等於這兩數相乘的方法即：甲 + 乙 = 甲 × 乙之簡便方法，公式為：

$$x + 1\frac{1}{x-1} = x \times 1\frac{1}{x-1} \quad x \text{ 代表除 1 以外之任何數。}$$

2. 兩數相減等於這兩數相乘的方法即：甲 - 乙 = 甲 × 乙之簡便方法，公式為：

$$x - \frac{x}{x+1} = x \times \frac{x}{x+1} \quad x \text{ 代表任何數}$$

(四) 我們將繼續研究有關的類似問題。

評語：本作品雖有數學遊戲性質，但有完滿的結論，生動的表達，值得鼓勵。