

日（月）曆的循環與應用

國中教師組地球科學科第二名

嘉義市立大業國中

作者：黃正芳

一、動機

年終時常常想這樣漂亮的日曆（或月曆）要扔掉，實在很可惜，如果保留下來幾年後再使用，豈不是一件很好的事。因此開始動腦筋想這件事；到底日（月）曆幾年後可循環回來？

二、目的

找出日（月）曆循環的理由，以及應用循環作出永恆月曆。
〔目前街上賣的「萬年月曆」，只限於22年（或99年內），這不配稱為萬年月曆。〕

三、研究過程與結果

1. 已知一星期7天，小月30天，（二月28天，閏月29天），平年365天，閏年366天。因此在三個平年中大小月的循環是有一定的順序。但遇到閏年二月份多出一天，把整個的循環順序搞亂了。

所以要三個平年加上一個閏年才構成循環順序。

$$\text{即 } 3 \times 365 + 366 = 1461$$

但是1461日不被週日數除盡。

$$1461 \div 7 = 208 \cdots 5$$

因此知道1461日不與星期成循環。

如果要閏年、平年、大小月、星期都成循環，則求1461與7的最小公倍數。

$$\text{即 } 1461 \times 7 = 10227 \text{ 日}$$

$$\text{亦即 } 4 \text{ 年} \times 7 = 28 \text{ 年}$$

由此可知今年的日（月）曆保留到28年後可再使用。

在「真年」的計算裏曾指出：西元年數4的倍數為閏年，而100的倍數為平年，但碰到400的倍數又是閏年。

因此28年的循環順序也侷限於一世紀內使用，另遇到400的倍數的西元年數，則可延長一世紀使用。例如1901年到2099年的兩世紀可使用同循環的月曆。

爲了要突破這個侷限於一世紀使用的難關。我就推算排列出，自西元1601年起每年正月一日的星期直到2400年正月一日爲止。

結果發現奇妙的現象，就是十七世紀與廿一世紀，十八世紀與廿二世紀，十九世紀與廿三世紀，廿世紀與廿四世紀的月曆循環完全一樣。也就是世紀的循環來說，四世紀成一個大循環順序。舉例說：西元元年元月一日和西元401年元月一日（甚至於1601年元月一日），都是星期一，自然第一世紀的月曆可使用於第五世紀、第九世紀、第十三世紀、第十七世紀；第廿一世紀。

2.已經知道日（月）曆28年成一個小循環順序和四世紀成一個大循環順序。因此我把400年分爲28組族群（其代號以ㄅ…ㄗ來代表）。即把能使用同一年的月曆歸於同一族群。（1至400年族群分組表）。再作一個永恆月曆〔這個永恆月曆和街上賣的萬年月曆的構造相似，它能使用於1972～1993年（共22年），而我的分爲28組，並年代以注音符號來代替〕。

這族群分組表和永恆月曆的配合，可以正確查出西元前或西元後任何一年任何一月任何一天是星期幾。這才配稱是真正的萬年月曆，甚至可說是永恆月曆。

四、操作方法

未操作永恆月曆前先了解利用公式求已知年數是屬於那一個族群。

公式 $A = 400m + n$

$A =$ 已知年數

$n =$ 自然數 $0 < n < 400$

$m \geq 0$ 爲西元後

$m < 0$ 爲西元前

如西元 1356 年是屬於那一個族群？

代入公式 $1356 = 400m + n$

$$\begin{array}{r} 3 \cdots \cdots m \\ 400 \overline{) 1356} \\ \underline{1200} \\ 156 \cdots \cdots n \end{array}$$

$$1356 = 400 \times 3 + 156$$

$n = 156$ 是 C 組。（在族群分組表裏可查出）

如西元前 1356 年是屬於那一個族群？

代入公式 $-1356 = 400m + n$

$$\begin{array}{r} -4 \cdots \cdots m \\ 400 \overline{) -1356} \\ \underline{-1600} \\ 256 \cdots \cdots n \end{array}$$

$$-1356 = 400(-4) + 256$$

西元前的計算 n 必再加一年 $256 + 1 = 257$

$n + 1 = 257$ 是 K 組（在族群分組表裏可查出）

步驟：

1. 先利用 $A = 400m + n$ 的公式求出已知年數是屬於那一個族群。
 2. 把永恆月曆上的族群代號（注音符號）置於所求的月份上。
- 則永恆月曆上所現出的星期爲所求月曆的星期。

五、討 論

1. 今日世界各國通用的曆法是於西元 1582 年 10 月 15 日由羅馬教皇格勒哥里十三世（Gregory XIII）修訂爲四年一閏，而四

百年減少三閏。因此計算 1582 年 10 月 15 日前的日子是星期幾並不可靠。特別史稱亂年的那一年共有四百四十五日尤難算計。

2. 作者完全根據格勒哥里曆法計算，因此 1582 年 10 月 15 日前的月曆並不可靠。但西元 1582 年 10 月 15 日後的計算是百分之百正確，除非以後曆法再修改。

六、結 論

1. 今年的日（月）曆廿八年後可再使用。也就是年、月、日、星期完全循環即 10227 日（28 年）循環一次。（註）
2. 但遇到一百的倍數年（除了四百的倍數年）這個廿八年的循環順序就斷掉了。
3. 廿八年成小循環外，四百年尚有大循環。即第一世紀與第五世紀及第九世紀……年的月曆一樣。
4. 四百年可分為廿八個族群，即能使用於同一年的月曆歸於同一族群。
5. 利用 $A = 400m + n$ 的公式可求出已知年數是屬於那一個族群。
6. 永恆月曆可突破百年的難關，求出西元前和西元後的任何一年任何一月任何一日是星期幾。
7. 求西元前時 $m < 0$ ， n 必自然數，而且 n 必再加一年才能求出正確的族群代號。

七、參考資料

高級中學地球科學（上册）第一章第七節曆法。

主編者：國立編譯館，出版日期：民國七十一年八月十版。

註：平年的月曆並不必等廿八年，有時六年或十一年後仍可再使用，但閏年的月曆必須廿八年後才能循環回來。如 7 年的月曆正月一日是星期一，到了 3 年（或 11 年）正月一日也是星期一，因此如 7、3、11 等年的月曆都一樣。7 年到 3 年共六年，3 年到 11 年要十一年，11 年轉回 7 年也要十一年，

$6 + 11 + 11 = 28$ ，由此可知平年的月曆廿八年內又三次的小循環。

評語：依據現行日（月）曆，探究其循環週期，明示其規律性雖非新發明亦非深奧學問，然其追求真理之精神，值得鼓勵。