

數中有畫，畫中有數

國中學生組數學科第三名

嘉義縣立梅山國民中學

作者：楊惠仙、吳美蘭

指導教師：董士源

一、序言—動機

古人說：「詩中有畫，畫中有詩。」要是能變成「數中有畫，畫中有數。」那該多麼有趣，所以我就在以國中程度的範圍內，去找尋一群數學的式子，希望這些式子可以實現。也許你會想到，在畫圖的遊戲中有一種數字連連看的遊戲，從這裡我們得到了一個靈感「一般的簡易圖形，可以用若干條線段來連成。」

二、原 理

在 xy 的坐標平面上，通常 x, y 的二元一次方程式代表一直線，如果將這方程式的 x 或 y 的值，限制在一個範圍之內的話，這個方程式將只能畫出一線段，例如 $x+y=1$ 畫出來是如圖(一)的圖形，若 $x+y=1$ 加以 $0 \leq x \leq 2$ ，畫出來就如圖(二)了。

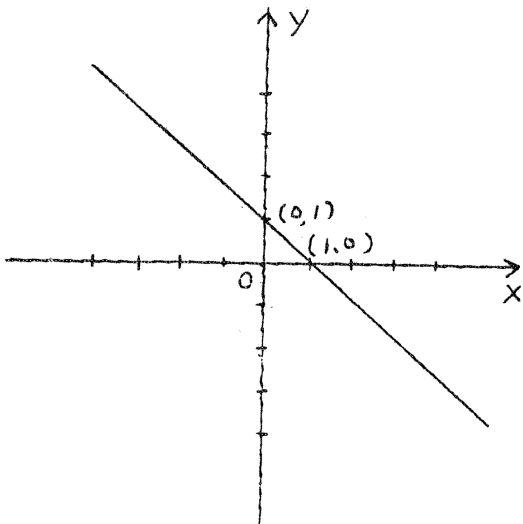


圖 (一)

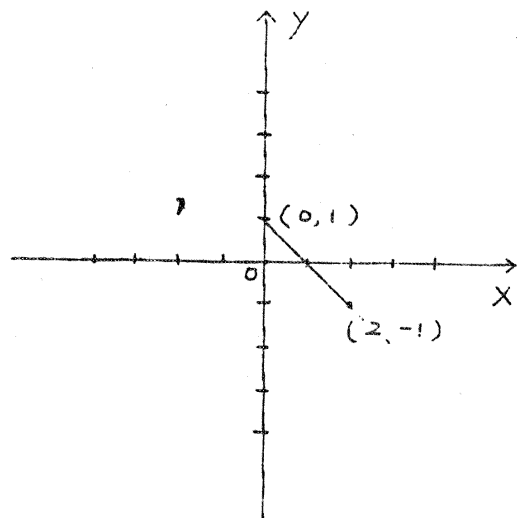


圖 (二)

圖(二)便是由 $x+y=1$ 的圖形和 $0 \leq x \leq 2$ 的圖形的交集所成

的圖形，於是我們先在坐標平面上去找，找出若干組由二元一次方程式和不等式所組成的式組：如下：

$$(1) \begin{cases} y = 1 \\ -5 \leq x \leq -7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y = -1 \\ -2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ -1 \leq y \leq 1 \end{cases}$$

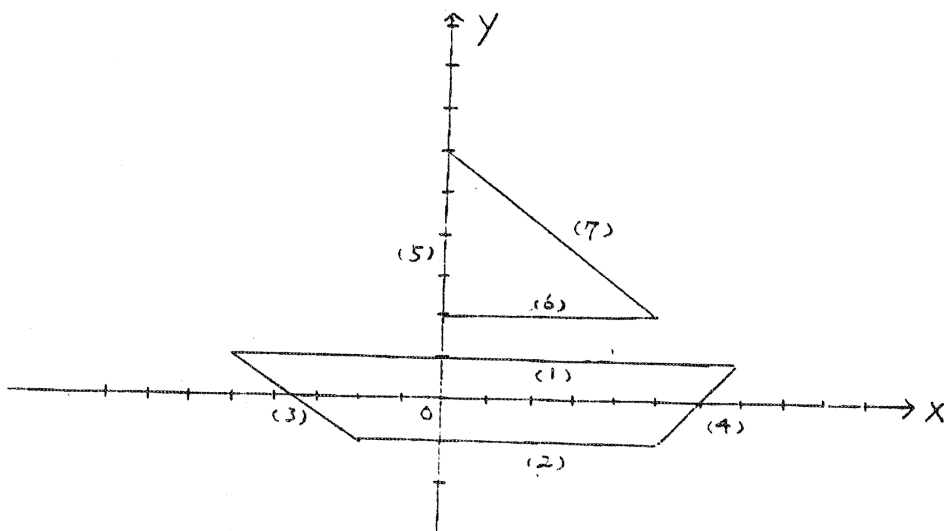
$$(4) \begin{cases} x - y = 6 \\ 5 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x = 0 \\ 1 \leq y \leq 7 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} y = 2 \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} x + y = 7 \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

以上七組式子，每一組在平面上都可以畫成一條線段，當你把這七組的圖形畫在坐標平面上，你將會發現，竟是一個圖畫——帆船了。（如下圖，每一條線旁的編號，即上列各式組的編號）



三、發 展

以上只是「數中有畫」的說明而已，問題是上列的七個式組如何來？事實上也很簡單，就是主題的第二句「畫中有數」不妨我們再來一個圖：由圖中知：每個線段的端點坐標如(1)之線段端點為 $(-7, 14)$ ， $(-10, 2)$ 由此二點所決定之方程式，利用兩點式之公式可求得此直線方程式為 $y = 4x + 42$ 又此線段

的 x 坐標在 -7 到 -10 之間，所以第(1)線段即用

$$\begin{cases} y = 4x + 42 \\ -10 \leq x \leq -7 \end{cases} \quad \text{來表示，餘此類推。}$$

$$(2) \begin{cases} x = -2 \\ -9 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x = -7 \\ -11 \leq y \leq -9 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} y = 2 \\ -10 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x = 1 \\ -11 \leq y \leq -9 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x = -3 \\ 14 \leq y \leq 16 \end{cases}$$

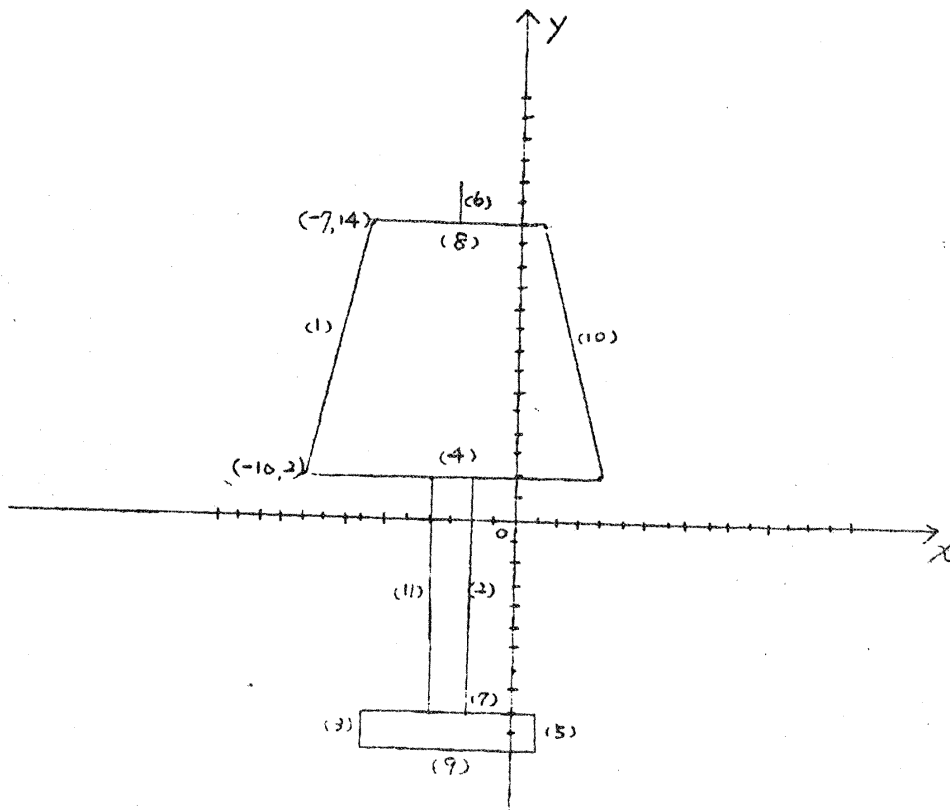
$$(7) \begin{cases} y = -9 \\ -7 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} y = 14 \\ -7 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} y = -11 \\ -7 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} y = -4x + 18 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

$$(11) \begin{cases} x = -4 \\ -9 \leq y \leq 2 \end{cases}$$



四、結 論

由三，我們日常生活中，將各物趣味化的構圖畫起來，再一一找出它們的不等式方程式組，與圖併列於後，各位觀眾有興趣可以把這些不等式組帶回家去自己畫畫看是不是和所展示的一樣。

評語：1.研究線性聯立不等式的圖解，作者下了很大的功夫。
2.本作品雖無很大創意，但稱完整。