

# 二度空間碰撞實驗的改進探討暨拋體運動·機械能守恒實驗的設計

## 高中組物理科第三名

省立板橋高級中學

作者：江豐順等四名

指導教師：劉時通、沈嘉祥

### 一、研究動機：

「兩度空間的碰撞」實驗目的在驗證動量不減，但原有設計缺點甚多，歷屆科展已有多件改良作品，準確度雖提高不少，但却嫌繁雜不易行，我們也加以研究改進，在摸索的過程裏，竟然發展出一套簡便易行，且能適合多種力學實驗的裝置。

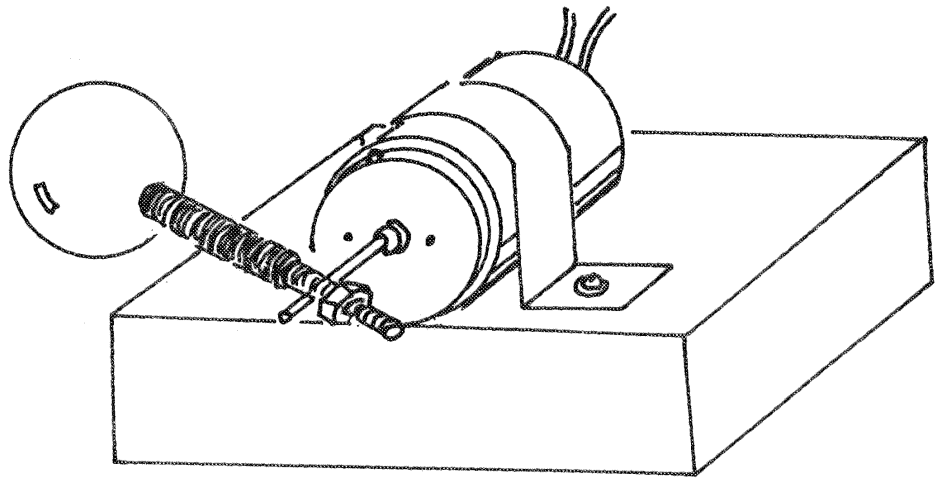
振動計時器一直是甚多力學實驗不可或缺的工具，但因為紙帶打點的關係，無法突破一度空間的限制（國中物理第三冊提出「水鐘車」的裝置，雖可彌補這項缺點，可惜準確性太差）「兩度空間的碰撞」實驗即因此無法使用計時器以獲取數據而僅能做一種間接的驗證，我們為此設計了一種敲打計時器，當金屬球在玻璃墊上碰撞時敲打玻璃墊，藉金屬球的微跳動而留下打點的軌跡，以便分析，又設計了一組可平放斜放的實驗台，由此更推廣出一系列過去不便做的力學實驗。

### 二、研究目的：

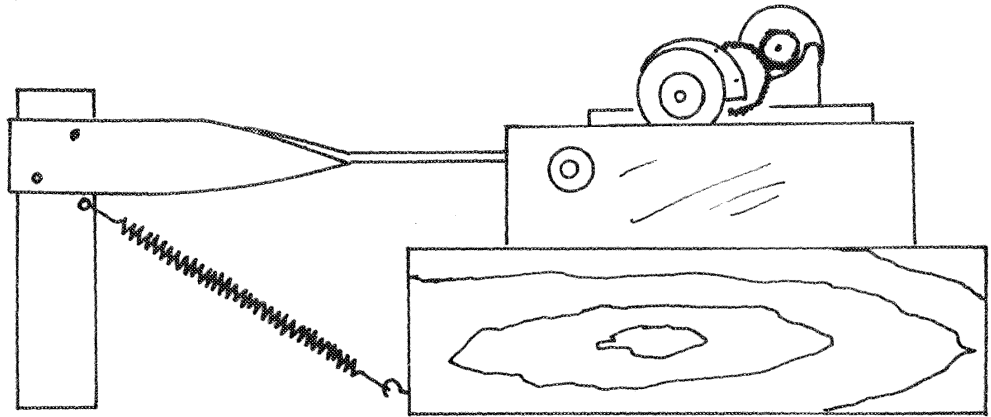
- (一)改良原有「兩度空間的碰撞」實驗配件。
- (二)設計新裝置以實驗「兩度空間的碰撞」。
- (三)充實新裝置使能簡便地適合更多的力學實驗。

### 三、研究設備器材：

- (一)自行設計之敲打計時器
  - 1 轉擊式：

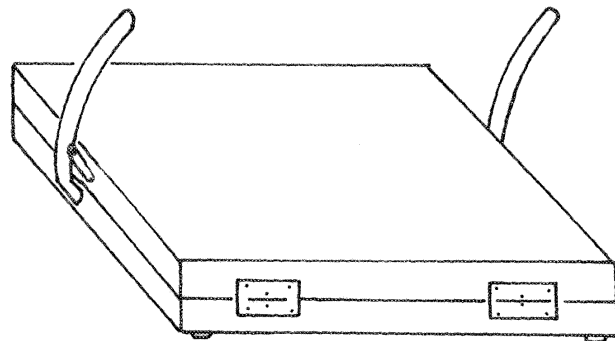


2. 鏈打式：

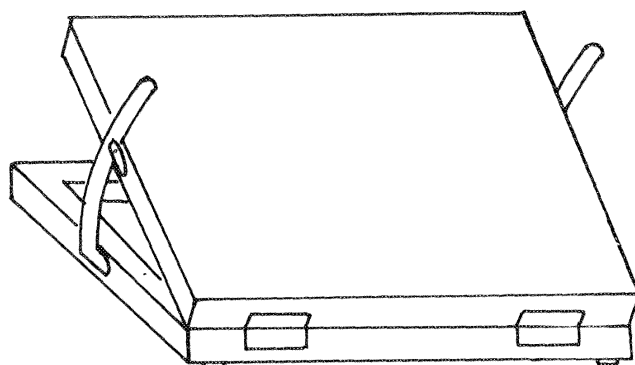


□ 實驗台

1. 平放時

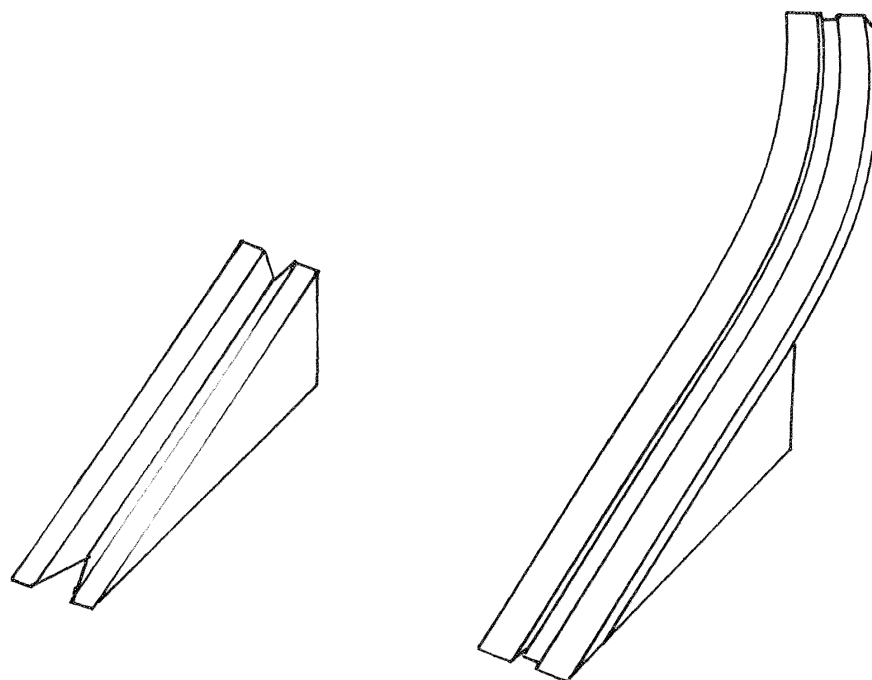


2.斜放時

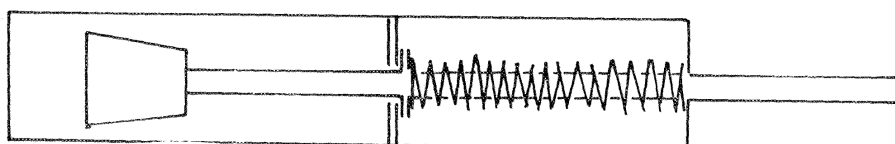


(三)發射器

1.斜發式：



2.彈發式：



(四)一般器材：

厚玻璃板，薄玻璃板，雙面膠布，塑膠墊，木框，鋼球，銅球，定滑輪，棉線，C型夾，整流器，量角規，直尺，複習紙，方格紙，白紙。

## 四、研究過程：

(一)兩度空間碰撞的實驗：

1. 改良靶球支架，將原有螺旋帽改爲吸管，重複原實驗步驟。
2. 以新設計的裝置：
  - (1)將玻璃墊調水平。
  - (2)鋪白紙，再蓋以複寫紙。
  - (3)將靶球靜置於中央某處。
  - (4)將發射器瞄準靶球，決定好入射角，置以入射球，待碰撞後關電源，分析所記錄之軌跡。
  - (5)以各種不同質量的金屬球，靶球固定，做等質量碰撞，大質量撞小質量，小質量撞大質量，不同的入射角等實驗，重複上列各步驟。
  - (6)兩球皆動的碰撞實驗需兩個發射台，並預先練習數次再鋪複寫紙操作各步驟。

(二)自由落體實驗：（以下皆爲使用新裝置）

1. 將玻璃墊調成夾角  $\theta$  的斜面，則斜面上力場強度爲  $g \sin \theta$ 。
2. 鋪白紙，複寫紙，開電源。
3. 讓金屬球由斜面上自由滾下後，關電源。
4. 分析所記錄之軌跡。

(三)拋體運動實驗：

1. 將玻璃墊調成夾角  $\theta$ （例如  $15^\circ$ ， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ）的斜面，則斜面上的力場強度爲  $g \sin \theta$ 。
2. 架好發射器，固定拋射角度，練習數次以確定軌跡在記錄紙範圍內。
3. 鋪上複寫紙，開電源，發射金屬球，完成拋體運動後，關電源

- - 4. 分析所記錄之軌跡。
  - 5. 改變各不同之拋射角度，重複上列各步驟。
- (四) 定力作用下速度的變化（暨阿特武德機的驗證）：
- 1. 將玻璃墊調水平，裝上定滑輪。
  - 2. 鋪白紙，複寫紙，放好附軸金屬球繩線套上定滑輪，開電源，釋放金屬球。
  - 3. 關電源，分析軌跡。
  - 4. 改變定滑輪上的掛重，重複上列各步驟。
- (五) 機械能守恒實驗（暨伽利略實驗的改進）：
- 1. 將玻璃墊調成斜面，記錄斜角。
  - 2. 鋪白紙，複寫紙，架好帶線金屬球成單擺。
  - 3. 拿住金屬球偏向一邊，開電源，釋放金屬球。
  - 4. 當擺至另一邊時按住。
  - 5. 分析軌跡。
  - 6. 擺動前在擺線運動平面中立一細金屬橫桿，以驗證伽利略實驗。
- 
- (六) 爆破時動量的變化：
- 1. 將玻璃墊調水平。
  - 2. 鋪白紙，複寫紙，置上兩金屬球，中間夾以棉線綁住之彈片。
  - 3. 開電源，燒斷棉線。
  - 4. 關電源，分析軌跡。
  - 5. 改變各金屬球質量，重複上列步驟。

**五、實驗結果：**見附件。

**六、實驗討論：**

(一) 兩度空間的碰撞

- 1. 原實驗缺點甚多，螺旋帽改為吸管後效果亦差，改成平台後較好。

## 2. 等質量碰撞，靶球靜止。

- (1) 碰撞後兩球動量成直角。
- (2) 碰撞後總動量減少，原因有①是不完全彈性碰撞②摩擦③轉動動量。
- (3) 撞後軌跡偏向以入射球較明顯。
- (4) 撞後總動量偏向入射球（偏向的轉動動量）。
- (5) 若考慮轉動動量在促成偏向後即已換為平移上的動量變化量  $\Delta P$ ，但此  $\Delta P$  只改變方向，不改變平移動量之大小，故修正碰後瞬間動量大小為「大小」，偏向後方向為「方向」，求得之末總動量與初總動量比較，結果誤差不及10%方向偏差極微顯示摩擦力影響甚微，且滾動動量亦幾近不減。
- (6) 本討論內將水平面的旋轉暫訂為「轉動」，而鉛直面的旋轉暫訂為「滾動」。

## 3. 不等質量之碰撞，靶球靜止。

- (1) 碰撞後末總動量均等於總動量（略小於）。
  - (2) 大小金屬球偏向皆明顯。
  - (3) 考慮轉動動量後誤差均減小。
- 等質量碰撞，兩者皆動。
- (1) 碰撞後總動量幾近不減。
  - (2) 碰撞角度愈接近  $90^\circ$  偏向愈不明顯，且誤差愈大。

### (二) 自由落體：

1. 由於摩擦，及轉動動量漸增，故換算重力加速度時誤差較大。
2. 位移與時間的  $1 : 4 : 9 \dots\dots : t^2$  及  $1 : 3 : 5 \dots\dots\dots$  ( $2t - 1$ ) 比例關係清晰可見。

### (三) 拋體運動：

1. 鉛直方向上做等加速度運動。
2. 水平方向上幾作等速運動。
3. 可直接以軌跡分析而不必另做水平位置，鉛直位置時間的關係圖。

### (四) 定力作用下速度的變化

- 1 作等加速度運動。
- 2 理論推導值較實驗值大，顯示受摩擦及轉動影響，若斜角愈大，定滑輪掛重愈大，則影響愈小。

#### (五)機械能守恒

- 1 大幅單擺：
  - (1)速度值取單位時間每段弧線之長，此為平均速度，故高度的選取應以兩次打點間之中點為準。
  - (2)以最低點為位能零點。
  - (3)由數據顯示位置低，速度大時總機能較小，此因轉動動能影響所致，若將轉動動能併入總機械能，則機械能守恒性極為清楚。
- 2 小幅單擺 (S.H.M.)
  - (1)兩端速度最小，中央速度最大。
  - (2)位置對時間關係圖為餘弦函數曲線。
- 3 伽利略實驗的改進
  - (1)因受摩擦影響，末位置較初位置略低。
  - (2)加橫桿效果比不加橫桿效果好，因橫桿外徑不為零。

#### (六)爆破時動量的變化

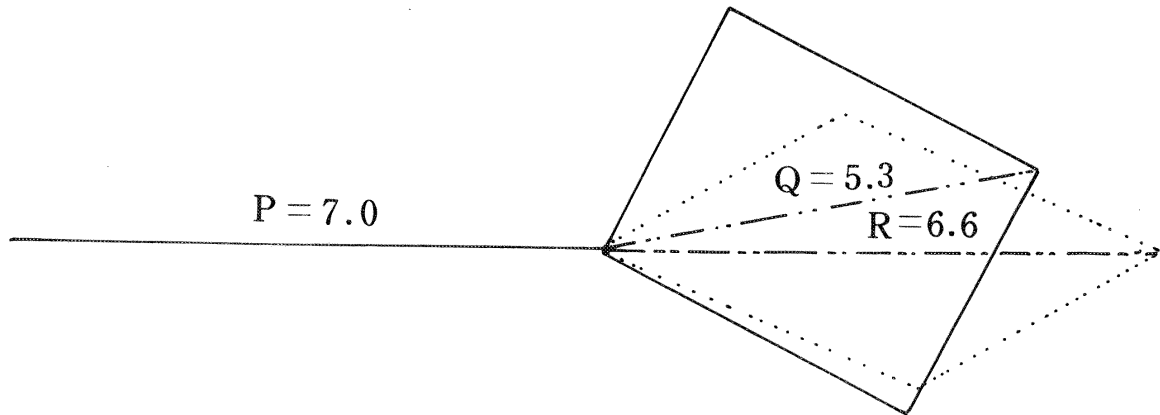
- 1 爆破後兩球動量方向相反，大小幾近相等。
- 2 等質量時誤差較小，彈片彈後位置幾乎不動。
- 3 不等質量時由於彈片會彈向小質量，誤差增大，且小質量動量較大質量的少。

### 七、參考資料：

- 1 國中物理第三冊。
- 2 第16屆、第19屆（高中組）、第21屆（高中組）科展專輯。
- 3 物理學 Halliday. Resnick 著，王唯農、王明建、蔡正治譯，東華書局。
- 4 基本粒子，楊振寧著，錢相、林多樑譯，臺灣中華書局（56，3 二版）。

# 一、兩度空間碰撞：

(一)等質量碰撞



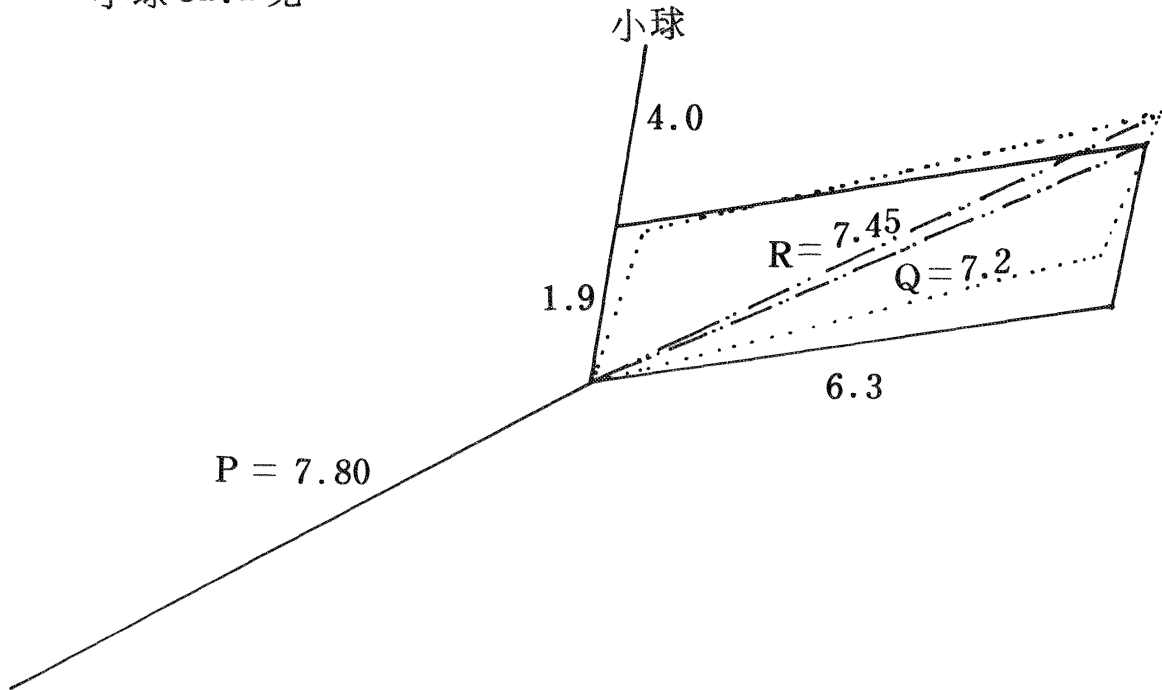
次 數	1	2	3	4	5
初 總 動 量 P	7.00 M	7.00 M	8.00 M	8.00 M	8.30 M
未 修 正 末 總 動 量 Q	5.30 M	6.40 M	6.70 M	7.20 M	7.00 M
誤 差 %	24.2	8.5	16.2	10.0	15.6
修 正 之 末 總 動 量 R	6.60 M	6.80 M	7.60 M	7.70 M	7.60 M
誤 差 %	5.7	2.8	5.0	3.7	8.7
初 總 動 能	24.50 M	24.50 M	32.00 M	32.00 M	34.50 M
末 總 動 能	14.05 M	20.48 M	22.50 M	25.90 M	24.50 M
誤 差 %	42.6	16.4	29.8	19.0	28.8



(二)不等質量碰撞

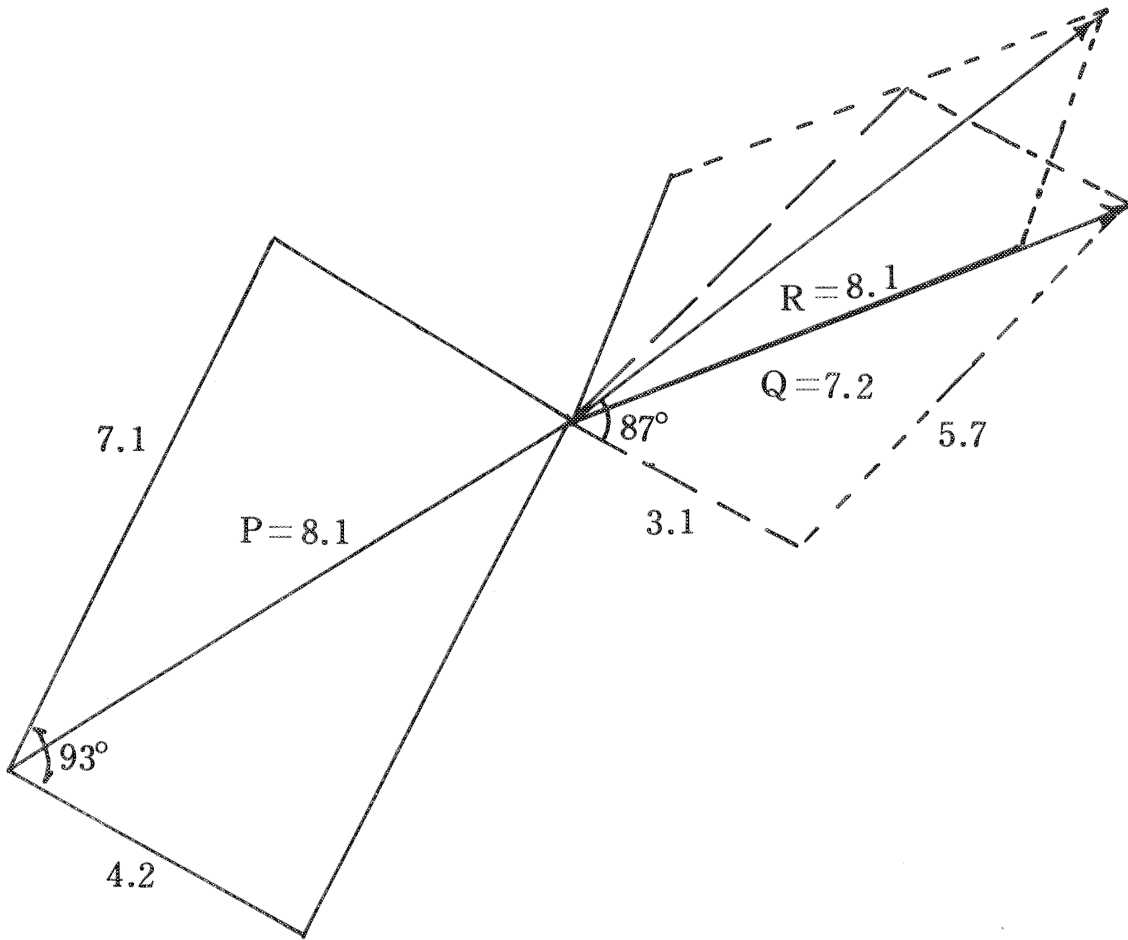
大球 67.9 克

小球 32.2 克



次 數	1	2	3		
初 總 動 量 P	7.80 M	2.90 M	2.50 M		
末 修 正 末 總 動 量 Q	7.20 M	2.10 M	1.90 M		
誤 差 %	7.6	27.5	24.1		
修 正 之 末 總 動 量 R	7.45 M	2.80 M	2.45 M		
誤 差 %	4.4	3.4	2.0		
初 總 動 能	30.40 M	4.20 M	3.30 M		
末 總 動 能	21.60 M	3.80 M	3.20 M		
誤 差 %	28.8	8.8	2.8		

(三)等質量碰撞均具初速度



次 數	1	2	3	4	
初 總 動 量 P	8.10M	10.10M	6.30M	11.10 M	
未 修 正 之 末 總 動 量 Q	7.20M	7.80M	5.70M	11.00 M	
誤 差 %	11.1	22.7	9.5	0.9	
修 正 後 之 末 總 動 量 R	8.10M	9.20M			
誤 差 %	0	8.9			
初 總 動 能	34.025	51.145	48.425	39.625	
末 總 動 能	21.05	25.01	25.045	39.125	
誤 差 %	38	51	48	1.3	

## 二、自由落體：

實驗編號	位移					重力加速度 (cm/sec <sup>2</sup> )	誤差 %
		5.0	9.0	12.5			
1		5.0	9.0	12.5		887.0	9.4
	$\Delta V$	4.0	3.5				
2		2.3	5.7	9.4	13.9	915.8	6.5
	$\Delta V$	3.4	3.7	4.5			
3		2.8	6.3	9.6	12.6	773.8	21.0
	$\Delta V$	3.5	3.3	3.0			
4		7.0	10.0	13.0		709.8	27.5
	$\Delta V$	3.0	3.0				

斜面與水平面夾角  $30^\circ$ ，力場強度 490 厘米/秒， $F = 10$  次/sec

## 三、拋物運動：

(一) 水平拋射

1 ..... 斜面與水平夾角  $18^\circ$

實驗 (1)	1	2	3	4	
垂直位移 (cm)	2.4	4.8	7.2	9.5	$\bar{a} = 2.4 \text{ cm/d}^2$
水平速度 (cm/d)	4.2	4.3	4.2	4.2	$\bar{v} = 4.2$

實 驗 (2)	1	2	3	4	
垂直位移(cm)	1.2	3.4	5.7	8.1	$\bar{a} = 2.3 \text{ cm/d}^2$
水平速度(cm/d)		4.1	4.2	4.1	$\bar{v} = 4.1$

實 驗 (3)	1	2	3	4	
垂直位移( cm)	1.3	3.8	6.3	8.3	$\bar{a} = 2.3 \text{ cm/d}^2$
水平速度(cm/d)		4.3	4.4	4.2	$\bar{v} = 4.3$

實 驗 (4)	1	2	3	4	
垂直位移(cm)	3.3	5.0	6.5	8.5	$\bar{a} = 1.8 \text{ cm/d}^2$
水平速度(cm/d)		3.7	3.6	3.5	$\bar{v} = 3.5$

2 斜面與水平夾角  $15^\circ$

實 驗 (1)	1	2	3	4	
垂直位移 (cm)	2.8	4.3	5.6		$\bar{a} = 1.4 \text{ cm/d}^2$
水平速度 (cm/d)	5.9	5.8	5.7		$\bar{v} = 5.8$
實 驗 (2)					
垂直位移 (cm)	3.3	4.9	6.7		$\bar{a} = 1.7 \text{ cm/d}^2$
水平速度 (cm/d)	5.7	5.4	5.6		$\bar{v} = 5.6$
實 驗 (3)					
垂直位移 (cm)	1.7	3.1	4.5		$\bar{a} = 1.4 \text{ cm/d}^2$
水平速度 (cm/d)	4.2	4.1	4.0		$\bar{v} = 4.1$
實 驗 (4)					
垂直位移 (cm)	2.0	4.1	5.4	7.7	$\bar{a} = 2.0 \text{ cm/d}^2$
水平速度 (cm/d)	3.4	3.6	3.5	3.5	$\bar{v} = 3.5$

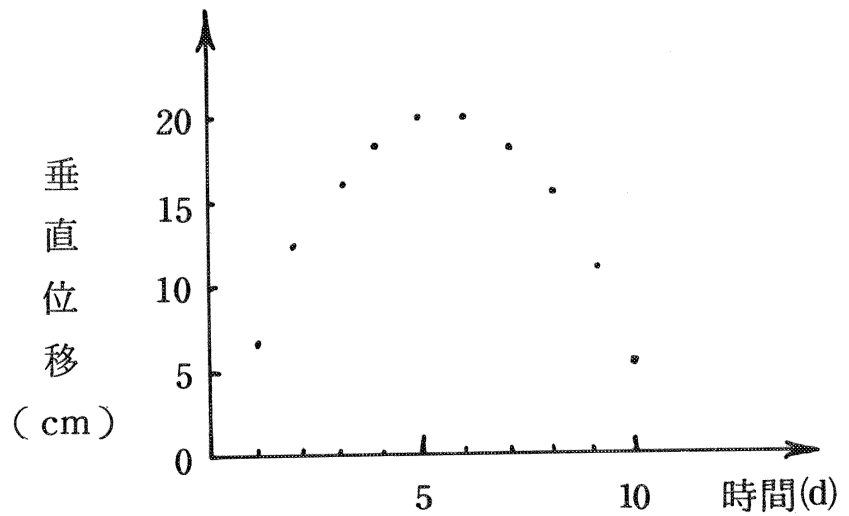
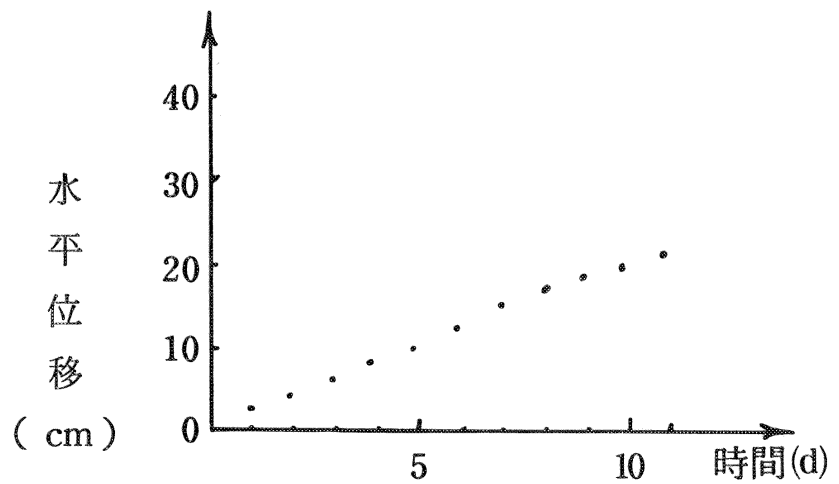
(二) 斜向拋射

1 數據

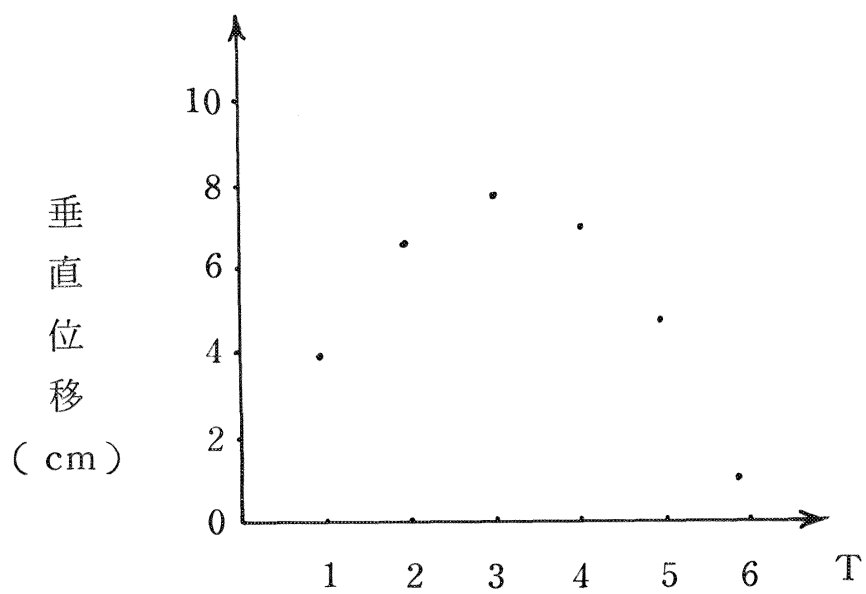
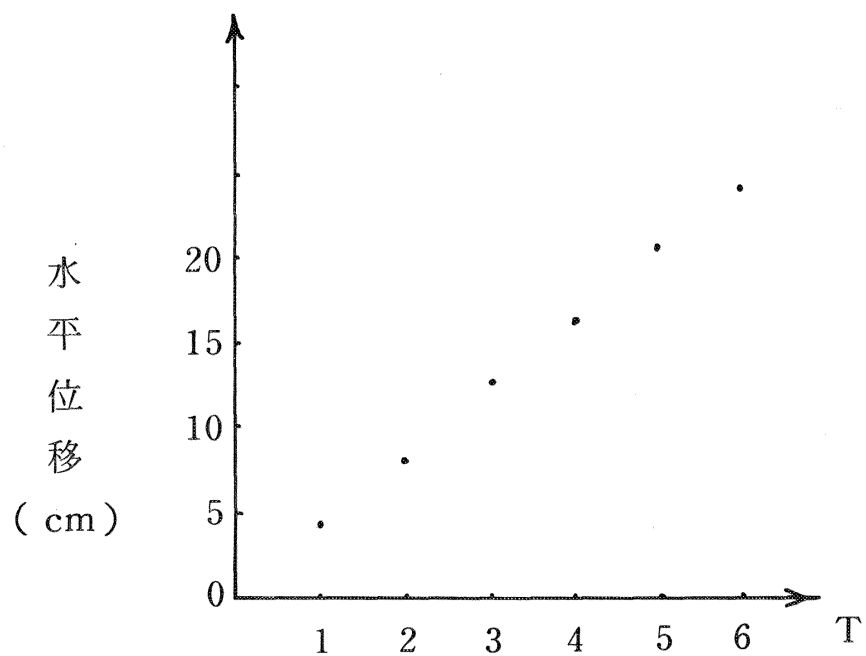
實驗	第N個 $\Delta T$ 時	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	(1)	水平位移(cm)	2.1	4.3	6.2	8.2	10.1	11.8	13.6	15.3	16.9
	垂直位移	6.9	12.7	16.2	18.8	19.7	19.5	18.1	15.2	11.1	5.4
實驗											
	(2)	水平位移	2.7	5.5	8.3	11.1	13.8	16.2			
	垂直位移	3.8	6.6	7.7	7.6	5.3	1.5				

## 2 圖形

實驗一



實驗二



#### 四、定力作用下速度的變化 ( 暨阿特武德機的驗證 )

:

第 N 個滴塔 速度 ( cm/d ) 實驗 編號	1	2	3	4	a 加 速 度 cm/sec <sup>2</sup> (未修正)	a <sup>1</sup> 加 速 度 cm/sec <sup>2</sup> (修正後)
1	3.9	5.3	6.6	7.8	130	153.8
2	4.7	6.1	7.1	8.5	127	150.2

1.  $F = 10$  次 / sec 。

2. 系統總值量：216 g 。

3. 作用力  $34 \times 980$  dgne 。

4. 預測  $F = ma$  ,  $34 \times 980 = 216 a$

$$a = 154 \text{ cm/sec}^2$$

5. 修正原因是鋼珠伴有轉動，故未修正之加速度應乘以  $\sqrt{\frac{7}{5}}$  ，

$$\text{即 } a^1 = \sqrt{\frac{7}{5}} a \text{ 。$$

6. 但因軸並不轉動，但質量却考慮在轉動慣量內，故理論推導之  
加速度值應比修正後之  $a^1$  值。

#### 五、機械能守恆 ( 暨伽利略實驗的改進 ) :

(一) 大幅單擺一：

1. 關係資料：斜面與水平夾  $30^\circ$  角，敲打頻率  $F = 10$  次 / sec

單擺擺長  $L = 260$  cm

銅球擺錘的直徑  $2R = 18.45$  cm

銅球質量  $M = 145.1$  g

2. 機械能守恆

$$ma h + \frac{1}{2} mv^2 = ma h^1 + \frac{1}{2} mv^1^2 \dots\dots\dots(1)$$

$\therefore$  在  $30^\circ$  角的斜面上， $a = 980 \times \sin 30^\circ = 490(\text{cm/sec})^2$



又實驗時尚有轉動動能的因素，使所測V值較預測值為小轉動

$$\text{動能 } \frac{1}{2} IW^2$$

$$I = \frac{2}{5} mr^2 \quad \frac{1}{2} IW^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} mr^2 w^2 = \frac{1}{5} mv^2$$

故修改(1)式，以適合本實驗

$$mah + \frac{7}{10} mv^2 = mah^1 + \frac{7}{10} mv^1^2$$

3. 數據：

實驗一

第 N 個滴塔時	1	2	3	4	5	6	7	8
速率 V (cm/sec)	24	42	55	62	60	51	39	14
對應高度 h (cm)	5.0	3.4	1.4	0.3	0.4	1.6	3.4	4.7
實驗二								
速率 V (cm/sec)	47	53	57	51	45			
對應高度 h (cm)	2.1	0.7	0.1	0.7	2.0			

註：1 對應高度以圖形最低點為零點。

$$2 \text{ 時間間隔 } \Delta T = \frac{1}{10} \text{ sec} \circ$$

空格內為  $gh + \frac{7}{10} v^2$  之值

第 N 個滴塔時	1	2	3	4	5	6	7	8
實驗一	2853	2901	2804	2838	2716	2605	2731	2440
實驗二	2575	2309	2323	2164	2398			

誤差之原因：1 摩擦力作用，故數值應逐漸減小。

2 繩扭轉亦影響。

3 敲擊之頻率可能不穩，所以數值有起伏。

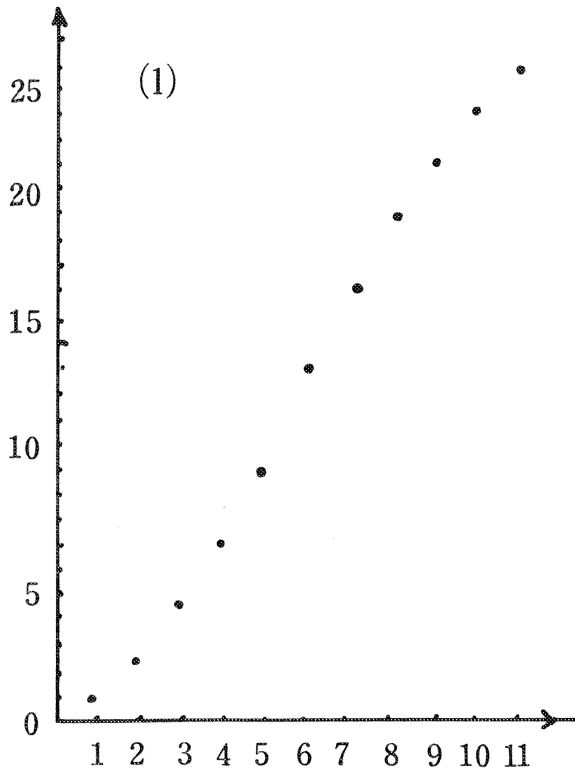
(二)大幅單擺二：

斜面與水平夾 $15^\circ$ 角

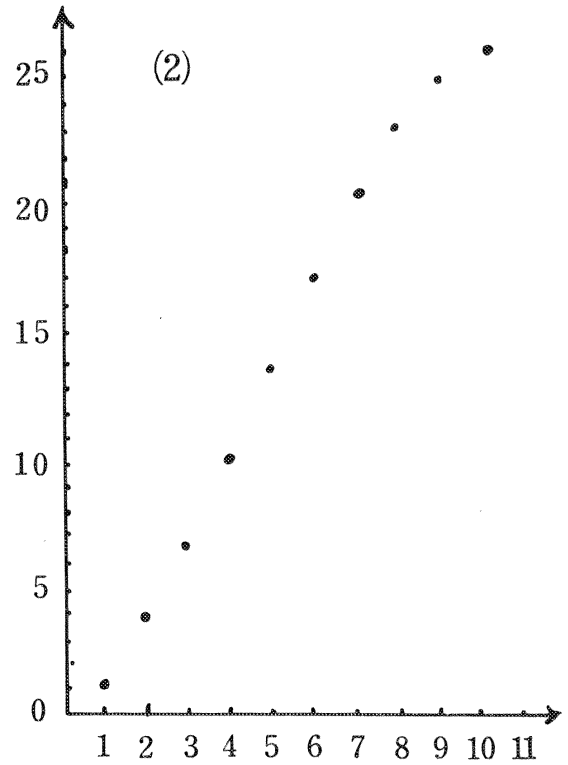
1 水平位移和時間關係：空格內為水平位移，單位 $mm$ 。

第N個 實驗 編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
(1)	10	27	50	72	103	141	171	199	221	242	256
(2)	16	40	67	101	138	173	205	231	250	261	
(3)	13	30	53	80	105	136	168	197	220	241	256
(4)	21	42	71	100	129	161	188	215	235	251	
(5)	11	27	44	65	88	111	132	153	169	183	196
(6)	14	33	54	80	108	136	162	186	205	219	228
(7)	9	24	44	66	94	124	153	181	206	225	240

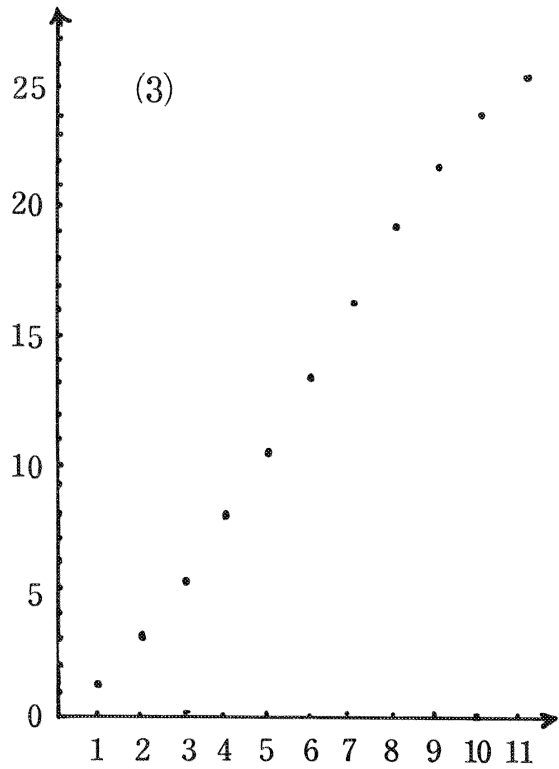
## 2. S-T 關係圖



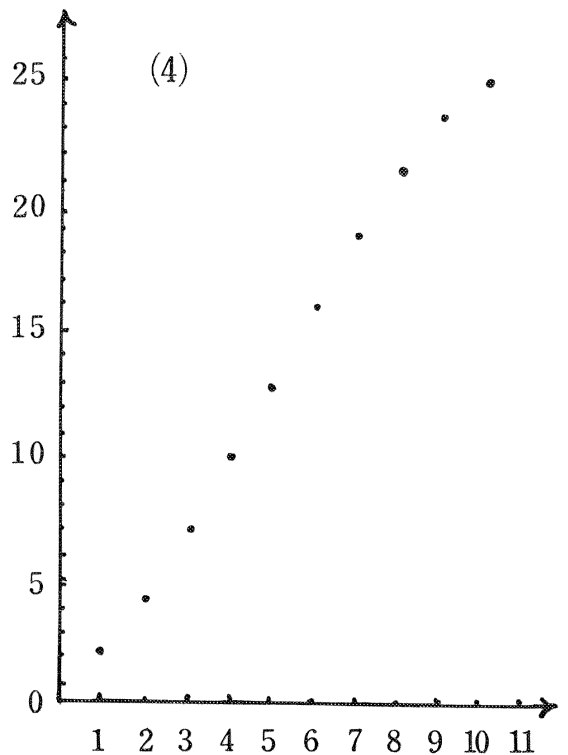
時間 (單位  $\Delta T$ )



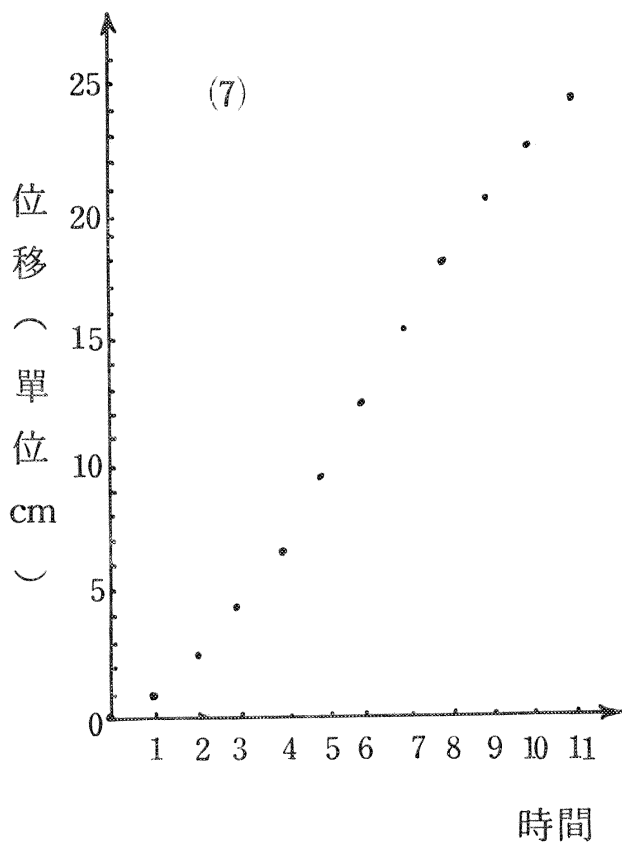
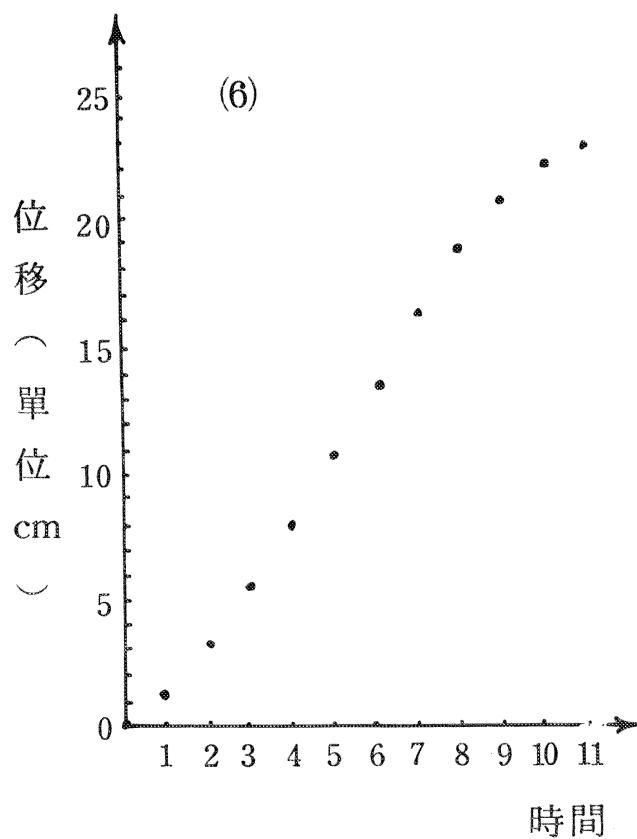
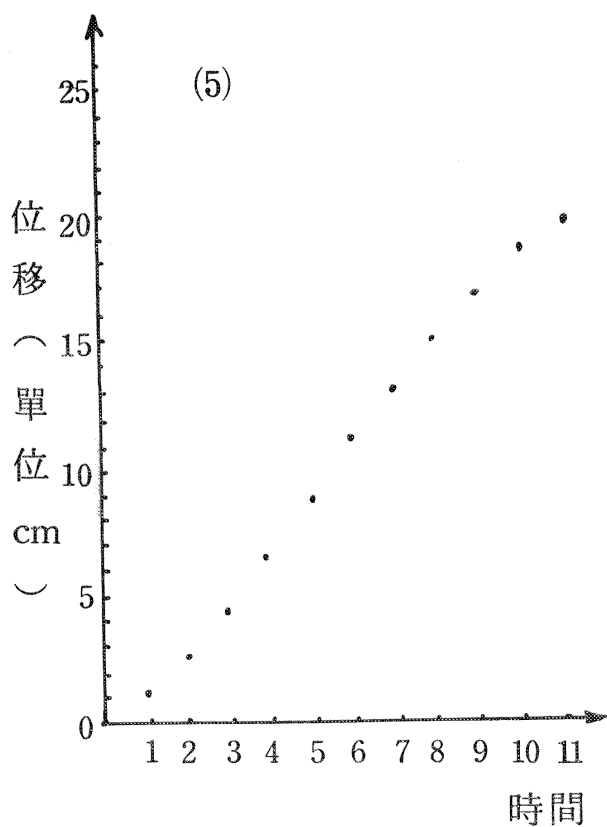
時間 (單位  $\Delta T$ )



時間



時間



1. 由圖形知速率 (即斜率) , 由小變大再變小。
2. 速率最大時, 在圖形最低點位置。

3.

擺錘高度 cm \ 實驗編號	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
左	3.9	4.6	4.0	3.5	2.2	3.9	4.0
右	3.5	4.1	2.6	2.5	2.1	1.7	2.2
高度差 $\Delta H = \text{左} - \text{右}$	0.4	0.5	1.4	1.0	0.1	2.2	1.8

註：擺錘高度以最低點為零點

1 實驗(1)(2)(3)(4)係以大質量銅球作的。

2 實驗(5)(6)(7)係以質量較小的鋼球作的，其中實驗(5)有扭轉繩子，故誤差減少。

(三) 伽利略實驗

擺錘：銅球（質量較大），鋼球（質量較小）

擺長：40 cm

橫桿：鐵釘

(5)

擺錘高度 cm \ 實驗編號	(1)	(2)	(3)	(4)
左	3.4	3.2	3.2	3.5
右（加橫桿）	1.7	2.3	2.2	2.8
右（不加橫桿）	1.3	2.2	2.0	2.7

註：除實驗(1)為以鋼球作的，其他為以銅球實驗的。

(四) 一小幅度單擺——類似簡諧運動

1 關係資料：斜面與水平夾  $24^\circ$  角

擺長：250 cm

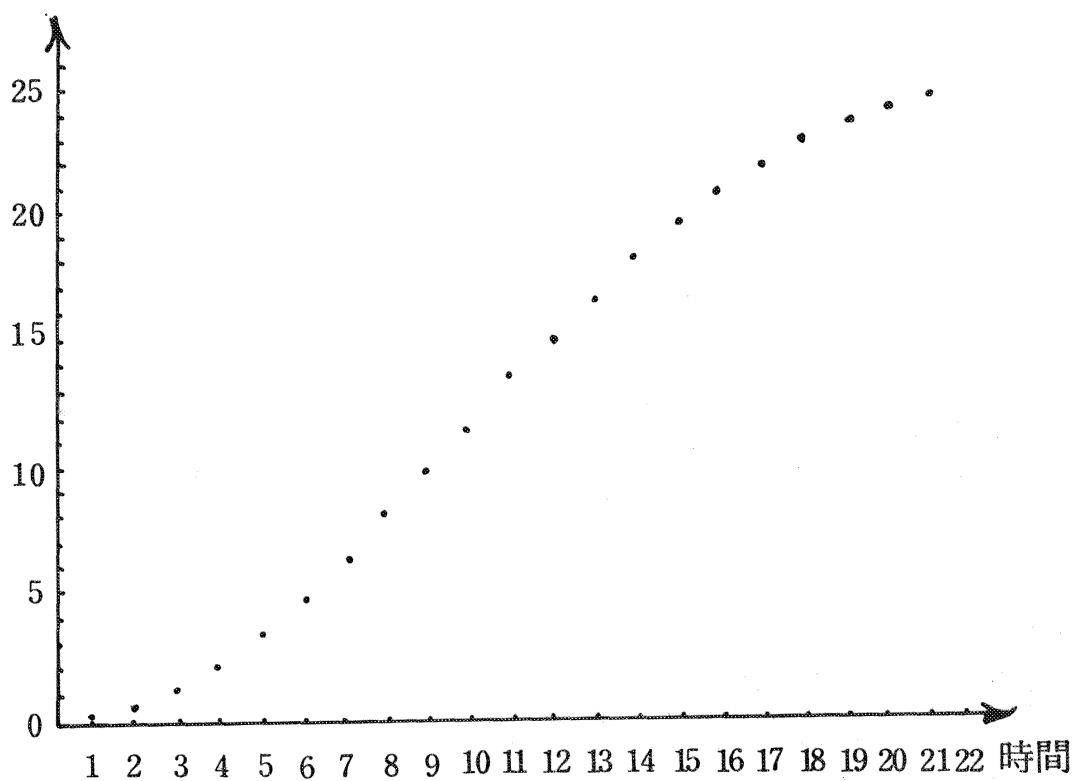
擺錘：銅球

2 數據：

第 N 個 $\Delta T$ 時	1	2	3	4	5	6	7	8	9
水平位移 (公分)	0.2	0.7	1.4	2.4	3.6	4.9	6.5	8.2	9.9

10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.
11.7	13.4	15.1	16.8	18.4	19.8	21.2	22.3	23.2	23.9	24.3	24.5

### 3. 水平位移—時間關係圖



1 本次實驗誤差大，不似簡諧運動，待改進後，就可求K值。

## 六 爆破時動量的變化

次 數		1	2	3	4	5	6	7	8
質量(公克)	a	67.6	67.6	67.6	67.6	67.6	16.3	16.3	16.3
	b	67.9	67.9	67.9	31.3	31.3	16.25	16.25	16.25
爆破後速度 ( cm / d )	a	3.50	3.80	4.0	3.0	2.8	6.4	5.6	5.25
	b	3.45	3.75	4.3	6.0	5.6	6.6	5.75	5.4
爆破後動量 ( g cm / d )	a	236.60	256.88	270.40	202.8	187.8	104.32	91.28	85.58
	b	234.26	254.63	291.97	189.28	175.28	107.25	93.44	87.75
$\Delta P$		2.34	2.25	21.57	15.0	14.0	2.93	2.16	2.17
誤 差 %		0.99	0.88	7.4	7.4	7.4	2.7	2.3	2.5

評語：1. 實驗設計對碰撞運動學的探討具創意。

2. 能利用設計出的實驗裝置對兩體碰撞的運動情況加以詳細測量。