速　算　研　究

$365484696021752 \div 6998997 = ?$

國小教師組數學科第三名

宜蘭縣冬山鄉縣立順安國小　　　作　者：李鐘榮

一、前　言

新速算法是筆者在武淵國民小學一邊教學一邊探討研究的一些心得。從實際教學中，我發覺新速算法確實能使小學生產生輕快、新奇、有趣的感受，因此，願意提供給各位中小學教師參考，至於文中所用的名詞，全是自己想出來的，如果有不妥當的地方，希望各位讀者賜教。

本文的部份內容，作者曾發表於中央研究院教學傳播季刊第二卷第四期。

1. 十餘商速加法

一個整數除以10 所得的商數，稱爲十商數，所得的餘數稱爲十餘數，十餘數就是原數的個位數。例如465的十餘數是5，商數是46。十餘商速加法的步驟如下：

(1)比照一般加法，列出直式。

(2)同一行兩數字相加時，如果超過10，就在超過10的那個數字右上角註記一個撇號「，」，表示和的十商數是1，然後用十餘數繼續往下加，如再超過10，重覆使用上述方法，直到最底下一個數字爲止。

(3)各行各自照上法處理，所得十餘數分別記在各行下面。

(4)各行撇號總數，就是各行數字和的十商數，記在進一位的十數下面。

(5)把(3)和(4)的二列數相加，便得總和。

◎吉光片羽補白：

我們應該以欣賞眼光來看速算法，正如我們不應以繪畫比不上照

像機逼眞而失去一價値一樣，速算法寓科學方法，而予藝術的創作，給予人享受數字的美感，領受計算的奧妙變化，那種輕靈和喜悅，不是計算機所能給予的。

例：4364＋589＋3724＋5674＋9435＋432＋978＋5690＝？

$$
\begin{array}{r}
4\ 3\ 6\ 4 \\
5\ 8'\ 9' \\
3\ 7'\ 2\ 4 \\
5'\ 6'\ 7'\ 4' \\
9'\ 4\ 3\ 5 \\
4\ 3\ 2 \\
9'\ 7'\ 8' \\
5\ 6'\ 9'\ 0 \\
\hline
6\ 4\ 5\ 6 \\
+2\ 4\ 4\ 3 \\
\hline
3\ 0\ 8\ 8\ 6
\end{array}
$$

最右行有3個撇，故記3在右起第2行底下。

答： 30886

2. 十餘商數減法計算步驟及要領：

(1)寫下直式——被減數在上，減數在下，個位數對齊。

(2)求出同一行的所有減數和之十餘數及十商數——由下往上相加，方法如加法要領(2)、(3)。

(3)求出同一行的十餘數及十商數——將第(2)步驟所得之十餘數，做爲該行之減數，以被減數減之，如不夠減，就在被減的部一個數字上標上一撇，並加10 減之，這樣的差卽爲該行的十餘數，撇號總數爲該行十商數。

(4)記下十餘數與十商數——如同速加法。

(5)求出差——將十餘數減去十商數。

◎吉光片羽補白：

人數雖有創造火箭速度的能力，却依然在運動場上競技，因爲火箭再快也取代不了我們的雙脚行動，同樣的，計算機再發達也好也無

法取消紙筆的算術，無論從思想發展歷程，從日常生活實用上看都是各有奧妙，此是尺有所短，寸有所長，誰能說速算法沒有價值。

例：

$$
\begin{array}{rcccccl}
 & 8 & 3' & 4' & 6 & & \\
- & & 4 & 7 & 8' & & \\
-1 & & 2 & 3 & 5' & & \\
- & & 6' & 0 & 2 & & \\
- & & 3 & 7' & 9' & & \\
- & & 2 & 4' & 3 & & \\
- & & & 7 & 4 & & \\
\hline
 & 7 & 6 & 6 & 5 & \cdots\cdots\cdots\cdots & \text{十餘數} \\
-2 & & 3 & 3 & 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots & \text{十商數} \\
\hline
 & 5 & 3 & 3 & 5 & \cdots\cdots\cdots\cdots & \text{差}
\end{array}
$$

十餘商速加（減）法多山鄉武淵國小實驗正確性比較統計表

測驗內容	測驗對象	受測人數	學習時間	學習	平均成績	總分	平均差數
四位數以上連加十數	四年級	37	30分鐘	前	37.16	0	30.74
				後	67.90	6	
四次數以上連減十次	四年級	37	30分鐘	前	52.19	2	28.95
				後	81.14	12	

3. 變位速算法

將整數的位數改變，而不變其值，稱爲位數變換，簡稱變位。變位後所得的數稱爲原數的變位數。例如：42 是 38 的變位數。2 上加短畫表示－2。於是 $4\overline{2} = 40 + (-2) = 38$。（假設學生已熟悉負整數運算）

在進行整數的四則運算之前先把某些數變位，可以減少運算時進位、退位的麻煩。

例1： $3489 + 78642 = ?$

（轉下頁）

解： $3489+78642=35\overline{11}+8\overline{14}42$ （接上頁）

$$\begin{array}{r} 35\overline{11} \\ +\ 8\overline{14}42 \\ \hline 82131 \end{array}$$

答： 82131

例如： $23461-8879=?$

解： $23461-8879=23461-1\overline{1121}$

$$\begin{array}{r} 23461 \\ -1\overline{1121} \\ \hline 14582 \end{array}$$

答： 14582

例 3： $3421\times 299=?$

解： $3421\times 299=3421\times 30\overline{1}$

$$\begin{array}{r} 3421 \\ \times\ \ 30\overline{1} \\ \hline 10263 \\ \overline{3421} \\ \hline 1022879 \end{array}$$

答： 1022879

例 4： $470634785\div 970998$

解： $47063485\div 970998=470634785\div 10\overline{3}100\overline{2}$

$$\begin{array}{r} 484 \\ 10\overline{3}100\overline{2}\ \big)\ 470634785 \\ 4\overline{12}400\overline{8} \\ \hline 8223558 \\ 8\overline{24}80\overline{16} \\ \hline 4555745 \\ 4\overline{12}4008 \\ \hline 671753 \end{array}$$

答：商 484，餘 671753

例5： 5994993 × 4996995 = ?

解： $5994993 \times 4996995 = 600\bar{5}00\bar{7} \times 500\bar{3}00\bar{5}$

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & 6 & 00\bar{5} & 00\bar{7} \\
\times & & 5 & 00\bar{3} & 00\bar{5} \\
\hline
 & & \overline{30} & 025 & 035 \\
 & \overline{18} & 015 & 021 & \\
30 & 025 & 0\overline{35} & & \\
\hline
30 & 0\bar{4}3 & 0\bar{5}0 & 046 & 035 \\
=29 & 956 & 950 & 046 & 035
\end{array}
$$

答： 29956950046035

例6：365484696021752 ÷ 6998997 = ?

解：原式 = $365484696021752 \div 700\bar{1}00\bar{3}$

$$
\begin{array}{rrrcrrrrr}
 & & & & & & 52 & 219 & 581 \\
\cline{5-9}
6 & 998 & 997 &) & 365 & 484 & 696 & 021 & 752 \\
7 & 00\bar{1} & 00\bar{3} & & 364 & \overline{052} & \overline{156} & & \\
\cline{5-9}
 & & & & 1 & 536 & 852 & 021 & \\
 & & & & 1 & 533 & \overline{219} & \overline{657} & \\
\cline{5-9}
 & & & & & 4 & 071 & 678 & 752 \\
 & & & & & 4 & 067 & \overline{582} & \overline{743} \\
\cline{6-9}
 & & & & & & 5 & 261 & 495
\end{array}
$$

答：商 52219581

餘 5261495

說明：

(1)應付龐大而複雜的數字計算，可先試行正負位數的變位，再行分割的變位，可化繁為簡逢凶化吉。

(2)變位速算法為作者耗費極大心血，投下無數精力，歷盡艱辛而創獲，如不深入探究，很難體會其奧妙與威力，例6可見其端倪。

4. 平方速算法

二位數的平方：

$$(10a+b)^2=100a^2+20ab+b^2$$
$$=(a^2 100+b^2)+(2ab)\times 10$$

例如：

$$\begin{array}{rl} 46^2 & \\ \hline 1636 & \cdots\cdots\cdots\cdots(4^2.100+6^2) \\ 48 & \cdots\cdots\cdots\cdots(2\times 4\times 6)\times 10 \\ \hline 2116 & \end{array}$$

如果二位數的個位數字是5，求平方時還可以利用下列方法速算。

$$(10a+5)^2=100\times a^2+100\times a+25$$
$$=a\times(a+1)\times 100+25$$

例如：

$$\begin{array}{c} 25^2 \\ \hline 625 \\ \uparrow \\ 2\times 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 75^2 \\ \hline 5625 \\ \uparrow \\ 7\times 8 \end{array}$$

三位數的平方：

$$(100a+10b+c)^2$$
$$=10000a^2+100b^2+c^2+2ab.1000+2bc.10+2ac.100$$
$$=(a^2.10000+b^2.100+c^2)+2(ab.100+bc).10+2a.c.100$$

例如：

$$\begin{array}{rl} 345^2 & \\ \hline 91625 & \leftarrow\text{三個數字各自平方，寫在一起。} \\ 2440 & \leftarrow\text{右邊兩個數相乘，左邊兩個數相乘寫在一起，再兩倍。} \\ 30 & \leftarrow\text{右數和左數相乘，再兩倍。} \\ \hline 119025 & \end{array}$$

5. 部分平方速算法：

例 1：$9997 \times 9986 = (10^4 - 3) \times (10^4 - 14)$

解(1)

$$\begin{array}{r} 9997 \\ \times \quad 9986 \\ \hline 99830042 \end{array}$$

加　3×1

解(2)

$$\begin{array}{rl} 1\ 000\bar{3} & \\ \times\ 1\ 00\overline{14} & \\ \hline 100000042 & \cdots\cdots\cdots\text{同位數相乘} \\ \overline{17}\quad & \cdots\cdots\cdots\text{相差(一)節數交叉相乘} \\ \hline 99830042 & \end{array}$$

說明：4位數看成一節數，再如前例計算。

例 2：$2997993^2 = 3\ \ 00\bar{2}\ \ 007\bar{2}^2$

解：

$$\begin{array}{rrrrr} & & 3 & 00\bar{2} & 00\bar{7}^2 \\ \hline 9 & 000 & 004 & 000 & 049 \\ & \bar{1}\bar{2} & 000 & 028 & \\ & & 0\bar{4}\bar{2} & & \\ \hline 8 & 987 & 962 & 028 & 049 \end{array}$$

說明：變位後，再將數字分割，每3位數爲一節，每次進2節數方法如前。

例 3：$49897 \times 49886 = 5\ \ 0\bar{1}\ \ 0\bar{3} \times 5\ \ 0\bar{1}\ \ \overline{14}$

解：

$$\begin{array}{rrrrr} & & 5 & 0\bar{1} & 0\bar{3} \\ \times & & 5 & 0\bar{1} & \overline{14} \\ \hline 25 & 00 & 01 & 00 & 42 \\ & \bar{1}0 & 00 & 17 & \\ & & \overline{85} & & \\ \hline 24 & 89 & 16 & 17 & 42 \end{array}$$

說明：每2位數為一節，其餘方法如前。

二、結　　論

1. 速算法雖然也是在求算的簡化、迅速，但却有與珠算、計算機完全不同的旨趣，就純數學眼光來看，計算機不是數學而是工程，以為有了計算機就不要速算法的態度，就好像外星球的人來看我們打高爾夫球，如果只是為了使球進洞的話，揮桿的技術簡直是多餘的，因此速算法乃是以不失數學之精神為根據，而更能發揮數學效果的定律，確乎不能和計算機相提並論。
2. 有關新速算法之初，原本有三十餘種之創見，今經分析、實驗，方法百改，稿經十易，去蕪存菁，以之付梓，今呈獻眼前不過十分之一而已，作者雖孤陋寡聞，然則經年累月、午夜孤燈，一紙一筆相對，誠懵懵然不知為苦為樂，故願聊貢些微一得，以備同好先進哂擇耳。

評語：作者將負數引入變位速算法，對大數的四則運算簡化不少，頗有創意。